

**Miskolci Egyetem
Bányamérnöki Kar
Geofizikai Tanszék**

**FELSZÍNKÖZELI FÖLDTANI SZERKEZETEK VIZSGÁLATA
SZEIZMIKUS ÉS EGYENÁRAMÚ GEOELEKTROMOS ADATOK EGYÜTTES
INVERZIÓJÁVAL**

-Doktori értekezés-

Írta:

Kis Márta

Tudományos vezető:

Dr. Dobróka Mihály

tanszékvezető egyetemi tanár

Doktori program címe:
**Alkalmazott földtani és
geofizikai kutatások**

Alprogram címe:
Geofizika

Programvezető:
Dr. Némedi Varga Zoltán
egyetemi tanár

Alprogramvezető:
Dr. Steiner Ferenc
egyetemi tanár

Készült a Magyar Soros Alapítvány támogatásával

Miskolc

1998

...nem kísérhetünk meg többet annál, mint hogy megállapítjuk egy végtelenül hosszú út kezdetét és irányát. Bármilyen rendszeres és határozott teljességre való törekvés legalábbis illúzió volna. A tökéletességet csakis az egyedi kutató érheti el, kizárólag abban az értelemben, hogy mindenről beszámol, amit képes volt meglátni.

/Georg Simmel/

University of Miskolc
Faculty of Mining Engineering
Department of Geophysics

-Ph. D. Thesis-

Investigation of near-surface structures by means of joint inversion of seismic and geoelectric data

Author: Márta Kis

Scientific adviser: Prof. Dr. Mihály Dobróka

SUMMARY

In the field of engineering- and environmental geophysical investigations near-surface structures are explored down to some meters or tens of meters depth. The DC geoelectric and shallow seismic methods belong to the most frequently used methods in the exploration of near-surface structures. In some of the cases the resolution and accuracy of both the traditional seismic and geoelectric methods are insufficient. The ambiguity and non-uniqueness of the independent inversion of data collected by the above methods are well-known in these case.

In my thesis I discuss some questions of geophysical joint inversion. Based on the literature and the previous research performed at the Department of Geophysics (University of Miskolc) I studied the joint inversion of DC geoelectric-, Love-dispersion data and refraction travel times. The applied inversion methods were based on linearized and global optimization techniques. In the framework of these investigations I elaborated inversion algorithms and Pascal programs.

I introduced a generalized objective function in which λ^2 -fold of the L_q norm of the relative parameter vector was added to the L_p norm of the relative data deviation vector.

This objective function (with p and q parameters) is suitable for solving mixed-determined problems. A generalized inversion procedure applying the IRLS method is defined throughout the minimization of this objective function, in which the proper choice of p and q parameters leads to some of the most frequently used inversion procedures (LSQ, Marquardt-Levenberg, LAD-IRLS), and some new procedures are also defined.

The joint inversion algorithms were extensively tested by means of synthetic and field data. I showed, that involving the Schlumberger resistivities, refraction seismic travel times and Love-dispersion data sets into the joint inversion procedure one could find more stable and accurate parameter estimation, relative to the independent inversion methods.

It has a great importance to stabilize the independent geoelectric inversion procedures in case of equivalent models. In this thesis I prove that the equivalence problem can be resolved respectively, stable and convergent procedure can be found by integrating different kinds of geophysical data into the inversion that means by the use of joint inversion. Using synthetic data I demonstrate that the range of equivalence can sufficiently be reduced in a seismic refraction-DC geoelectric joint inversion procedure in both the two basic types of geoelectric equivalence.

It was shown, that involving a third (Love-dispersion) data set into joint inversion, the range of equivalence became smaller. I also demonstrated these favourable features in the interpretation of field data.

I introduced a new global joint inversion method in which I integrated the above mentioned types of geophysical data applying a generalized SA algorithm.

In order to do this I defined a generalized objective function (without linearization) in which I combined the λ^2 -fold of the L_q norm of the relative parameter vector and the L_p norm of the relative data deviation vector. Minimizing the generalized objective function (by SA) various kinds of joint inversion procedures can be defined with the proper use of the internal parameters in it.

I tested the global seismic refraction-geoelectric joint inversion method using synthetic data. The investigations proved, that the global seismic-geoelectric joint

inversion possessed one and all advantages shown in the investigations by linearized methods, and furthermore, it provided better parameter estimation and higher independence in the start models.

I developed a new inversion method for the investigation of 2D geological structures. The measurement array was supposed to be directed parallel to the strike-direction at various points defined along the dip-direction. In the method I used 1D forward modelling in the methods combined in joint inversion. Instead of local thickness I used the integral mean of the thickness function below all the measurement lines. In this approximation I considered the thickness function as a series expansion and formulated the inversion algorithm for the coefficients of the expansion. As base functions I used both Chebishev-polynomials and cell-wise constant functions. Both of the two choices of base functions result in stable inversion algorithm. The use of Chebishev-polynomials has the advantage that these functions represent a geologically straightforward continuous change in the thickness function with easily manageable number of expansion coefficients (low order-polynomials). The choice of cell-wise constant functions gives the advantage that the local thickness (as the integral mean) becomes a direct variable of the inversion procedure, so the variance and correlation elements have direct meaning in this case.

This generalized expansion method was tested by the use of synthetic data. It was found in the numeric investigations, that the thickness function and the petrophysical parameters can be estimated accurately. The accuracy of the parameter estimation was analysed as a function of the number of measurement lines and the order of the Chebishev-polynomials. It was stated, that the more measurement lines were applied, the better parameter estimation was observed. However, it was shown that there was a natural limit (depending on the model and the quality of measured data) above which further increase in the number of measurement lines gave no appreciable improvement in the quality of parameter estimations.

I used the generalized expansion method in the interpretation of in-situ measured geoelectric (VES) data. It was observed, that the method was accurate enough for practical use.

TARTALOMJEGYZÉK

Bevezetés	
1. A szeizmikus refrakciós, felületi Love-hullám és egyenáramú geoelektromos módszerek direkt feladata	1
1.1. A refraktált hullámok direkt feladata	1
1.2. A diszperzív felületi Love-hullámok direkt feladata	4
1.2.1. N-réteges modell diszperziós relációja	4
1.3. Az egyenáramú geoelektromos VESZ módszer direkt feladata	7
2. Linearizált szeizmikus-geoelektromos együttes inverziós eljárás bevezetése	9
2.1. Linearizált geofizikai inverziós módszerek	11
2.1.1. A legkisebb négyzetek elve szerinti megoldás (LSQ)	12
2.1.2. A csillapított legkisebb négyzetek elve (Marquardt-Levenberg algoritmus)	12
2.1.3. A legkisebb abszolút értékek elve az iteratív újraszűrés módszerével (LAD-IRLS)	13
2.1.4. A paraméterbecslés minőségének jellemzése	15
2.2. Egyenáramú geoelektromos-, szeizmikus refrakciós- és diszperziós adatok linearizált együttes inverziójának algoritmusai	17
2.2.1. Általánosított linearizált IRLS inverziós algoritmus bevezetése	20
2.3. Az eredmények értékelése	22
3. A linearizált együttes inverziós algoritmus alkalmazása	23
3.1. Szintetikus adatrendszerek létrehozása	23
3.2. Az LSQ inverzió eredményei	24
3.2.1. 1 %-os Gauss-hibával terhelt adatok LSQ inverziója	24
3.2.1.1. A független geoelektromos inverzió eredményei	24
3.2.1.2. Refrakciós-geoelektromos együttes inverzió eredményei	26
3.2.1.3. Refrakciós-geoelektromos-Love hullám együttes inverzió	27
3.2.2. 1 %-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek LSQ inverziója	27

3.3. A LAD (Least Absolute Deviation) inverzió eredményei	31
3.3.1. 1 %-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek LAD inverziója	31
3.3.2. 5 %-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek LAD inverziója	33
3.4. A geoelektromos ekvivalencia probléma feloldása szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió segítségével	34
3.4.1. Konduktív típusú ekvivalencia feloldása	36
3.4.2. Rezisztív típusú ekvivalencia feloldása	39
3.4.3. Ekvivalencia vizsgálatok terepi adatrendszeren	42
3.4.4. Együttes inverzió szeizmikusan és geoelektromosan egyaránt labilis modelleken	45
3.5. Refrakciós terepi adatok feldolgozása Marquardt-Levenberg eljárással	46
3.6. Az eredmények értékelése	49
4. Geofizikai adatok globális optimalizációja Simulated Annealing módszer alkalmazásával	51
4.1. Globális optimalizációs módszer (Simulated Annealing) bevezetése geofizikai adatok együttes inverziójába	45
4.1.1. Optimalizálás SA eljárással	51
4.1.1.1. Az optimalizálandó függvény	52
4.1.1.2. A változtatandó modell paraméterek definiálása	53
4.1.1.3. A paraméterváltoztatás módszere	53
4.1.1.4. A becsült paraméterek elfogadási kritériuma	54
4.1.1.5. A folyamatszabályozó általánosított hőmérséklet	55
4.1.1.6. Az SA módszer folyamatábrája	57
4.1.2. Optimalizálás módosított SA eljárással	60
4.2. Startmodellfüggetlenségi vizsgálatok	60
4.3. Numerikus inverziós eredmények	62
4.3.1. Az 1%-os Gauss-hibát tartalmazó adatrendszeren végrehajtott inverzió eredményei	62
4.3.2. Az 1%-os zajt és kiugró adatokat is tartalmazó adatrendszeren végrehajtott inverzió eredményei	63
4.3.3. Az 5%-os zajt és kiugró adatokat is tartalmazó adatrendszeren végrehajtott inverzió eredményei	65
4.4. Tesztelés geoelektromos VESZ terepi adatokon	67
4.5. Az eredmények értékelése	70

5. Kétdimenziós szerkezetek inverziós vizsgálata általánosított sorfejtéses eljárással	73
5.1. Az általánosított sorfejtéses eljárás bevezetése	74
5.2. Az általánosított sorfejtéses együttes inverziós módszer speciális esetei	80
5.3. Kétdimenziós szerkezetek inverziós vizsgálata numerikusan szimulált adatokon	82
5.3.1. Az általánosított sorfejtéses eljárás egy speciális határesetének (a cellánként konstans függvények szerinti sorfejtéses módszer) vizsgálata	83
5.3.2. A Csebisev-polinomok szerinti általánosított sorfejtéses eljárás vizsgálata	88
5.4. Az általánosított sorfejtéses eljárás tesztelése terepi adatokon	95
5.5. Az eredmények értékelése	97

Összefoglalás

Köszönetnyilvánítás

Irodalomjegyzék

BEVEZETÉS

A felszínközeli szerkezetek vizsgálata mérnökgeofizikai és környezetvédelmi geofizikai feladatok megoldása során néhány métertől néhányszor tíz méteres mélységek kutatását teszi szükségessé. A leggyakoribb alkalmazást ezen a területen a geoelektromos és a sekélyszeizmikus módszerek kapják.

Az egyenáramú geoelektromos VESZ módszer a felszínközeli szerkezetek kutatásának egyik leggyakrabban használt hatékony és gyors eszköze. A vonatkozó direkt és inverz feladatok megoldása jól ismert különböző mérési elrendezések esetére. A Schlumberger elektróda elrendezéssel mért látszólagos fajlagos ellenállások inverzióját mind az ellenállás-, mind pedig a magfüggvény tartományban részletesen tárgyalja a nemzetközi szakirodalom, beleértve a megoldás egyértelműségi és stabilitási problémáit is (*Inman, 1975*). A refrakciós szeizmikus futási idők inverziójánál hasonló problémákkal találkozhatunk (*Zanzi, 1990*), a paraméterbecslés pontossága és megbízhatósága gyakran elégtelen ebben az esetben is. Újabban a szeizmikus vezetett hullám módszerek is gyakori alkalmazást nyernek mérnök- és környezetgeofizikai feladatok megoldása során.

Az egyenáramú látszólagos fajlagos ellenállás- és a refrakciós futási idő adatok lényegesen eltérő természetűek: a látszólagos fajlagos ellenállás adatok a teljes földtani modellre vonatkozóan hordoznak információt, azaz az összes modellparamétertől függenek; ezzel szemben a refrakciós szeizmikus adatok csupán a modell azon pontjairól (és nem a modell egészéről) közvetítenek információt amelyeken a hullámút végigfutott. A geoelektromos adatoknak ezt a sajátosságát az egyszerűség kedvéért nevezzük "globálisnak", a szeizmikus adatok említett tulajdonságát pedig "integrálisnak". A szeizmikus adatok inverziójának pontossága és stabilitása gyakran megköveteli, hogy integrális adatok mellett globális szeizmikus adatokat is inverzióba vonjunk. A szeizmikus vezetett hullámok (Love- vagy Rayleigh- típusú) ez utóbbi kategóriába tartoznak, mivel a diszperziós egyenletben a hullámvezető minden

jellemzője megjelenik éppúgy, mint például a látszólagos fajlagos ellenállások kifejezésében. Ha azonban csupán refrakciós futási idők vagy pedig vezetett hullám diszperziós adatok (fázis- vagy csoportsebességek) inverziójával foglalkozunk a független inverziós feladat ugyanúgy belső ekvivalenciákkal és többértelműségi problémákkal terhelt, mint ahogyan azt az egyenáramú geoelektromos adatok inverziójánál említettük (*Pilant és Knopoff, 1970*).

A geofizikai inverz feladat stabilitási és egyértelműségi problémáinak kiküszöbölésére gyakran numerikus (regularizációs) megoldásokat alkalmazunk. Létezik azonban fizikai válasz is a felmerülő kérdésekre: az együttes inverzió. Ennek keretében két vagy több fizikailag különböző, vagy fizikailag ugyan azonos, de lényegesen eltérő mérési elrendezésben (pl. Schlumberger, Wenner, vagy dipól-dipól) gyűjtött adatrendszerrel vonunk be ugyanazon inverziós eljárásba. Magnetotellurikus és egyenáramú geoelektromos adatok együttes inverziójára elsőként *Vozoff és Jupp (1975)* dolgozott ki eljárást. *Lines, Schultz és Treitel (1987)* szeizmikus, akusztikus karotázs és gravitációs adatok együttes inverzióját vezette be. Mágneses és gravitációs adatok együttes inverziójáról *Steiner (1977)* számolt be, hasonló elvekből kiindulva *Zeyen és Pous (1993)* gravitációs és mágneses adatok 3D együttes inverzióját tárgyalta.

A Ruhr Egyetem Geofizikai Intézete és a ME Geofizikai Tanszék kutatási együttműködése keretében különböző geofizikai adatok együttes inverziós algoritmusainak fejlesztése folyik. Az eredményeket ismertetve bányabeli VSP és egyenáramú geoelektromos adatok együttes inverzióját *Dobróka et al. (1991)* közölték, felszíni geoelektromos és vezetett hullám szeizmikus adatok független inverziójának belső többértelműségét *Hering et al. (1995)* együttes inverziós algoritmus bevezetésével küszöbölték ki. Ezt a módszert szintetikus és terepi adatok segítségével *Misiek et al. (1996)* tesztelték. A kutatások során megmutatkozott, hogy még az egyszerű vízszintesen rétegzett földtani modell esetében is az alsó féltér fizikai jellemzőinek meghatározása egyenáramú geoelektromos-vezetett hullám együttes inverziós eljárással alacsony frekvenciás diszperziós adatokat igényel, amelyek terepi mérésekből nem mindig határozhatók meg kellő pontossággal. Ez tette szükségessé a kutatások során új módszer, a refrakciós szeizmika adatainak integrálását az együttes inverzióba.

Refrakciós időadatok és egyenáramú geoelektromos adatok együttes inverzióját *Kis (1993)* tárgyalta, refrakciós és Love-hullám diszperziós adatok együttes inverziójának algoritmusát *Kis (1994)* vezette be. Szeizmikus vezetett hullám diszperziós adatok, refrakciós menetidők és egyenáramú geoelektromos látszólagos fajlagos ellenállások együttes inverziójának fejlesztéséről, valamint 2D szerkezetek együttes inverziós vizsgálatáról *Ormos et al. (1998)* számoltak be.

Jelen értekezésben az együttes inverziós témakört a felszínközeli szerkezetek kutatásában gyakran alkalmazott DC geoelektromos, refrakciós és vezetett hullám szeizmikus módszerek integrálásával korábbi eredményeimre támaszkodva kutatom. Részletesen vizsgálom az egyenáramú geoelektromos- és refrakciós szeizmikus adatok, a Love-típusú vezetett hullám diszperziós- és refrakciós szeizmikus adatok illetve az egyenáramú geoelektromos- és a vezetett hullám diszperziós adatok linearizált együttes inverzióját. Megvizsgálom a páros kombinációban végzett együttes inverzió előnyeit a független inverziós eljáráshoz képest, mind a paraméterbecslés pontossága mind pedig megbízhatósága szempontjából. Ugyancsak összehasonítást teszek a mindhárom módszer adatait együttesen tartalmazó eljárás valamint a páros kombinációban a fentiek szerint végzett együttes inverziós módszer eredményei között. Az inverziós vizsgálatok céljából általánosított objektív függvényt vezetek be, amelynek minimalizálásával kapott algoritmusok speciális határesetként az LSQ, a Marquardt-Levenberg, a LAD-IRLS módszereket adja vissza, valamint az utóbbi új, módosított változatait is előállítja.

Összehasonlító vizsgálatokat két, alapvetően különböző speciális esetben (Marquardt, LAD-IRLS) végzek. A teszteléshez különböző jellegű hibákkal terhelt szintetikus, továbbá terepi adatrendszereket használok fel.

Vizsgálataim során különös figyelmet szentelek a geoelektromos ekvivalencia probléma együttes inverzióval történő feloldásának. Mind a konduktív, mind a rezisztív típusú ekvivalenciát mutató szerkezeteken igazolom, hogy az együttes inverziós eljárás során az ekvivalencia intervallum rendkívüli módon lecsökken, és a paraméterbecslés stabillá és kellően pontossá válik.

Ezen túlmenően szeizmikusan és geoelektromosan egyaránt "labilis" modellen végzett vizsgálataimban megmutattam, hogy a szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió még akkor is stabil eredményre vezet, ha külön-külön mind a geoelektromos, mind a szeizmikus modell problematikus.

A geofizikai adatok invertálása során a minimalizálandó hibafüggvény a globális minimum mellett általában nagyszámú lokális minimumhellyel is rendelkezik. A geofizikai inverziós eljárások egyik csoportja, amelybe a leggyakrabban alkalmazott eljárások -LSQ, illetve LAD-IRLS stb.- tartoznak, a nemlineáris feladat megoldására lokális linearizációt alkalmaznak, vagyis a problémát iteratív úton visszavezetik lineáris inverz feladatra. Ezen eljárások alapvető problémája jól ismert. Mivel a megoldást rendszerint csupán az induló modell viszonylag szűk környezetében keresik, jó kezdeti becslést igényelnek. Ennek hiányában az eljárások a globális minimum helyett igen gyakran valamely lokális minimumhoz konvergálnak.

A globális minimum megtalálásához olyan módszerek szükségesek, amelyek a minimalizálás során lehetővé teszik a lokális minimumokból való kiszabadulást is. Egy lehetőséget jelent az ún. enumeratív ('grid search') séma, ahol a nagy kiterjedésű modell térben egy megfelelően meghatározott rácsot veszünk fel, amelynek minden pontját egymás után megvizsgálja az eljárás. Mivel a megvizsgálandó modell térbeli rács pontok száma igen nagy, ez rendkívül számítási idő igényes feladatot jelent. A kompromisszumot a linearizálás és az enumeratív keresés között azok a módszerek jelentik, amelyek véletlenszerű keresést és a paraméterváltoztatásra valószínűségi szabályt alkalmaznak. Ide tartozik a Simulated Annealing (SA) eljárás is, amely az inverziós eljárások második csoportjába sorolható. A SA eljárást számos fizikai probléma megoldására alkalmazták. A geofizikában a módszert *Rothman (1985, 1986)* és *Sen & Stoffa (1991)* statikus korrekciók kiszámításánál, *Sen, Bhattacharya és Stoffa (1993)* pedig 1D párhuzamosan rétegzett szerkezeteken mért és számított fajlagos ellenállás adatok inverziójára alkalmazták. *Dittmer és Szymansky (1995)* mágneses adatok és fajlagos ellenállás adatok független inverzióját vizsgálta Simulated Annealing eljárást alkalmazva.

A Simulated Annealing (SA) eljárás a minimalizálandó függvényt energia függvényként kezeli és a konvergencia biztosítására bevezet és körültekintően változtat egy hőmérséklet jellegű mennyiséget. Értekezésemben az energia függvényt kétféleképpen definiálom. Egyrészt a SA módszer keretében hagyományosan az eltérésvektor L_2 normájaként, másrészt kiugró adatokkal szemben nagyobb rezisztenciájú globális inverziós eljárás létrehozásának céljából a hibavektor L_1 normájaként. A két energia függvény kombinációjával, valamint kevert határozottságú problémák esetében is stabil inverziós eljárásra vezető objektív függvény definiálása céljából olyan általánosított energia függvényt vezetek be, amely mind az adattérben, mind a paramétertérben az eltérésvektor, illetve paramétervektor L_p normájából építkezik.

Az általános globális inverziós SA eljárást két speciális esetben szintetikus és terepi adatok segítségével tesztelem. Összehasonlítom a független illetve az együttes inverzió eredményeit mind a hagyományos, mind pedig az energia függvényként L_1 normát használó SA eljárások esetén. Ugyancsak összehasonlítást teszek ezen eredmények, valamint az előzőekben említett, linearizált (LSQ) inverziós eljárással kapott eredmények között.

Kétdimenziós (2D) szerkezetek inverziós vizsgálata mérnök- és környezetgeofizikai feladatok megoldása során fontos. Noha jól kifejlesztett véges differenciás vagy végeselemes algoritmusok állnak rendelkezésünkre pl. a VESZ vagy a Love-hullám diszperziós probléma megoldására, ezek az eljárások -különösen globális optimalizációs vizsgálatok- esetén jelentős gépidő igényt mutatnak. Ilyenkor szükség van közelítő inverziós módszerek kidolgozására. Értekezésemben általánosított sorfejtésen alapuló inverziós eljárást vezetek be 2D szerkezetek (lokálisan 1D közelítésen alapuló) inverziós vizsgálatára. Az általánosított sorfejtéses eljárás két speciális esetben az irodalomból ismert módszereket ad vissza. Az eljárást Csebisev-polinomok szerinti sorfejtésre alapozott változatában szintetikus és in-situ adatok felhasználásával tesztelem, elemzem annak pontosságát és megbízhatóságát. Ugyancsak vizsgálom a cellánként (intervallumonként) konstans bázisfüggvényekre alapozott változatát.

1. A SZEIZMIKUS REFRAKCIÓS, FELÜLETI LOVE-HULLÁM ÉS EGYENÁRAMÚ GEOELEKTROMOS MÓDSZEREK DIREKT FELADATA

Dolgozatomban egy- és kétdimenziós szerkezetek inverziós vizsgálatát tűztem ki célul. Az inverz feladat megoldására választott algoritmusok tárgyalása során a vonatkozó direkt probléma megoldásait előállító eljárásra (formula vagy algoritmus) van szükségünk, amely sok esetben jelentős számítási időt igényel.

Az egydimenziós modelleken végzett inverzió a többdimenziós vizsgálatok kiinduló modelljei meghatározása szempontjából is fontos szerepet tölthet be. Emellett a többdimenziós vizsgálatok 1D közelítő módszerekkel való megoldása abból a szempontból is előnyös, hogy személyi számítógépeken, illetve rutinszerű vizsgálatokban is könnyen alkalmazható, viszonylag kis gépidő igény mellett.

Mivel olyan inverziós módszerek kidolgozására törekedtünk, amelyek nem igényelnek nagy gépidőt, így a 2D szerkezetek inverziós vizsgálata során értekezésünkben lokálisan 1D közelítéssel élünk. A vizsgálataink tárgyául választott együttes inverziós algoritmusok kifejtését a későbbiek során legegyszerűbben úgy tehetjük meg, ha a szeizmikus refrakciós, szeizmikus vezetett hullám, illetve DC geoelektromos direkt probléma egydimenziós szerkezetekre vonatkozó megoldásainak alapjait -főként az alkalmazott jelölések pontos bevezetése végett- röviden összefoglaljuk.

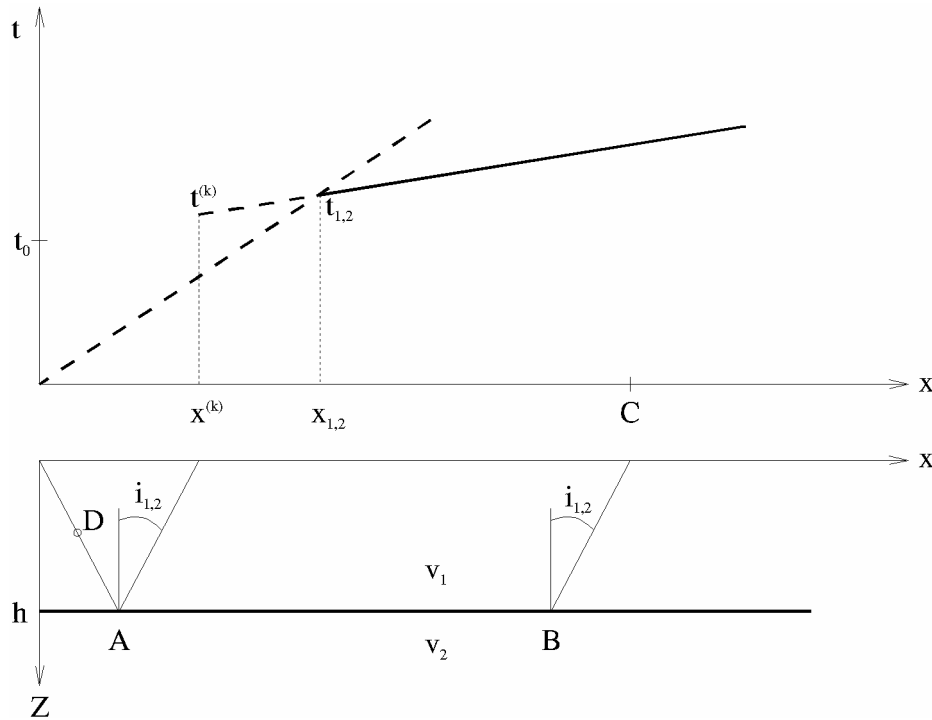
1.1. A refraktált hullámok direkt feladata

A refraktált hullámok beérkezési idő adatait a sugároptika törvényei alapján határozhatjuk meg. Rétegzett közegben a hullámok kialakulásának közetfizikai feltétele, hogy a rétegsorban a testhullám sebességeknek a mélységgel növekedni kell, vagyis $v_n \ll v_{n+1}$ (Ádám, 1987).

Az 1.1. ábra szerint az O forráspontból kiinduló hullám futási ideje az OABC úton a legkisebb. A Snellius-törvény alapján a törési szöget az egyes réteghatároknál a

$$\sin i_k = p v_k = \frac{v_k}{v_{N+1}} \quad (1.1)$$

kifejezés határozza meg, ahol $p = \frac{\sin i_1}{v_1} = \dots = \frac{\sin i_N}{v_N}$ sugárparaméter. A menetidő egyenletét a jól ismert



1.1. ábra

$$t(x) = \frac{x}{v_{N+1}} + \sum_{k=1}^N \frac{2h_k}{v_k} \cos i_k \quad (1.2)$$

alakban írhatjuk fel (Militzer, Weber, 1987). A (t,x) koordináta rendszerben az $1/v_{N+1}$ iránytangensű menetidő egyenes által meghatározható az ordináta-metszeti idő (intercept time):

$$t_{0,N+1} = \sum_{k=1}^N \frac{2h_k}{v_k} \cos i_k \quad (1.3)$$

Az (1.2) menetidő egyenes szeizmométerekkel az $x_{N+1}^{(k)}$ kritikus távolság után mérhető. Az $x_{N+1}^{(k)}$ és $t_{N+1}^{(k)}$ által meghatározott pontnál a kritikus szöggel visszavert reflektált, illetve a refraktált hullámfront eléri a felszínt:

$$x_{N+1}^{(k)} = 2 \sum_{k=1}^N h_k \operatorname{tg} i_k \quad , \quad t_{N+1}^{(k)} = 2 \sum_{k=1}^N \frac{h_k}{v_k} \frac{1}{\cos i_k} \quad (1.4)$$

A szeizmogramon első beérkezésként megfigyelhető menetidő szakaszokat az $x_{k,k+1}$ távolságok határolják, melyeket általánosan

$$x_{k,k+1} = \frac{2 \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} \frac{h_j v_k}{v_j} (\cos \vartheta_{j,k+1} - \cos \vartheta_{j,k}) + h_k \cos \vartheta_{k,k+1} \right\}}{1 - \sin \vartheta_{k,k+1}} =$$

$$= \frac{2 v_{k+1} v_k \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} \frac{h_j}{v_j} (\cos \vartheta_{j,k+1} - \cos \vartheta_{j,k}) + \frac{h_k}{v_k} \cos \vartheta_{k,k+1} \right\}}{v_{k+1} - v_k}$$

alapján határozhatjuk meg, ahol

$$\sin \vartheta_{j,k} = \frac{v_j}{v_k} \quad .$$

A refraktált hullámok futási ideje a fentiek alapján egyszerűen meghatározható a rétegek szeizmikus paramétereit ismeretében. Az összefüggések segítségével a

$$\overset{v}{\mathbf{P}}_{sr} = \left\{ h_1, \dots, h_{n-1}, v_{p1}, \dots, v_{pn} \right\}^T \quad (1.5)$$

vektorba foglalt szeizmikus refrakciós paraméterektől és x forrástávolságtól függően a futási idők

$$t = t(\overset{v}{\mathbf{P}}_{sr}, x) \quad (1.6)$$

függvény szerint adhatók meg, ahol v_p a longitudinális testhullám sebességet jelöli, mivel a továbbiakban csak refraktált P-hullám beérkezésekkel foglalkozunk.

1.2. A diszperzív felületi Love-hullámok direkt feladata

A felületi hullámok a szeizmogramokon általában zaj formájában jelennek meg, domináns frekvenciájuk kisebb a testhullámokénál, kevésbé csillapodnak és lassabban terjednek (Meskó, 1989). A környezetvédelmi és mérnökgeofizikai sekély mélységű kutatásoknál fontos információt szolgáltatnak a földtani szerkezetről. Nagy hullámhosszúságú felületi hullám esetén mélyebb szerkezetek rugalmas tulajdonságairól is kaphatunk információt, mivel behatolási mélységük a hullámhossz nagyságrendjébe esik.

A felületi hullámok két alapvető típusa a Rayleigh- és a Love-felületi hullám. Mindkét hullámtípus levezethető a deformálható testek mozgásegyenletéből, a megfelelő peremfeltételek alkalmazásával.

A felületi Love-hullámok elmozdulás függvényeit konstans Q modellre Buchanan (1978) adta meg. Love-típusú telephullámok abszorpciós-diszperziós relációit Poynting-Thompson test alapján Dobróka, Ormos (1982) vezette le. Bonyolult hullámvezető szerkezetekben terjedő hullámok modellezésével Bodoky et al. (1982), Dresen et al. (1985) és mások foglalkoztak.

Jelen értekezés keretében a Hooke-test anyagegyenlete alapján tárgyaljuk N réteges modell esetén a Love-típusú felületi hullámok diszperziós relációit.

1.2.1. N-réteges modell diszperziós relációja

Többréteges felszínközeli összletet feltételezve a diszperziós reláció számítására gyakran alkalmazzuk a Buchanan (1987) által levezetett eljárást, amely a nagyszámú mátrixművelet miatt minden egyes vizsgálandó frekvenciánál nagy gépidőt igényel. Tekintve, hogy a diszperziós adatokat kiterjedt frekvenciatartományban számítjuk, jelen értekezésben a hosszadalmas és bonyolult struktúra alkalmazása helyett a diszperziós relációt Dobróka (1987) alapján oldjuk meg. A követett eljárás során a z tengely mentén az első felülettől elindulva a határ, illetve peremfeltételi egyenletekben szereplő A_i , B_i integrációs tényezőket rekurzív módon ki lehet fejezni az előző felület peremfeltételeinél kapott tényezőkkel. A modellszerkezet az 1.2. ábrán látható.

A különböző rétegekben érvényes

$$\Delta u_i - \frac{1}{v_{s_i}^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0 \quad (1.7)$$

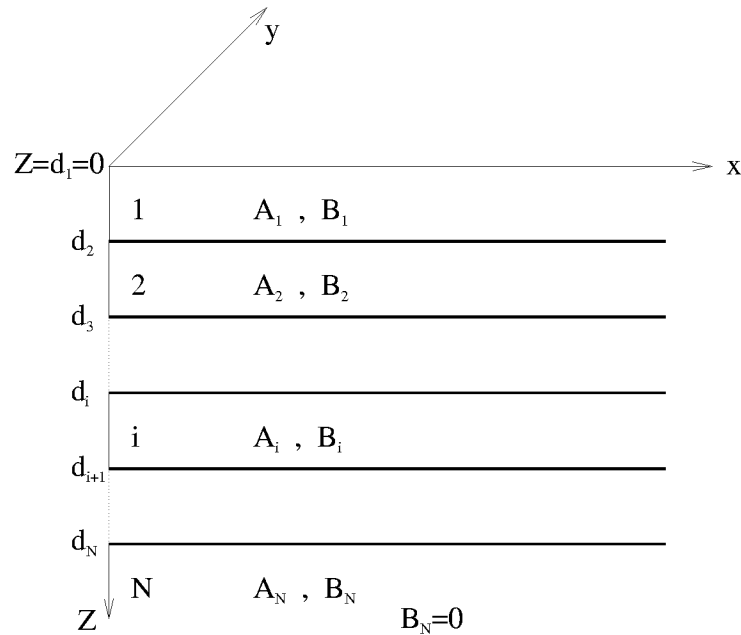
hullámegyenlet alapján az elmozdulás függvények

$$u_i = (A_i e^{-q_i z} + B_i e^{q_i z}) e^{i(kx - \omega t)} \quad (i=1 \dots N), \quad (1.8)$$

alakban írhatók fel, ahol $q_i = \sqrt{k^2 - \omega^2 / v_{s_i}^2}$. A peremfeltételek a réteghatárookra (d_2 -től d_N -ig) az

$$u_i(d_{i+1}) = u_{i+1}(d_{i+1}) \quad (1.9)$$

$$\mu_i \frac{\partial u_i}{\partial z} \Big|_{d_{i+1}} = \mu_{i+1} \frac{\partial u_{i+1}}{\partial z} \Big|_{d_{i+1}} \quad (1.10)$$



1.2. ábra

egyenletekkel fejezhetők ki ($i=1 \dots N-1$). Általánosságban így a

$$A_{i+1} = \frac{1}{2X_i} [A_i(1 + Z_i) + B_i X_i^2(1 - Z_i)] \quad (1.11)$$

$$B_{i+1} = \frac{1}{2X_i} [A_i(1 - Z_i) + B_i X_i^2(1 - Z_i)] \quad (1.12)$$

kifejezésre jutunk a peremfeltételek alapján, ahol

$$Z_i = \frac{\mu_i}{\mu_{i+1}} \sqrt{\frac{N_i^2 - n^2}{N_{i-1}^2 - n^2}}, \quad X_i = e^{ik_0 h_i \sqrt{N_i^2 - n^2}}, \quad N_i = \frac{v_0}{v_{s i}}, \quad n = \frac{v_0}{v_f}$$

(v_0 normáló sebesség, v_f a fázissebesség). Ezzel az eljárással végül a

$$A_{N-1}(1 + Z_{N-1}) + B_{N-1}X_{N-1}^2(1 - Z_{N-1}) = 0 \quad (1.13)$$

komplex diszperziós relációt kapjuk meg, vagy általános jelöléssel

$$F(\omega, k) = 0. \quad (1.14)$$

A diszperziós jellemzők számításának folyamata:

A számítást az alacsony frekvenciákon kezdjük egy adott ω -nál.

A Love-hullám hullámszámát (k) első közelítésként a féltérre jellemző hullámterjedési sebességgel számítjuk : $k = \omega / \beta_3$.

Ennek megfelelően a fenti formulákat alkalmazva előállíthatjuk az (1.14)-ben szereplő $F \neq 0$ mennyiséget. Ezután Newton eljárással megkeressük k azon értékét, amelyre $F=0$. Ekkor megkaptuk az adott ω -hoz tartozó k hullámszámot, amellyel a hullám fázissebességét és csoportsebességét

$$v_f(\omega) = \frac{\omega}{k}, \quad v_{cs}(\omega) = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (1.15)$$

szerint kiszámíthatjuk. Ezt a számítási folyamatot minden frekvenciára el kell végezni.

Az így meghatározott csoportsebesség adatok (vagy reciprokaikként definiált csoport lassúságok) a modellparaméterek és a frekvencia függvényei:

$$S_g^{(L)} = S_g(\mathbf{P}_{s1}^v, \omega), \quad (1.16)$$

ahol

$$\mathbf{P}_{s1}^v = \{h_1, \dots, h_{n-1}, v_{s1}, \dots, v_{sn}\}^T \quad (1.17)$$

a szeizmikus Love-hullám modellparaméterek vektora ($v_{s i}$ az i -dik rétegre jellemző tranzverzális testhullám sebesség $i=1..N$). A fent leírt eljárással ez a függvény minden paraméter és frekvencia értéknél előállítható.

1.3. Az egyenáramú VESZ geoelektromos módszer direkt feladata

Homogén, izotróp, horizontálisan rétegzett féltér felszínén a Laplace egyenlet megoldásával -figyelembe véve a határ- és peremfeltételeket- pontelektróda potenciáljának eloszlására a következő összefüggést írhatjuk fel (*Takács E., 1987*):

$$U(r, 0) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + 2 \int_0^{\infty} K(m) J_0(mr) dm \right), \quad (1.18a)$$

ahol I a rétegzett közeg felszínén $(r, 0)$ pontban elhelyezett pontelektróda áramerőssége, ρ_1 a felszíni réteg fajlagos ellenállása, r a pontelektródától mért távolság, J_0 a nulladrendű Bessel-függvény, m integrációs állandó és $K(m)$ a földtani információkat hordozó magfüggvény.

A $T(m) = \rho_1(1 + 2K(m))$ függvény bevezetésével (1.18a) az

$$U(r, 0) = \frac{I}{2\pi} \int_0^{\infty} T(m) J_0(mr) dm \quad (1.18b)$$

alakot ölti (*Ghosh, 1971*). Schlumberger elrendezésre $\rho_{as} = \frac{\pi s^2}{I} \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=s}$ (*Takács, 1987*),

amelybe az (1.18b) alapján számított potenciálgradienst behelyettesítve felírhatjuk a látszólagos fajlagos ellenállást:

$$\rho_{as}(s) = s^2 \int_0^{\infty} T(m) J_1(ms) m dm, \quad (1.19)$$

ahol s a tápelektrodák távolságának fele (*Ghosh, 1971*).

A kifejezésben szereplő improprius integrál miatt ρ_a -t közelítő módszerekkel (digitális szűrés, magfüggvény számítás) határozzuk meg.

A közelítő módszerek közül az egyik leggyakrabban alkalmazott eljárás a digitális szűrés.

A lineáris szűrők hatása konvolúciós integrállal fejezhető ki: $F(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(q) H(p-q) dq$,

ahol G a bemenő, H a szűrő függvény, és a kettő konvolúciója az F függvényre vezet.

Ghosh (1971) alapján bevezetve az $x=\ln(s)$ és $y=\ln(1/m)$ változókat, az (1.19) a következő alakra hozható:

$$\rho_{aS}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(y) \left\{ e^{2(x-y)} J_1(e^{x-y}) \right\} dy. \quad (1.20)$$

Láthatóan (1.20) konvolúciós integrál, ahol $T(y)$ a bemenő, $a(x-y) = \left\{ e^{2(x-y)} J_1(e^{x-y}) \right\}$ pedig a szűrő függvény. Ghosh (1971) és Koefoed (1979) kifejlesztették a szűrő koeficienseket, így a szűrőelmélet alapján, Schlumberger elrendezésre az elméleti görbét a szűrő- és a T függvények konvolúciójával számíthatjuk ki. Legyen a diszkrétizált szűrőfüggvény a_j . Mivel a szűrőkoeficiensek $j < -n_1$ és $j > n_2$ esetén elhanyagolhatóan kis értékűek, a konvolúció diszkrét alakja az alábbi formulára vezet (Takács, 1987):

$$\rho_{aS}(k \Delta x) = \sum_{j=-n_1}^{n_2} a_j T_{k-j},$$

ahol az a_j szűrőkoeficiensek (n_1+n_2+1) darab szűrőpont-számra adottak (n_1 és n_2 az a_0 szűrőkoeficiens jobb, illetve bal oldalára eső szűrőpontok száma). A T_l értékeket ($l=k-j$) minden l index esetén a Pekeris rekurzív formula segítségével számíthatjuk ki (Koefoed, 1979):

$$T_i = \left[T_{i+1} + \rho_i \tanh(m h_i) \right] / \left[1 + T_{i+1} \tanh(m h_i) / \rho_i \right],$$

ahol h_i és ρ_i az i -ik réteg vastagsága illetve fajlagos ellenállása ($T_n=1$).

A dolgozatban a geoelektromos vizsgálatokban Schlumberger elrendezésre Ghosh szűrőelméletét alkalmaztuk. Az előremodellezés során a látszólagos fajlagos ellenállás értékeket a rétegek geoelektromos paramétereinek függvényeként állíthatjuk elő

$$\rho_a = \rho_a(\vec{P}_e, s), \quad (1.21)$$

ahol \vec{P}_e a geoelektromos paramétereket tartalmazza,

$$\vec{P}_e = \{h_1, \dots, h_{n-1}, \rho_1, \dots, \rho_n\}^T, \quad (1.22)$$

n a rétegek száma.

2. LINEARIZÁLT SZEIZMIKUS-GEOELEKTROMOS EGYÜTTES INVERZIÓS ELJÁRÁS BEVEZETÉSE

Az inverz feladat megoldása során az adott közelítésben ismert földtani modell (startmodell) jellemzői alapján direkt feladatot oldunk meg. Az így számított adatokat összehasonlítjuk a rendelkezésre álló mérési adatokkal, és az eltérést egy alkalmasan választott függvénnyel, az ún. objektív függvénnyel jellemezzük. Az inverzió során az objektív függvény értéke határozza meg a kapott földtani modell elfogadhatóságát.

Az inverz feladat megoldását azon modellparaméterek megkeresésével határozhatjuk meg, melyeknél a számított és mért adatrendszerek eltérése alapján számított skalár, vagyis az objektív függvény értéke minimális. Ebben a megközelítésben az inverziót optimalizációs eljárásaként értelmezhetjük.

Az objektív függvény minimumhelyét kereső optimalizációs eljárások az elméleti modell módosítását addig folytatják, amíg az objektív függvény, vagyis a mért és számított adatok közti eltérés egy adott érték alá nem csökken.

A geofizikai inverzió során diszkrét adatokat kezelünk, így célszerű az adatokat oszlopvektorként kezelni. N számú mérési adatunkat helyezük el egy oszlopvektorban:

$$\bar{a} = \{a_1, \dots, a_N\}^T, \quad (2.1)$$

a modell paramétereit pedig

$$\bar{p} = \{p_1, \dots, p_M\}^T \quad (2.2)$$

vektor jelölje.

A modellparaméterek és a számított adatok közti kapcsolatot modelltörvénynek nevezzük. A legtöbb esetben ez az összefüggés bonyolult, \bar{a} és \bar{p} több implicit egyenlet által hozható kapcsolatba. A geofizikai problémákban általában nem jellemző a lineáris kapcsolat, így az

$$\bar{f}(\bar{a}, \bar{p}) = 0 = \bar{a}^{SZ} - \bar{g}(\bar{p}) \quad (2.3)$$

összefüggést vesszük alapul, ahol \bar{g} , az előremodellezés operátora a paraméterek nemlineáris függvénye. A mért és a számított adatok eltérésvektora segítségével felírhatjuk az objektív függvényt,

$$\Phi = \Phi(\bar{e}) = \Phi(\bar{a}^m - \bar{a}^{sz}) = \Phi(\bar{a}^m - \bar{g}(\bar{p})) \quad . \quad (2.4)$$

amely az eltérésvektor egy alkalmasan választott normájaként adható meg. Az általános L_p norma szerint

$$\Phi = \|\bar{e}\|_p = \left[\sum_{i=1}^N |e_i|^p \right]^{1/p}, \quad (2.5)$$

amelyből a gyakran alkalmazott L_2 normanégyszert és L_1 norma objektív függvénye

$$\Phi = E = \|\bar{e}\|_2^2 = \bar{e}^T \bar{e} = \sum_{i=1}^N e_i^2, \quad (2.6)$$

$$\Phi = \|\bar{e}\|_1 = \sum_{i=1}^N |e_i| \quad (2.7)$$

képletekkel fejezhető ki.

Az inverziós eljárásokat az optimális modell megkeresésére alkalmazott optimalizációs algoritmusuk szerint osztályozhatjuk. Az inverziós módszerek egyik csoportját a *linearizált eljárások* alkotják, amelyek gyorsaságuk miatt kedvelt és gyakran alkalmazott módszerek. Ezen eljárások a nemlineáris feladat megoldására lokális linearizációt alkalmaznak, vagyis a problémát iteratív úton visszavezetik lineáris inverz feladatra.

Az inverziós eljárások másik osztályába sorolható az '*enumeratív*' (*grid search*) séma, ahol a nagy kiterjedésű modell térben egy megfelelően meghatározott rácsot veszünk fel, amelynek minden pontját egymás után megvizsgálja az eljárás. Mivel a megvizsgálandó modell térbeli rácpontok száma igen nagy, ez rendkívül számítási idő igényes feladatot jelent, a módszert nem sorolhatjuk a praktikus megoldások közé.

A kompromisszumot a linearizálás és az enumeratív keresés között azok a módszerek jelentik, amelyek véletlenszerű keresést és a paraméterváltoztatásra valószínűségelméleti szabályt alkalmaznak.

A *Monte-Carlo eljárások* a modell térben véletlenszerű keresést hajtanak végre, így az előző csoporthoz képest jelentősen csökken a modell térbeli mintavételi pontok száma. A Monte-Carlo módszerek továbbfejlesztett változata az irányított Monte-Carlo módszerek csoportja, amely a *globális optimalizációs eljárásokat* (Simulated Annealing (SA), Genetikus Algoritmus (GA)) foglalja magába (Sen és Stoffa, 1997).

A globális optimalizációs módszerek jelentős előnye, hogy a minimumhelykeresés során lehetővé teszik az objektív függvény nagyszámú lokális minimumaiból való kiszabadulást. A következőkben áttekintjük a dolgozatban alkalmazott fontosabb inverziós eljárásokat és általánosított objektív függvényt, valamint ennek minimalizálásával linearizált együttes inverziós eljárást vezetünk be.

2.1. Linearizált geofizikai inverziós módszerek

Ha a paraméterek kezdeti becslését $\mathbf{p}^{(0)}$ tartalmazza, a (2.3)-ból származó

$$\bar{\mathbf{a}}^{(sz)} = \bar{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{p}}) \quad (2.8)$$

formulát Taylor-sorba fejthetjük a $\mathbf{p} = \mathbf{p}^{(0)}$ helyen:

$$\mathbf{a}_i^{sz} = \mathbf{g}_i(\bar{\mathbf{p}}) = \mathbf{a}_i^{(0)} + \sum_{k=1}^M \left(\frac{\partial \mathbf{a}_i^{sz}}{\partial \mathbf{p}_k} \right)_{\mathbf{p}^{(0)}} (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_k^{(0)}) \quad , \quad (2.9)$$

ahol $\mathbf{a}_i^{(0)} = \mathbf{g}_i(\mathbf{p}^{(0)})$, és $i=1 \dots N$.

Lineáris közelítéssel élve az egyenletben elhanyagoltuk a sorfejtés magasabb rendű tagjait.

Bevezetve a $\mathbf{G}_{ik} = \left(\frac{\partial \mathbf{a}_i^{sz}}{\partial \mathbf{p}_k} \right)_{\bar{\mathbf{p}}=\bar{\mathbf{p}}^{(0)}}$ mátrixot és a $(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_k^{(0)}) = \mathbf{P}_k$, illetve $\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{a}}^{sz} - \bar{\mathbf{a}}^{(0)}$

vektorokat, a (2.8) egyenlet linearizált alakját kapjuk

$$\bar{\underline{\underline{A}}} = \underline{\underline{G}} \bar{\underline{\underline{P}}} \quad .$$

2.1.1. A legkisebb négyzetek elve szerinti megoldás (LSQ)

A lineáris inverz problémát igen gyakran a legkisebb négyzetek módszerével oldjuk meg (Menke, 1984).

A (2.4) szerint definiált hibavektor elemeit felírva a következő kifejezést kapjuk:

$$e_i = a_i^m - a_i^{sz} = a_i^m - a_i^{(0)} - \sum_{k=1}^M G_{ik} P_k = A_i - \sum_{k=1}^M G_{ik} P_k$$

vagy vektor alakban

$$\bar{\underline{\underline{e}}} = \bar{\underline{\underline{a}}} - \bar{\underline{\underline{a}}}^{sz} = \bar{\underline{\underline{A}}} - \underline{\underline{G}} \bar{\underline{\underline{P}}} \quad , \quad (2.10)$$

Az objektív függvényt (2.6) alapján vesszük fel, és minimalizáljuk a paramétereltérésvektor elemeire nézve:

$$\frac{\partial E}{\partial P_k} = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (2.11)$$

A fenti egyenletrendszer levezetésével az ismert

$$\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{G}} \bar{\underline{\underline{P}}} = \underline{\underline{G}}^T \bar{\underline{\underline{A}}} \quad (2.12)$$

kifejezésre jutunk (Menke, 1984), illetve, ha $(\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{G}})^{-1}$ inverzmátrix létezik,

$$\bar{\underline{\underline{P}}} = (\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{G}})^{-1} \underline{\underline{G}}^T \bar{\underline{\underline{A}}} \quad . \quad (2.13)$$

(2.13) megoldásával iteratív eljárást definiálhatunk, ahol az új modellparaméter-vektort

$$\bar{\underline{\underline{p}}} = \bar{\underline{\underline{p}}}^{(0)} + \bar{\underline{\underline{P}}} \quad , \quad (2.14)$$

szerint állítjuk elő.

2.1.2. A csillapított legkisebb négyzetek elve (Marquardt-Levenberg módszer)

Gyakori a geofizikai inverzióban, hogy bár lehetséges a meghatározandó paraméterek számát meghaladó adatrendszer gyűjtése, mégis van olyan paraméter, melyre nézve nincs elég információ az adatrendszerben. Ilyenkor kevert határozottságú inverz feladatról beszélhetünk, ugyanis egyes ismeretlenekre nézve a probléma alulhatározott, másokra túlhatározott.

A megoldás itt is a hibavektor normájának minimalizálásán alapul, és az alulhatározott jellegnek megfelelően adódó végtelen számú megoldásból a paraméter korrekcióvektor minimalizálásával választjuk ki az egyértelmű megoldást.

A minimalizálandó objektív függvény:

$$\phi = \|\underline{\underline{\vec{A}}} - \underline{\underline{\mathbf{G}}} \underline{\underline{\vec{P}}}\|^2 + \lambda^2 \|\underline{\underline{\vec{P}}}\|^2 = (\underline{\underline{\vec{A}}} - \underline{\underline{\mathbf{G}}} \underline{\underline{\vec{P}}})^T (\underline{\underline{\vec{A}}} - \underline{\underline{\mathbf{G}}} \underline{\underline{\vec{P}}}) + \lambda^2 \underline{\underline{\vec{P}}}^T \underline{\underline{\vec{P}}} \quad , \quad (2.15)$$

ahol λ csillapítási faktor egy alkalmasan választott kicsiny szám.

A minimalizálás elvégzésével a

$$\left(\underline{\underline{\mathbf{G}}}^T \underline{\underline{\mathbf{G}}} + \lambda^2 \underline{\underline{\mathbf{I}}} \right) \underline{\underline{\vec{P}}} = \underline{\underline{\mathbf{G}}}^T \underline{\underline{\vec{A}}} \quad (2.16)$$

egyenletrendszert kapjuk eredményül. (*Lines és Treitel, 1984*).

Az algoritmus csillapítja az oszcillációs jellegű változásokat, illetve a $\underline{\underline{\mathbf{G}}}^T \underline{\underline{\mathbf{G}}}$ mátrix sajátértékeit is megnöveli a λ^2 csillapítási tényezővel.

2.1.3. A legkisebb abszolút értékek elve az iteratív újrásúlyozás módszerével (LAD-IRLS)

Az L_2 norma minimalizálásán alapuló inverziós eljárás akkor vezet optimális paraméterbecslésre, ha a mérési hibák Gauss statisztikát követnek. Ez gyakran nem teljesül. A gyakorlati alkalmazások során (pl. az előforduló kiugró adatok vagy outlierok miatt) az előbbinél "szélesebb szárnyú" eloszlást kell feltételeznünk. Erre az egyik leggyakrabban feltételezett példa az egyszerű exponenciális eloszlás (*Menke, 1984*), amelynél az eltérésvektor L_1 normájának megfelelő objektív függvény (2.7) minimalizálása vezet optimális becslésre.

Ilyen esetekben az ún. robusztus inverziós eljárásokat alkalmazzák, ezek között a legelterjedtebb az eltérésvektor L_1 normájának minimalizálásán alapul (LAD inverziós

eljárás - Least Absolute Deviation). A (2.7) objektív függvényt \vec{P} értékei szerint minimalizálva a

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} = \frac{\partial}{\partial P_1} \left(\sum_{i=1}^N \left| A_i - \sum_{k=1}^M G_{ik} P_k \right| \right) = 0, \quad i=1 \dots M \quad (2.17)$$

egyenletrendszer állíthatjuk fel. Elvégezve a műveleteket, a

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_1} = - \sum_{i=1}^N \text{sgn}(e_i) \sum_{k=1}^M G_{ik} \delta_{kl} = - \sum_{i=1}^N \frac{1}{|e_i|} \left(A_i - \sum_{k=1}^M G_{ik} P_k \right) G_{il} = 0 \quad (2.18)$$

egyenleteket kapjuk. Bevezetve az $R_{ii} = 1/|e_i|$ diagonális súlymátrixot, (2.18) a

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M G_{ik} R_{ii} G_{il} P_k = \sum_{i=1}^N G_{il} R_{ii} A_i \quad (2.19)$$

alakra hozható, vagy mátrix alakban

$$\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}} \underline{\underline{G}} \vec{P} = \underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}} \vec{A} \quad (2.20)$$

(Scales et al. 1988), ahol

$$\underline{\underline{R}} = \text{diag} \left\{ \left\{ 1/|e_i| \right\} \right\}, \quad i=1 \dots N \quad (2.21)$$

Az eredményül kapott egyenletrendszer nem lineáris. Az iteratív újrásúlyozás módszerével (IRLS - Iteratively Reweighted Least Squares) a nemlineáris egyenletrendszer megoldásánál felmerülő numerikus problémákat megkerülhetjük. Ez a gyakorlatban az L_1 normán alapuló LAD inverziós eljárás esetén kap jelentőséget.

Az eljárás lényege, hogy az első iterációhoz az L_2 normának megfelelő megoldást határozzuk meg, majd a következő lépések mindegyikében

$$e_i^{(0)} = \left| A_i - \sum_{k=1}^M G_{ik} P_k \right| \quad (2.22)$$

eltéréssel bevezetett $\underline{\underline{R}}^{(0)} = \text{diag} \left\{ \left\{ 1/|e_i^{(0)}| \right\} \right\}$ súlymátrixot a megelőző iterációból származó adatokkal számítjuk. Így a

$$\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}}^{(0)} \underline{\underline{G}} \underline{\underline{P}} = \underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}}^{(0)} \underline{\underline{A}} . \quad (2.23)$$

lineáris egyenletrendszerre jutunk. A j-ik iteráció jellemző lépése

$$\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}}^{(j-1)} \underline{\underline{G}} \underline{\underline{P}} = \underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}}^{(j-1)} \underline{\underline{A}} . \quad (2.24)$$

Így minden iterációnál (2.12) lineáris egyenletrendszer súlyozott alakját kell megoldani $\underline{\underline{W}} = \underline{\underline{R}}^{(j-1)}$ súlymátrix alkalmazásával. Az eljárást addig folytatjuk, amíg egy alkalmasan megválasztott stopkritérium nem teljesül.

Az L_1 normát minimalizáló eljárások általában kevésbé érzékenyek a kiugró adatokra. Így a kiugró adatokat is tartalmazó adatrendszer inverziója esetén jóval kedvezőbb eredményt kapunk, mint az L_2 norma minimalizálásával.

2.1.4. A paraméterbecslés minőségének jellemzése

A későbbi fejezetekben bemutatásra kerülő inverziós vizsgálatokban a paraméterbecslés minőségének jellemzésére az alábbiakban definiált tényezőket alkalmazom.

Mivel a mérési adatrendszer minden esetben tartalmaz zajt, az inverzió során ez az adattérből a paraméterterbe képződik le, és a becsült modellparaméterek csak bizonyos pontossággal határozhatók meg.

Ha élünk azzal a feltételezéssel, hogy az adatok korrelálatlanok, és szórásnégyzetük egyenlően σ_a^2 , vagyis az adattérbeli kovariancia mátrix a $[\text{cov } \underline{\underline{a}}] = \sigma_a^2 \underline{\underline{I}}$ alakban írható fel, a linearizált eljárásokra (ahol általában a becsült paramétereket $\underline{\underline{p}}^{\text{est}} = \underline{\underline{M}} \underline{\underline{a}} + \underline{\underline{v}}$ alakban adhatjuk meg), a kovariancia mátrixot a $[\text{cov } \underline{\underline{p}}] = \underline{\underline{M}} [\text{cov } \underline{\underline{a}}] \underline{\underline{M}}^T$ képletnek megfelelően származtathatjuk (Menke, 1984). Így pl. a legkisebb négyzetek (LSQ) elve alapján a kovariancia mátrixot a

$$[\text{cov } \underline{\underline{p}}] = \sigma_a^2 \left[\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{G}} \right]^{-1} \quad (2.25)$$

kifejezésnek megfelelően számíthatjuk (Salát et al. 1982, Menke 1984).

A COV mátrix diagonális elemei a modellparaméterek varianciáit határozzák meg, a többi elem segítségével pedig a paraméterek egymással való korrelációját számíthatjuk ki:

$$\text{COR}_{ij} = \frac{\text{COV}_{ij}}{\sqrt{\text{COV}_{ii} \text{COV}_{jj}}} \quad (2.26)$$

A paraméterek közötti kapcsolatok szorosságát jelző korrelációs mátrix elemei -1 és +1 határok közötti értékeket vehetnek fel. Ha két paraméter korrelációja zérus, a paraméterek nem függenek egymástól, egyéb esetben nem tekinthetők független változóknak. Ha a korrelációs együttható (± 1)-hez közeli, a két paraméter szorosan összefügg, az együttható (± 1) értéke pedig függvényszerű kapcsolatot jelez.

A korrelációs mátrix skaláris jellemzésére a korrelációs átlagot

$$T = \frac{1}{M(M-1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M (|\text{COR}_{ij}| - \delta_{ij}) \quad (2.27)$$

alkalmazzuk.

A numerikus vizsgálatok céljából definiáljuk még az adattérbeli relatív távolság

$$E = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{Y_j^{\text{obs}} - Y_j^{\text{calc}}}{Y_j^{\text{obs}}} \right)^2} \quad (2.28)$$

jellemzésére szolgáló mennyiséget. Mivel numerikus vizsgálatokban ismert az egzakt modell, így minden iterációban tekinthetjük az attól való modelltérbeli távolságot

$$D^{(i)} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left(\frac{P_j^{\text{egzakt}} - P_j^{\text{közelített}}}{P_j^{\text{egzakt}}} \right)^2} \quad (2.29)$$

A nemlineáris inverziós folyamat konvergenciájára jellemző menységként két egymás utáni iterációban kapott modell közötti távolságot, a "modellkorrekciót" is célszerű figyelni:

$$d^{(i)} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left(\frac{P_j^{(i)} - P_j^{(i-1)}}{P_j^{(i-1)}} \right)^2}. \quad (2.30)$$

A modell térben, illetve az adattérben definiált távolságokat mind az LSQ mind pedig a LAD inverziós vizsgálataink során alkalmazzuk. A kovariancia mátrix (2.25) kifejezését (és ennek megfelelően a (2.26) korrelációs elemeket) csupán az LSQ inverziós eredmények jellemzésére használhatjuk. A robusztus inverzió keretében a kovariancia mátrix általánosítása válik szükségessé (Steiner, 1997). Az erre vonatkozó program kifejlesztését együttes inverziós kutatásaink egy későbbi szakaszában tervezzük.

2.2. Egyenáramú geoelektromos-, szeizmikus refrakciós- és diszperziós adatok linearizált együttes inverziójának algoritmus

A független -egy geofizikai módszeren alapuló- inverzió során gyakran lép fel numerikus instabilitási probléma, amely a feladat kevert határozottságából adódik, vagyis a probléma bizonyos paraméterek vonatkozásában alulhatározott, más paraméterekre pedig túlhatározott.

A numerikus instabilitás kezelésére (regularizáció) alapvetően kétféle eljárást alkalmazunk. Gyakran felhasználjuk a 2.1.2. fejezetben részletesen ismertetett Marquardt-Levenberg módszert a stabilitás növelésére, numerikus úton történő regularizációként. Az eljárás során nagymértékű bizonytalanság esetén nagyobb csillapítási tényező mellett kaphatunk stabil megoldást, amely viszont egyre kevésbé illeszkedik eredeti problémánkhoz. Az ilyen és hasonló numerikus regularizációs eljárások helyett célszerűbb fizikai regularizációt alkalmazni, ahol több geofizikai módszer mérési adatrendszerét vonjuk be ugyanazon inverziós eljárásba, a különböző adatrendszerekből számított adatokat egy adatrendszerként dolgozva fel. Ez az eljárás az együttes inverzió, mellyel a numerikus problémák hatékonyan csökkenthetők.

A különböző geofizikai módszerekből származó mérési adatrendszereket akkor egyesíthetjük együttes inverziós eljárásban, ha az egyes módszereknél a direkt probléma leírásában szereplő paraméterek egy része két (vagy több) adatrendszer meghatározásában is szerepet játszik. Feltételezve, hogy a különböző módszerek szempontjából a réteghatárok megegyeznek, a rétegvastagság paraméterek gyakran jelentik a kapcsolatot,

melyen keresztül a különböző (fizikailag független) adatrendszernek egybekapcsolódnak az inverzió során.

A geofizikai együttes inverziót *Vozoff és Jupp (1975)* vezette be MT és egyenáramú geoelektromos adatokra vonatkozóan. *Lines, Schultz és Treitel (1987)* reflexiós-, szónikus szelvényezési, VSP és gravitációs adatok joint inverzióját valósította meg. Bányabeli mérések VSP és geoelektromos adatainak joint inverzióját *Dobróka et al. (1991)* dolgozták ki. *Hering et al. (1995)* felületi Rayleigh- és Love- típusú hullám, valamint egyenáramú geoelektromos joint inverziós algoritmusát fejlesztették ki.

Mivel a felszínközeli szerkezetek kutatásában a refrakciós szeizmikus módszer igen fontos szerepet játszik, kézenfekvő a *Hering et al. (1995)* által kidolgozott együttes inverziós eljárást továbbfejleszteni refrakciós adatok bevonásával. A következőkben *Vozoff és Jupp (1975)*, valamint a *Dobróka et al. (1991)* által bemutatott eljárást követve DC geoelektromos-, szeizmikus refrakciós- és Love diszperziós adatok együttes inverziójára szolgáló algoritmusára teszünk javaslatot. Az eljárást együttes általánosított objektív függvény minimalizálásán keresztül vezetjük be.

Az együttes inverziós eljárás szükségessé teszi a különböző módszerekkel mért adatok, illetve a módszerekhez tartozó válaszfüggvények egyesítését.

Ennek megvalósítása érdekében vezessük be a kombinált modellparaméter vektort,

$$\bar{\mathbf{P}} = \{h_1, \dots, h_{n-1}, \rho_1, \dots, \rho_n, v_{p1}, \dots, v_{pn}, v_{s1}, \dots, v_{sn}\}^T \quad (2.31)$$

(ahol ρ_i a fajlagos ellenállást, v_p a longitudinális, illetve v_s a transzverzális testhullám sebességet jelöli), illetve definiáljuk a mérési adatok egyesített vektorát

$$\bar{\mathbf{Y}}^{\text{obs}} = \{\rho_{a1}, \dots, \rho_{aN_1}, t_1, \dots, t_{N_2}, S_{g1}, \dots, S_{gN_3}\}^T \quad (2.32)$$

formában, ahol ρ_{ai} látszólagos fajlagos ellenállásokat, t_i refrakciós futási időket, S_{gi} csoport lassúságokat jelöl és N_1 a VESZ mérési pontok száma, N_2 a refrakciós észlelési pontok száma, N_3 azon frekvenciapontok száma, amelyeknél a diszperziós (Love-hullám) adatok ismertek. Így az adatok teljes száma $N = N_1 + N_2 + N_3$.

(2.32) adatvektorral azonos szerkezetben felírhatjuk a joint inverziós válaszfüggvények egyesített alakját:

$$Y_i^{\text{calc}} = Y(\bar{\mathbf{P}}, s_i) = \begin{cases} \rho_a(\bar{\mathbf{P}}_e, r_i) & \text{ha } i \leq N_1 \\ t(\bar{\mathbf{P}}_{sr}, x_i) & \text{ha } N_1 < i \leq N_1 + N_2 \\ S_g(\bar{\mathbf{P}}_{s1}, \omega_i) & \text{ha } N_1 + N_2 < i < N_1 + N_2 + N_3 \end{cases} \quad (2.33)$$

ahol r_i geoelektromos vizsgálatokban az s_i elektródatávolságot, refrakciós módszer alkalmazásakor az x_i forrástól való távolságot, Love-hullám inverziós vizsgálatokban az ω_i frekvenciát jelenti. A $t(\bar{\mathbf{P}}_{sr}, x_i)$ adatokat az (1.6), az $S_g(\bar{\mathbf{P}}_{s1}, \omega_i)$ lassúságokat az (1.16), illetve a $\rho_a(\bar{\mathbf{P}}_e, s_i)$ mennyiségeket az (1.21) formulában jelölt módon számítjuk.

A (2.33) válaszegyenletekben megadott függvények a modellparaméterek nemlineáris függvényei. Ha a paraméterek kezdeti becslését $\bar{\mathbf{P}}_0$ tartalmazza, a válaszfüggvényt sorba fejtve $\bar{\mathbf{P}}_0$ körül, lineáris közelítéssel élve

$$Y_i^{\text{calc}} = Y_i^{(0)} + \sum_{j=1}^M \left(\frac{\partial Y_i^{\text{calc}}}{\partial P_j} \right)_{\bar{\mathbf{P}}=\bar{\mathbf{P}}^{(0)}} \delta P_j, \quad ,$$

ahol M a modellparaméterek száma és $Y_i^{(0)} = Y(\bar{\mathbf{P}}^{(0)}, s_i)$. A mért, illetve a számított adatok különbségeként felírható a linearizált eltérésvektor $\bar{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{Y}}^{\text{obs}} - \bar{\mathbf{Y}}^{\text{calc}}$.

Mivel különböző nagyságrendű és dimenziójú adatokat kezelünk együtt, célszerű az

$$\bar{\mathbf{f}} = \frac{\bar{\mathbf{e}}}{\bar{\mathbf{Y}}^{(0)}}$$

relatív eltérésvektort bevezetni, vagy másként

$$\bar{\mathbf{f}} = \bar{\mathbf{y}} - \underline{\underline{\mathbf{G}}} \bar{\mathbf{x}} \quad (2.34)$$

(Dobróka et al., 1991), ahol

$$y_i = \frac{Y_i^{\text{obs}} - Y_i^{(0)}}{Y_i^{(0)}}, \quad x_i = \frac{\delta P_j}{P_j^{(0)}}, \quad G_{ij} = \frac{P_j^{(0)}}{Y_i^{(0)}} \left(\frac{\partial Y_i^{\text{calc}}}{\partial P_j} \right)_{\bar{\mathbf{P}}^{(0)}}.$$

Gyakorlati példánál a relatív eltérésvektor nem zérusvektor, emiatt a probléma egyenletrendszere ellentmondó. Ez nem jelenti azt, hogy az inverz probléma nem oldható

meg. Számos megoldás létezik, melyek általában az eltérésvektor valamely normájának minimalizálásán alapulnak.

2.2.1. Általánosított linearizált IRLS inverziós algoritmus bevezetése

Kevert határozottságú inverz feladatok megoldása esetén kézenfekvő olyan általánosított IRLS algoritmus bevezetése, amely egyrészt visszaadja a 2.1. irodalmi áttekintésben szereplő ismert eljárásokat (LSQ, Marquardt-Levenberg, LAD), másrészt az algoritmus jellemző paramétereinek alkalmas megválasztásával újabb inverziós eljárásokra vezet.

Egészítsük ki az eltérésvektor L_p normájaként felvett objektív függvényt a paraméterkorrekció vektor valamely q normájának konstansszorosával:

$$\Phi = \|\bar{\mathbf{e}}\|_p + \lambda^2 \|\bar{\mathbf{P}}\|_q = \sum_{i=1}^N \left| A_i - \sum_{k=1}^M G_{ik} P_k \right|^p + \lambda^2 \sum_{k=1}^M |P_k|^q \quad (2.35)$$

A minimalizálás során (2.18)-at megfelelően kiegészítve és az $\mathbf{R}_{is}^* = |e_i|^{p-2} \delta_{is}$ súlymátrixot alkalmazva

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial P_l} &= -p \sum_{i=1}^N R_{ii}^* \left(A_i - \sum_{k=1}^M G_{ik} P_k \right) G_{il} + q \lambda^2 \sum_{s=1}^M |P_s|^{q-1} \operatorname{sgn}(P_s) \delta_{sl} = \\ &= -p \sum_{i=1}^N R_{ii}^* \left(G_{il} A_i - \sum_{k=1}^M G_{ik} G_{il} P_k \right) + q \lambda^2 \sum_{s=1}^M |P_s|^{q-2} P_s \delta_{sl} = 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

egyenletrendszert kapjuk, amely $\mathbf{W}_{sl}^* = |P_s|^{q-2} \delta_{sl}$ diagonális súlymátrix bevezetésével a

$$\left(\underline{\underline{\mathbf{G}}}^T \underline{\underline{\mathbf{R}}}^* \underline{\underline{\mathbf{G}}} + \frac{q \lambda^2}{p} \underline{\underline{\mathbf{W}}}^* \right) \bar{\mathbf{P}} = \underline{\underline{\mathbf{G}}}^T \underline{\underline{\mathbf{R}}}^* \bar{\mathbf{A}} \quad (2.37)$$

nemlineáris egyenletrendszerre vezet, ahol

$$\underline{\underline{W}}^* = \text{diag}\left\{\left\{\left|P_k\right|^{q-2}\right\}\right\}, \quad k=1\dots M. \quad (2.38)$$

Az egyenletrendszert az előzőekhez hasonlóan az iteratív újrásúlyozás módszerével oldjuk meg, ahol a tipikus j-ik lépés

$$\left(\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}}^{(j-1)} \underline{\underline{G}} + \lambda^2 \underline{\underline{I}}\right) \underline{\underline{P}} = \underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}}^{(j-1)} \underline{\underline{A}} \quad (2.39)$$

alakban fejezhető ki.

Speciális esetben q és p értékét 2-nek választva, amikor is a paramétervektor L_2 normanégyszetének konstansszorosát adjuk (2.6)-hoz, $\underline{\underline{W}}^*$ és $\underline{\underline{R}}^*$ súlymátrix $\underline{\underline{I}}$ egységmátrix-szal lesz egyenlő (IRLS eljárás tehát nem szükséges), így (2.37) a

$$\left(\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{G}} + \lambda^2 \underline{\underline{I}}\right) \underline{\underline{P}} = \underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{A}} \quad (2.40)$$

alakra hozható. Az egyes iterációs lépésekben megoldandó egyenletrendszer $\lambda = 0$ esetben az LSQ algoritmus (2.12), $\lambda \neq 0$ választással a Marquardt-Levenberg módszer (2.16) normálegyenletrendszerével egyezik meg.

A $p=1$, $q=0$ speciális esetben a LAD-IRLS együttes inverziós eljárást kapjuk vissza a (2.37)-ben definiált általános algoritmus alapján. A $p=1$, $q=2$ és a $p=1$, $q=1$ paraméterválasztással két új, a LAD-IRLS együttes inverziós módszer további általánosításának tekinthető eljárásra jutunk. A $p=1$, $q=2$ esetben (LAD₂-IRLS) a paraméterkorrekció vektor L_2 normája szerint csillapított legkisebb abszolútértékek módszeréről beszélhetünk. Ekkor (2.37) szerint

$$\left(\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}} \underline{\underline{G}} + 2 \lambda^2 \underline{\underline{I}}\right) \underline{\underline{P}} = \underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}} \underline{\underline{A}}, \quad (2.41)$$

az iterációs eljárás (IRLS) tipikus lépése.

A $p=1$, $q=1$ szerint előállítható (LAD₁-IRLS) eljárásban a paraméterkorrekció vektor L_1 normája szerint csillapított legkisebb abszolútértékek módszeréről beszélhetünk. Ekkor (2.37) a

$$\left(\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}}^* \underline{\underline{G}} + \lambda^2 \underline{\underline{W}}^*\right) \underline{\underline{P}} = \underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{R}}^* \underline{\underline{A}} \quad (2.42)$$

alakban a paramétertérben

$$\underline{\underline{W}}^* = \text{diag}\left\{\left\{1/|P_k|\right\}\right\}, \quad k = 1..M, \quad (2.43)$$

szerint definiált súlymátrix mellett érvényes.

A λ csillapító faktor bevezetése az esetleges enyhén oszcilláló görbék esetében kedvező változásokat okoz. A megfelelően megválasztott csillapító faktor kedvezően befolyásolja a mátrix determinánsát az egyenletrendszer megoldásánál, és így stabilabbá teszi az eljárást.

Az itt bevezetett általános IRLS együttes inverziós eljárást a későbbiekben numerikusan és in-situ adatok segítségével teszteljük. Mivel a szakirodalomban leginkább a Marquardt- illetve a LAD-IRLS eljárás nyert alkalmazást, az összehasonlíthatóság (de főképpen az értekezés terjedelmi korlátai) miatt tesztvizsgálatainkat e két határesetre ($p=q=2$), illetve ($p=1, q=0$) végezzük.

2.3. Az eredmények értékelése

Ebben a fejezetben általánosított objektív függvényt vezetünk be, amelyben az adattérbeli linearizált eltérésvektor L_p normáját a paraméterkorrekció vektor L_q normájának λ^2 konstansszorosával egészítettük ki. Az (adat) eltérésvektort és benne az adatvektort, valamint a válaszegyenleteket is az együttes inverzióban célszerű kombinált vektorokként vettük fel és dimenzionális okokból normálást is alkalmaztunk. Az így előállított objektív függvény minimalizálásával definiált általános együttes inverziós IRLS eljárás speciális esetekben a hagyományos LSQ, Marquardt, LAD-IRLS módszereket adja vissza, illetve két új együttes inverziós eljárásra (LAD_2 -IRLS, LAD_1 -IRLS) vezet.

3. A LINEARIZÁLT EGYÜTTES INVERZIÓS ALGORITMUS ALKALMAZÁSA

3.1. Szintetikus adatrendszerek létrehozása

A független és együttes inverziós eljárások szintetikus adatokon való tesztelése a 3.1.a. táblázatban látható háromréteges modellen történt mind a linearizált, mind a globális inverziós eljárások vonatkozásában.

rétegvastagság [m]	S-hullám sebesség [m/s]	P-hullám sebesség [m/s]	fajlagos ellenállás [ohmm]
3.0	450	700	10
6.0	660	1500	50
féltér	900	2300	100

3.1.a. táblázat. Az egzakt modell

rétegvastagság [m]	S- hullám sebesség [m/s]	P- hullám sebesség [m/s]	fajlagos ellenállás [ohmm]
5	650	500	15
7	800	1300	40
féltér	1000	2000	105

3.1.b. táblázat. A startmodell

Az egyenáramú VESZ elméleti adatait Schlumberger elrendezés szerint, 27 logaritmikusan egyenközű pontban állítottam elő, míg a refrakciós futási időket 50 pontban 1 méteres geofontávolsággal számítottam, ahol az első geofon távolsága a forrástól 5 m volt. A Love-típusú felületi hullám csoportsebességeket 1 Hz-enként állítottam elő 10-140 Hz intervallumban.

A mérési adatok szimulálása érdekében háromféle, egyre növekvő zajjal terhelt adatrendszereket hoztam létre. Először 1 %-os véletlenszerű Gauss eloszlású zajjal terheltem az adatrendszereket (a továbbiakban **(A)**-típusú adatrendszerek). A méréseknél előforduló, az adatrendszerhez nem illeszkedő ún. kiugró adatok modellezése céljából olyan adatrendszereket is létrehoztam, melyekben az adatok véletlenszerűen kiválasztott 25%-ához további, az alapzaj 20-szorosának megfelelő zajt adtunk. Ennek megfelelően **(B)** esetben az 1%-os Gauss zajjal terhelt adatrendszer véletlenszerűen kiválasztott 1/4-éhez további 20% zajt kevertem. A **(C)** típus esetében az adatrendszer 5%-os zajt hordoz, és az

adatok véletlenszerűen kiválasztott 1/4-e 100%-os extra zajt kapott. Az inverziós eljárásokat a 3.1.b. táblázatban látható startmodellről indítottam. A tesztelést a 2.2.1.-ben bevezetett általánosított IRLS eljárás különböző speciális eseteiben végeztem el, p és q paraméterek megfelelő értékeinek megválasztása mellett.

A különböző inverziós eljárások tesztelésére az általam fejlesztett programban a Love felületi hullám diszperziós relációjának megoldására az Ahmed Amran által kifejlesztett szubrutint alkalmaztam. Köszönetemet -amelyet úgy is kifejeztem, hogy a szubrutin szerzőjét az 1995-ben megjelent *Kis, Amran* együttes inverziós eredményeket tartalmazó cikk társszerzőjéül kértem fel- ezúton ismételten kinyilvánítom.

3.2. Az LSQ inverzió eredményei

E részfejezetben a Marquardt-Levenberg módszerét megvalósító ($p=2$, $q=2$) független és együttes inverziós algoritmus vizsgálatát mutatom be az előző pontban meghatározott (A), (B) és (C) típusú hibákat tartalmazó refrakciós menetidő-, Love felületi hullám diszperziós és egyenáramú VESZ adatok felhasználásával.

3.2.1. 1%-os Gauss-hibával terhelt adatrendszerek LSQ inverziója

Az (A) típusú hibákat tartalmazó adatrendszereken történt vizsgálatok során kiindulásul egyenáramú geoelektromos adatok független inverziójának eredményeit mutatom be, majd ezen független inverziós paraméterbecsléseket összehasonlítom a két geofizikai módszeren alapuló geoelektromos-refrakciós együttes inverzió eredményeivel. Ezután bemutatom, hogy hogyan javul a két módszeren alapuló együttes inverzió paraméterbecslése, ha -felületi Love-hullám diszperziós- harmadik módszert is alkalmazok az együttes inverziós vizsgálatok során.

3.2.1.1. A független geoelektromos inverzió eredményei

A független geoelektromos inverzió eredményeit a 3.2.a-c. táblázatok tartalmazzák.

A becsült paraméterek varianciáira ρ_1 és ρ_3 kivételével igen magas értékeket kaptunk. Ennek megfelelően ρ_1 és ρ_3 paraméterek becslése volt a legpontosabb. Ez jól

látszik a 3.1. ábrán is, ahol a paraméterek közötti kapcsolatok erősségét, vagyis a korrelációs mátrix elemek abszolút értékeit figyelhetjük meg. Az ábrából kitűnik, hogy a paraméterek függőségére általánosan nagyobb értékeket kaptunk. A nagyobb variancia értékekkel analóg módon h_1 , h_2 és ρ_2 korrelációs értékeire 0.8-nál magasabb, szoros kapcsolatot jelző értékek jelentkeztek. (A paraméterbecslés hibáját a varianciákból számított %-os hibaként adom meg a táblázatokban. Az egyszerűbb megjelölés miatt ezt a mennyiséget a továbbiakban mint "varianciát" tüntetem fel, és így is említem.)

	A becült modell paraméterei	Variancia [%]	A célmodell paraméterei
h_1 [m]	2.85	6.71	3
h_2 [m]	4.30	17.75	6
ρ_1 [Ωm]	10.02	0.60	10
ρ_2 [Ωm]	38.28	23.67	50
ρ_3 [Ωm]	98.46	0.53	100

3.2.a. táblázat

	h_1	h_2	ρ_1	ρ_2	ρ_3
h_1	1	0.83	0.59	0.97	0.29
h_2	0.83	1	0.30	0.93	0.49
ρ_1	0.59	0.30	1	0.45	0.09
ρ_2	0.97	0.93	0.45	1	0.35
ρ_3	0.29	0.49	0.09	0.35	1

3.2.b. táblázat. A korrelációs mátrix

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	1.22
Relatív modelltávolság /D/ [%]	16.56
Korrelációs átlag /T/	0.53

3.2.c. táblázat

A nagy korrelációs értékek ekvivalenciát mutató szerkezeteket jelezhetnek. Ezt alátámasztja a 3.3.c. táblázatban látható E és D érték is, ugyanis az adattérbeli távolság az 1%-os hibának megfelelő szinten áll, míg modell térben 16.56%-os, igen jelentős modellhibát kaptunk.

3.2.1.2. A geoelektromos-refrakciós együttes inverzió eredményei

Szintetikus adatrendszert felhasználva kiterjedt együttes inverziós tesztelést végeztem, az értekezés terjedelmi korlátai miatt azonban ezek mindegyikét nem mutathatom be. Az együttes inverzió előnyös tulajdonságait legegyszerűbben a geoelektromos-refrakciós együttes inverzió bemutatásával szemléltethetem.

Az (A) típusú hibával terhelt adatokra végrehajtott együttes inverzió eredményét a 3.2 ábra és a 3.3.a-c. táblázatok foglalják össze.

	A becsült modell paraméterei	Variancia [%]	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	700.31	0.28	700
v_{p2} [m/s]	1499.98	1.24	1500
v_{p3} [m/s]	2294.85	0.30	2300
h_1 [m]	3.019	1.46	3
h_2 [m]	5.94	1.43	6
ρ_1 [Ω m]	10.01	0.43	10
ρ_2 [Ω m]	50.31	3.60	50
ρ_3 [Ω m]	99.00	0.43	100

3.3.a. táblázat

	v_{p1}	v_{p2}	v_{p3}	h_1	h_2	ρ_1	ρ_2	ρ_3
v_{p1}	1	-0.10	0.01	0.14	0.03	0.06	0.13	-0.02
v_{p2}	-0.10	1	0.05	0.89	0.05	0.41	0.78	-0.15
v_{p3}	0.01	0.05	1	0.06	0.75	-0.01	0.17	0.05
h_1	0.14	0.89	0.06	1	-0.11	0.47	0.85	-0.18
h_2	0.03	0.05	0.75	-0.11	1	-0.10	0.05	0.10
ρ_1	0.06	0.41	-0.01	0.47	-0.10	1	0.10	0.01
ρ_2	0.13	0.78	0.17	0.85	0.05	0.10	1	-0.35
ρ_3	-0.02	-0.15	0.05	-0.18	0.10	0.01	-0.35	1

3.3.b. táblázat. A korrelációs mátrix

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	0.92
Relatív modell-távolság /D/ [%]	0.60
Korrelációs átlag /T/	0.22

3.3.c. táblázat

Utalva az előző pontban bemutatott független inverzió által szolgáltatott varianciákra, megállapítható, hogy a független geoelektromos inverzióhoz képest minden paraméter vonatkozásában csökkent a becslés hibája. Különösen a geoelektromos paramétereknél figyelhetjük meg az együttes inverzió által okozott javulást, például független inverziót végrehajtva ρ_2 paraméter becsléséhez 23.7%-os varianciát kaptunk, míg az inverzióba a refrakciós adatrendszert is bevonva ρ_2 varianciája 3.6%-ra esett vissza.

A 3.2. ábrán szemléltetett korrelációs abszolút értékek többsége a 0-0.2 tartományba esik, ami szintén a pontosabb paraméterbecslést támasztja alá. Mindazonáltal meg kell jegyezni, hogy két 0.4 körüli értéken kívül 4 nagyobb értéket is megfigyelhetünk, bár minden esetben az önálló inverziónál alacsonyabb szinten. Például a ρ_2 - h_1 erős korrelációját független inverziónál 0.97 érték jellemezte, míg az együttes inverziónál ez az érték 0.85-re javult.

A 3.3.c. táblázatbeli 0.6%-os relatív modell-távolság is kedvező, összehasonlítva a 3.2.c-beli 16.5%-kal. (Hasonlóan demonstratív javulást észlelhetünk a független inverzióhoz képest, ha további páros kombinációkban (geoelektromos-Love, refrakciós-Love) végzünk két módszeres együttes inverziót. Ezeket az eredményeket területi korlátok miatt nem részletezzük.)

3.2.1.3. Geoelektromos- refrakciós- Love-hullám diszperziós együttes inverzió

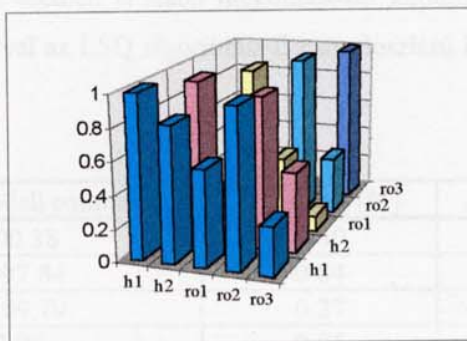
Integráljuk a Love-hullám diszperziós adatokat is a refrakciós menetidő és VESZ adatokat tartalmazó adatrendszerbe.

A 3.4.a-b. táblázatok és 3.3. ábra alapján még nagyobb javulást figyelhetünk meg. A relatív modell-távolság (E) értéke 0.34% lett, amely még az előző két módszer együttes inverziójánál (0.6%) is közelebbi modellt szolgáltatott az egzakt modellhez.

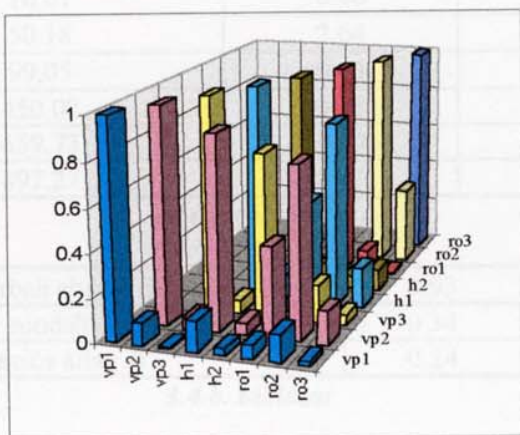
A 3.3. ábrán a korrelációs értékek nagyfokú javulását is megfigyelhetjük, amely úgy is megmutatkozik, hogy 0.8 -nál magasabb érték egyáltalán nem található az elemek között. Példaként ismét az összes inverzió során a legerősebb korrelációt mutató h_1 - v_{p2} kapcsolatot említjük. A korrelációs tényező értékére független refrakciós inverzióban 0.97, a VESZ-refrakciós együttes inverzió során 0.85 adódott, a három módszeren alapuló inverziónál pedig 0.78-ra csökkent a kapcsolat szorosságának mértéke.

3.2.2. 1%-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek inverziója

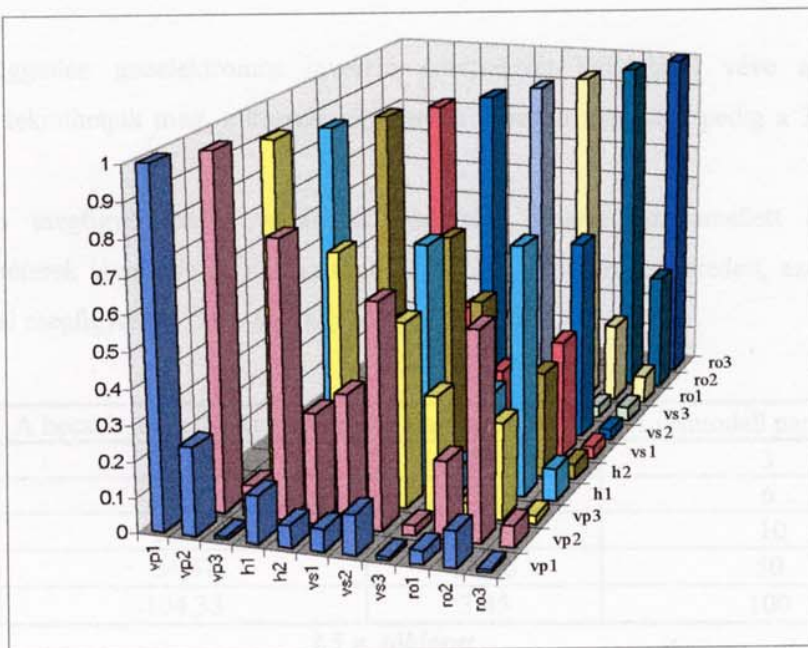
A **(B)**-típusú 1%-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek inverziójánál a zaj növekedése jelentős romlást okozott a becsült modellparaméterek meghatározásában, bár ez esetben is stabil megoldásokat kaptunk. Ezt nem tekinthetjük meglepő eredménynek, mivel az LSQ algoritmus Gauss eloszlású hibák esetén ad optimális eredményt.



3.1. ábra



3.2. ábra



3.3. ábra

	A becsült modell paraméterei	Variancia [%]	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	700.38	0.30	700
v_{p2} [m/s]	1497.84	0.84	1500
v_{p3} [m/s]	2299.79	0.27	2300
h_1 [m]	3.00	0.85	3
h_2 [m]	6.01	1.10	6
ρ_1 [Ωm]	10.01	0.40	10
ρ_2 [Ωm]	50.18	2.64	50
ρ_3 [Ωm]	99.05	0.43	100
v_{s1} [m/s]	450.02	0.08	450
v_{s2} [m/s]	659.73	0.47	660
v_{s3} [m/s]	897.27	0.65	900

3.4.a. táblázat

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	0.93
Relatív modelltávolság /D/ [%]	0.34
Korrelációs átlag /T/	0.24

3.4.b. táblázat

3.2.2.1. A független geoelektromos inverzió eredményei

A független geoelektromos inverzió eredményét kiindulásul véve a 3.5.a-c. táblázatokat tekinthetjük meg, a korrelációs elemek abszolút nagysága pedig a 3.4. ábrán látható.

Itt is megfigyelhető a varianciák nagyfokú növekedése, emellett a becsült modellparaméterek távolsága az egzakt modelltől (D) 21.81%-ra emelkedett, azaz az (A) típusú hibánál megfigyelt 16.56%-hoz képest tovább romlott.

	A becsült modell paraméterei	Variancia [%]	A célmodell paraméterei
h_1 [m]	3.28	17.46	3
h_2 [m]	8.75	77.35	6
ρ_1 [Ωm]	10.91	2.89	10
ρ_2 [Ωm]	54.57	52.46	50
ρ_3 [Ωm]	104.33	3.45	100

3.5.a. táblázat

	h_1	h_2	ρ_1	ρ_2	ρ_3
h_1	1	0.78	0.59	0.93	0.31
h_2	0.78	1	0.29	0.93	0.57
ρ_1	0.59	0.29	1	0.39	0.10
ρ_2	0.93	0.93	0.39	1	0.39
ρ_3	0.31	0.57	0.10	0.39	1

3.5.b. táblázat. A korrelációs mátrix

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	5.49
Relatív modelltávolság /D/ [%]	21.81
Korrelációs átlag /T/	0.5615

3.5.c. táblázat

3.2.2.2. A geoelektromos-refrakciós együttes inverzió eredményei

A 3.6.a-c. táblázatokban láthatjuk a két módszeren alapuló együttes inverzió eredményeit.

	A becült modell paraméterei	Variancia [%]	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	696.10	1.74	700
v_{p2} [m/s]	1393.87	6.27	1500
v_{p3} [m/s]	2258.06	1.74	2300
h_1 [m]	2.83	8.21	3
h_2 [m]	6.24	7.09	6
ρ_1 [Ω m]	10.06	2.53	10
ρ_2 [Ω m]	44.01	16.84	50
ρ_3 [Ω m]	104.24	2.51	100

3.6.a. táblázat

	v_{p1}	v_{p2}	v_{p3}	h_1	h_2	ρ_1	ρ_2	ρ_3
v_{p1}	1	-0.09	0.01	0.17	0.03	0.08	0.15	-0.02
v_{p2}	-0.09	1	0.06	0.88	0.15	0.40	0.76	-0.12
v_{p3}	0.01	0.06	1	0.07	0.77	-0.02	0.21	0.07
h_1	0.17	0.88	0.07	1	-0.03	0.47	0.83	-0.15
h_2	0.03	0.15	0.77	-0.03	1	-0.08	0.17	0.10
ρ_1	0.08	0.40	-0.02	0.47	-0.08	1	0.08	0.02
ρ_2	0.15	0.76	0.21	0.83	0.17	0.08	1	-0.33
ρ_3	-0.02	-0.12	0.07	-0.15	0.10	0.02	-0.33	1

3.6.b. táblázat. A korrelációs mátrix

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	5.26
Relatív modelltávolság /D/ [%]	5.74
Korrelációs átlag /T/	0.2263

3.6.c. táblázat

A táblázatbeli értékekből megfigyelhető, hogy együttes inverzió alkalmazásával itt is érvényes az a megállapítás, miszerint kedvezőbb, megbízhatóbb paraméterbecslést kaptunk a független inverziós eredményekhez képest. Ez a 3.5. ábrán látható korrelációs abszolút értékekben is megnyilvánul, a korreláció mértéke jóval alacsonyabb lett, mint a független vizsgálatokban.

3.2.2.3. Geoelektromos- refrakciós- Love-hullám diszperziós együttes inverzió

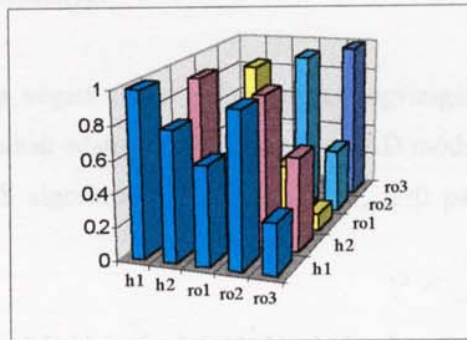
Ha mindhárom adatrendszert egyesítjük együttes inverziós vizsgálatokban, az előző pontban látott két módszeren alapuló együttes inverzió eredményeihez képest tovább növekszik a paraméterek becslésének pontossága és megbízhatósága (3.7.a-b táblázatok, illetve 3.6. ábra). A három módszeren alapuló együttes inverzió 2.8%-os relatív modelltávolságot eredményezett szemben az önálló geoelektromos inverzió 21.8%-os becslésével.

	A becslt modell paramétere	Variancia [%]	A célmodell paramétere
v_{p1} [m/s]	698.59	1.58	700
v_{p2} [m/s]	1487.11	3.58	1500
v_{p3} [m/s]	2240.93	1.34	2300
h_1 [m]	3.13	3.18	3
h_2 [m]	5.88	5.02	6
ρ_1 [Ω m]	459.73	0.46	10
ρ_2 [Ω m]	686.67	1.97	50
ρ_3 [Ω m]	897.01	3.05	100
v_{s1} [m/s]	10.23	2.04	450
v_{s2} [m/s]	52.17	7.17	660
v_{s3} [m/s]	103.59	2.26	900

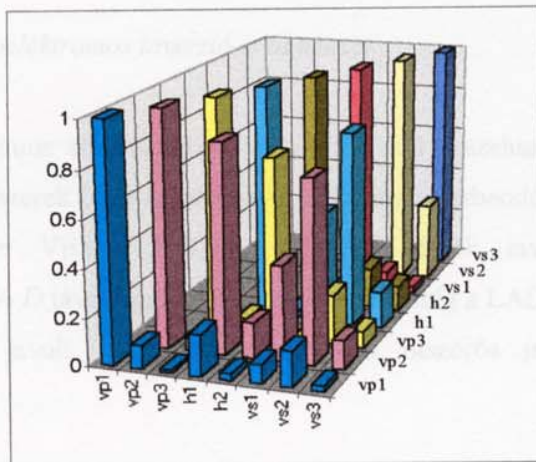
3.7.a. táblázat

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	5.23
Relatív modelltávolság /D/ [%]	2.87
Korrelációs átlag /T/	0.1834

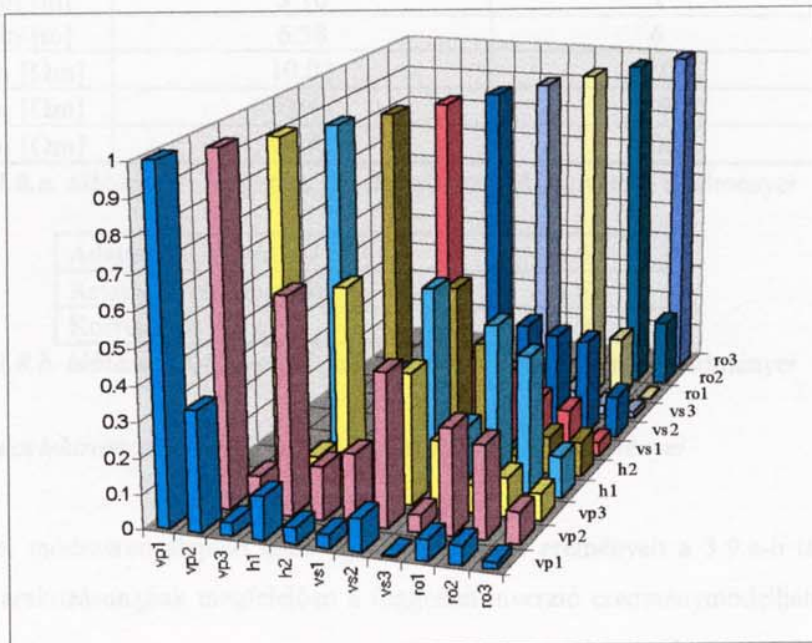
3.7.b. táblázat



3.4. ábra



3.5. ábra



3.6. ábra

3.3. A LAD inverzió eredményei

Az összehasonlítás végett ebben a fejezetben megvizsgáljuk, hogy a **(C)** és **(D)** típusú kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek esetén a LAD módszer milyen eredményekre vezet. Általánosított IRLS algoritmusunkban ez a $p=1$, $q=0$ paraméterválasztásnak felel meg.

3.3.1. 1%-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek LAD inverziója

3.3.1.1. A független geoelektromos inverzió eredményei

Az LSQ algoritmus alkalmazásánál tapasztaltakkal összehasonlítva a **(C)** típusú hibával terhelt adatrendszerek LAD inverziójával jobb paraméterbecslést valósíthatunk meg. Példaként a független VESZ (3.18.a-b. táblázat) adatok inverziójánál az LSQ eredménymodell 21.81% D távolsággal volt jellemezhető, amíg a LAD inverziónál (3.8.a-b. táblázat) D 4.6%-ra javult, azaz hozzávetőlegesen ötszörös javulást értünk el a modell-távolságban.

	A becsült modell paraméterei	A célmodell paraméterei
h_1 [m]	3.10	3
h_2 [m]	6.38	6
ρ_1 [Ω m]	10.01	10
ρ_2 [Ω m]	53.49	50
ρ_3 [Ω m]	99.45	100

3.8.a. táblázat. A független geoelektromos LAD inverzió eredményei

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	6.00
Relatív modell-távolság /D/ [%]	4.65
Korrelációs átlag /T/	0.99

3.8.b. táblázat. A független geoelektromos LAD inverzió eredményei

3.3.1.2. A geoelektromos-refrakciós LAD együttes inverzió eredményei

A két módszeren alapuló LAD együttes inverzió eredményeit a 3.9.a-b táblázatban láthatjuk. Várakozásunknak megfelelően a független inverzió eredménymodelljéhez képest ($D=1.84\%$ és $D=4.65\%$) az együttes inverzió szembetűnő javulást okozott, az egzakt modellhez közelebb álló, 1.51%-os modellt kaptunk.

	A becsült modell paraméterei	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	704.96	700
v_{p2} [m/s]	1487.28	1500
v_{p3} [m/s]	2295.42	2300
h_1 [m]	2.989	3
h_2 [m]	6.01	6
ρ_1 [Ωm]	9.989	10
ρ_2 [Ωm]	47.96	50
ρ_3 [Ωm]	99.81	100

3.9.a. táblázat

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	5.68
Relatív modelltávolság /D/ [%]	1.51
Korrelációs átlag /T/	0.45

3.9.b. táblázat

3.3.2.3. Geoelektromos- refrakciós- Love-hullám diszperziós együttes inverziós LAD módszer eredményei

A három módszer együttes inverziója az LSQ esetén 2.8%, a LAD-nál 1.1%-os D relatív modelltávolsággal jellemezhető modellparamétereket eredményezett, amely rendkívül pontos becsült paraméterértékeket jelent. Az eredményeket a 3.10.a-b. táblázatok tartalmazzák.

	A becsült modell paraméterei	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	704.96	700
v_{p2} [m/s]	1489.48	1500
v_{p3} [m/s]	2295.76	2300
h_1 [m]	2.99	3
h_2 [m]	6.01	6
ρ_1 [Ωm]	9.97	10
ρ_2 [Ωm]	48.20	50
ρ_3 [Ωm]	100.01	100
v_{s1} [m/s]	448.85	450
v_{s2} [m/s]	664.03	660
v_{s3} [m/s]	901.70	900

3.10.a. táblázat

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	5.71
Relatív modelltavolság /D/ [%]	1.02
Korrelációs átlag /T/	0.38

3.10.b. táblázat**3.3.2. 5%-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek inverziója**

A (C) típusú hibákkal terhelt adatrendszerekre vonatkozó LAD eredményeknél még látványosabban mutatkozik a különbség a LAD és LSQ módszerek eredményei között. Az LSQ inverzióval szemben itt a durva hibák ellenére is stabil megoldásokat kaptunk. Ez a tény is világosan bizonyítja, hogy a LAD inverzió kiugró hibákra kevésbé érzékeny jellegét és stabilitását.

A független VESZ inverzió alkalmazásával kapott eredményeket a 3.11.a-b. táblázat mutatja.

	A becsült modell paraméterei	A célmodell paraméterei
h_1 [m]	2.85	3
h_2 [m]	9.64	6
ρ_1 [Ω m]	9.38	10
ρ_2 [Ω m]	53.57	50
ρ_3 [Ω m]	101.80	100

3.11.a. táblázat. A független geoelektromos inverzió eredményei

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	17.52
Relatív modelltavolság /D/ [%]	27.22
Korrelációs átlag /T/	0.91

3.11.b. táblázat. A független geoelektromos inverzió eredményei

A refrakciós adatrendszerrel való együttes inverzió az önálló geoelektromos inverzió rossz, 27.2%-os becslését 11.97%-ra javítja (3.12.a-b. táblázat). Még pontosabb eredményt kapunk a három módszer együttes inverziójánál, ahol a modelltavolság 3.7%-ra esett vissza, és a nagymértékű hiba ellenére is teljes mértékben elfogadható modellparamétereket kaptunk (3.13.a-b. táblázat).

	A becsült modell paraméterei	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	690.68	700
v_{p2} [m/s]	1726.47	1500
v_{p3} [m/s]	2383.44	2300
h_1 [m]	3.32	3
h_2 [m]	7.19	6
ρ_1 [Ω m]	9.97	10
ρ_2 [Ω m]	59.86	50
ρ_3 [Ω m]	101.65	100

3.12.a. táblázat

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	18.16
Relatív modelltávolság /D/ [%]	11.97
Korrelációs átlag /T/	0.25

3.12.b. táblázat

	A becsült modell paraméterei	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	698.99	700
v_{p2} [m/s]	1524.12	1500
v_{p3} [m/s]	2306.56	2300
h_1 [m]	2.85	3
h_2 [m]	6.46	6
ρ_1 [Ω m]	451.18	10
ρ_2 [Ω m]	672.53	50
ρ_3 [Ω m]	933.81	100
v_{s1} [m/s]	9.63	450
v_{s2} [m/s]	44.38	660
v_{s3} [m/s]	101.81	900

3.13.a. táblázat

Adattérbeli eltérés /E/ [%]	14.70
Relatív modelltávolság /D/ [%]	3.71
Korrelációs átlag /T/	0.48

3.13.b. táblázat

3.4. A geoelektromos ekvivalencia probléma feloldása szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió segítségével

Az egyenáramú geoelektromos adatrendszerek egydimenziós inverziója egyszerű és gyors eszközként szolgál az elektromos vezetőképesség vertikális változásai feltérképezésére. Emellett az egydimenziós inverziós eredmények rendkívül hasznosak a többdimenziós értelmezések induló modelljei meghatározásában is. Ezért az inverziós

módszerek tárgyalásakor nagyon fontos az egydimenziós inverzió egyértelműségi és stabilitási vizsgálatával részletesebben foglalkozni.

Ismeretes, hogy az egyenáramú geoelektromos adatok értelmezése (1D inverziója) belső ekvivalencia jelenséggel és többértelműségi problémákkal terhelt (Koefoed, 1979). Az ekvivalencia elve olyan jelenséget takar, miszerint a rétegsor paramétereinek $-h_i$, ρ_i - bizonyos kombinációi mellett jelentősen eltérő földtani rétegsorok fajlagos ellenállás görbéi a mérési pontosságon belül nem különíthetők el (Takács, 1987).

Az ekvivalencia fellépésének két alapvető esete van. Az első esetben közbülső konduktív réteg szerepel a rétegsorban ($\rho_{i-1} \gg \rho_i \ll \rho_{i+1}$), amelynek fajlagos ellenállása lényegesen különbözik a fedő és fekü rétegek fajlagos ellenállásától. Két ilyen H típusú rétegsor ekvivalens lehet (vagyis szondázási görbéik azonosak), ha $S_i = h_i / \rho_i$ horizontális vezetőképességük megegyezik. Ilyen rétegsorban ugyanis az áram az i -ik, konduktív réteg határán átlépve a rétegződéssel párhuzamosan halad tovább, tehát a közbülső réteg hatását az áram haladására alapvetően az S_i horizontális vezetőképesség határozza meg. Ebből következően h_i / ρ_i azonos arányai mellett azonos szondázási görbéket kapunk. A továbbiakban az egyszerűség kedvéért ezt az ekvivalencia jelenséget *konduktív ekvivalenciaként* fogjuk említeni.

A másik tipikus esetben egy közbülső rezisztív réteg helyezkedik el a rétegsorban ($\rho_{i-1} \ll \rho_i \gg \rho_{i+1}$). Ilyen K típusú rétegszerkezetben az áram a rétegződésre merőlegesen igyekszik továbbhaladni, tehát döntően a $T_i = h_i \rho_i$ haránt ellenállás határozza meg a közbülső réteg hatását. Eszerint két K típusú modell ekvivalens lehet, ha $h_i \rho_i$ szorzatuk (haránt ellenállásuk) azonos. Ezt a jelenséget a későbbiekben *rezisztív ekvivalenciaként* fogjuk említeni. (Takács, 1987)

Mind a konduktív, mind a rezisztív ekvivalencia esetében érvényes, hogy az ekvivalens rétegsorok közötti különbség nem mutatható ki csupán felszíni ellenállásmérések segítségével. Független inverzió alkalmazásával konduktív esetben csak az $S_i = h_i / \rho_i$ horizontális vezetőképesség, rezisztív esetben pedig $T_i = h_i \rho_i$ haránt ellenállás határozható meg. Mivel a h_i illetve ρ_i paraméterek között függvényeszerű kapcsolat van, független eljárással ezen paraméterekről külön-külön nem kaphatunk információt (a paraméterek szorzatukban vagy hányadosukban összekapcsolódnak az inverzió során). Az egyértelmű elkülönítéshez a VESZ méréstől független, illetve a priori ismeretekre van szükség, vagy a ρ_i fajlagos ellenállás, vagy a h_i vastagságadatok

tekintetében.

A következőkben mindkét típusú geoelektromos ekvivalencia jelenség szeizmikus-geoelektromos együttes inverzióval történő feloldásának lehetőségeit vizsgáljuk, ahol a 2.2. fejezetben leírtak szerint a h rétegvastagságok közös (geoelektromos és szeizmikus) paraméterekként szerepelnek. Az inverzióban ezáltal szeizmikus eredetű "plusz információ" jelenik meg, amely segít az ekvivalens geoelektromos paraméterek meghatározásában.

3.4.1. Konduktív típusú ekvivalencia feloldása

A konduktív ekvivalencia probléma feloldására irányuló vizsgálatokban rezisztív fedő, illetve fekü rétegek között konduktív közbülső réteget tartalmazó háromréteges modellt hoztam létre (3.14. táblázat), és ezen modellen független geoelektromos, illetve együttes inverzió segítségével vizsgáltam a paraméterek pontos meghatározhatóságát.

h_i [m]	ρ_{ai} [Ωm]	v_{si} [m/s]	v_{pi} [m/s]
5	200	200	700
5	10	400	1500
féltér	200	600	2300

3.14. táblázat. Az egzakt modell

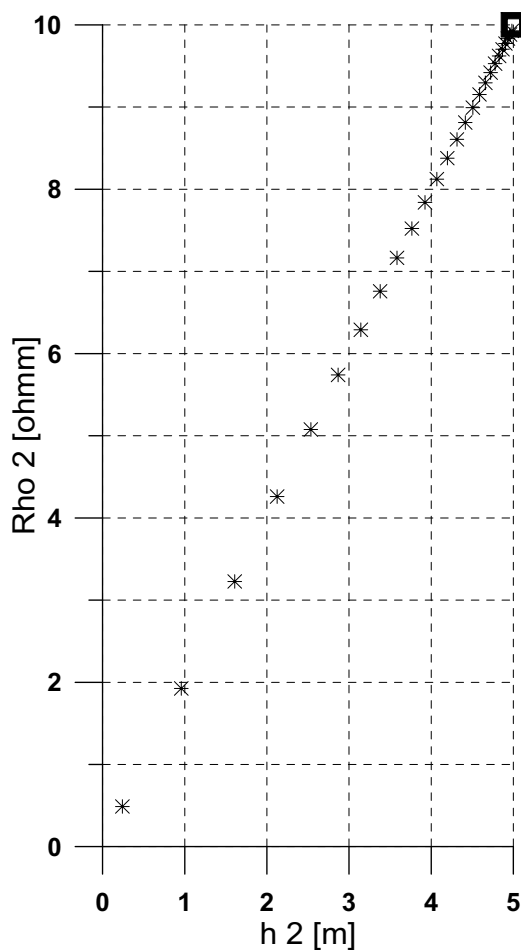
A táblázatban látható modellre szintetikus adatokat generáltam, és kismértékű, 1%-os Gauss-hibával terhelt adatokkal független inverziót hajtottam végre. Noha az eljárást a lehető legkedvezőbb modelltől indítottam, stabil megoldást nem kaptam. A 3.7. ábrán minden iterációban külön ábrázoltam a becsült h_2 és ρ_2 paramétereket, az egyes iterációbeli kombinációkat $' * '$ -gal jelölve (a valódi h_2 és ρ_2 értéket egy üres középső négyzet jelzi). A konduktív ekvivalenciára jellemző módon jól megfigyelhető, hogy a h_2 és ρ_2 paraméterek aránya, vagyis az $S_2 = h_2 / \rho_2 = 0.5$ [1/ Ω] horizontális vezetőképesség értéke állandó marad az inverzió során, ezen belül az eljárás nem tesz különbséget az egyes h_2 és ρ_2 kombinációk között. Ennek megfelelően nem viselkedhet stabil inverzióként, a $\rho_2 = 2 h_2$ egyenes mentén divergál, mindkét paraméterrel zérushoz tart (természetesen az adattérbeli eltérés E állandó, 0.71%-os értéke mellett). A többi paraméterre jó paraméterbecslést kaptunk:

h_1 [m]	ρ_1 [Ωm]	ρ_3 [Ωm]
5.04 (2%)	199.96 (0%)	198.93 (0%)

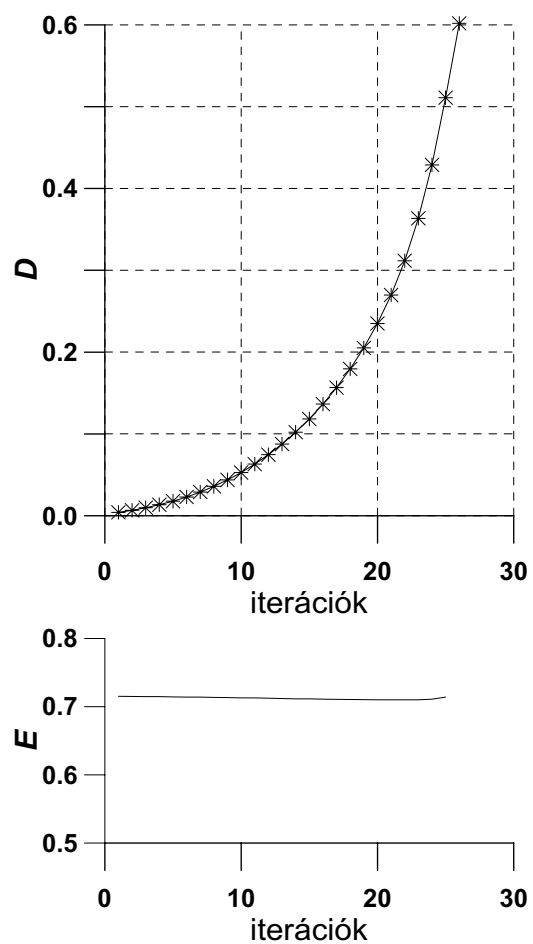
Fontos megjegyezni, hogy a 3.7. ábra tanulsága szerint minden iterációban kapott paraméteregyüttes egyben megoldás is (a pontok egy egyenesen vannak). Az eljárás során ekvivalens modellek sokaságán keresztül haladhatunk egyre elfogadhatatlanabb modell felé.

A vizsgálatra vonatkozó D relatív modelltavolság és E adattérbeli eltérés iterációnkénti alakulását a 3.8. ábra mutatja.

A refrakciós-geoelektromos együttes inverziót végrehajtva a becsült h_2 és ρ_2 paraméterek értékei a 3.9. ábrán láthatók. Az ábrán ' * ' -gal a 3.7. ábrán már bemutatott független VESZ inverziós eredményeket jelöltük, az együttes inverzióval kapott kombinációkat üres körök jelzik, a valódi h_2 és ρ_2 kombinációt egy üres középső négyzet mutatja.



3.7. ábra

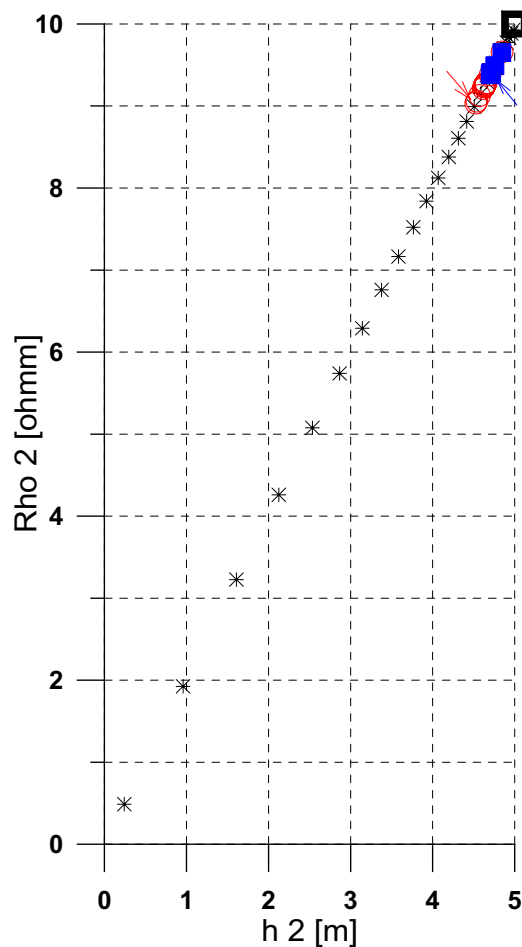


3.8. ábra

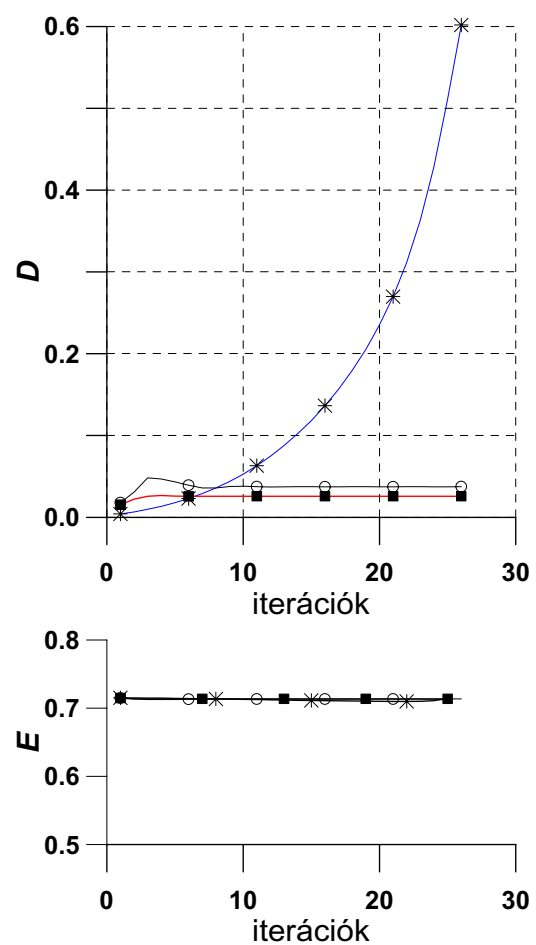
Nyilvánvalóan az együttes inverziós módszer is a geoelektromos módszernek megfelelő $S_2=0.5$ szerinti $\rho_2 = 2 h_2$ egyenesen halad, de jól láthatóan konvergens az eljárás, a befutott h_2 és ρ_2 ekvivalencia tartomány jelentősen leszűkült és a valódi h_2 , ρ_2 értékek közelében stabilizálódott (a 3.8. ábrán lefelé mutató nyíl jelöli az eredményül kapott kombinációt).

A 3.9. ábrán körökkel jelöltük a két módszeren alapuló együttes inverzió relatív modell-távolság illetve adattérbeli eltérés értékeit az iterációszám függvényében. A relatív modell-távolság értéke 3.73% lett, ami jónak mondható. A 3.15. táblázat az eredménymodell paraméterértékeit mutatja.

Ha bevonjuk a Love-hullám diszperziós adatokat is az együttes inverzióba, valamivel jobb paraméterbecslést kapunk. A 3.9. ábrán négyzetek jelölik az iterációnkénti h_2 - ρ_2 kombinációkat.



3.9. ábra



3.10. ábra

	A becsült modell paraméterei	Variancia [%]	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	699.10	1	700
v_{p2} [m/s]	1484.02	3	1500
v_{p3} [m/s]	2312.77	1	2300
h_1 [m]	5.01	0	5
h_2 [m]	4.64	2	5
ρ_1 [Ωm]	200.03	1	200
ρ_2 [Ωm]	9.25	3	10
ρ_3 [Ωm]	199.06	1	200

3.15. táblázat

A tartomány tovább szűkült, és az eljárás a valódi értékekhez közelebb állt be (az ábrán felfelé mutató nyíl jelzi a kapott kombinációt). A 3.10. ábrán is négyzetek jelölik a három módszeren alapuló együttes inverzió E és D értékei alakulását. Az eredménymodell relatív D távolsága 2.57%-ra csökkent. A részletes eredmény a 3.16. táblázatban látható. A szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió tehát a konduktív ekvivalencia feloldására alkalmas.

	A becsült modell paraméterei	Variancia [%]	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	699.11	2	700
v_{p2} [m/s]	1483.37	3	1500
v_{p3} [m/s]	2336.10	1	2300
h_1 [m]	5.00	0	5
h_2 [m]	4.72	2	5
ρ_1 [Ωm]	200.05	2	200
ρ_2 [Ωm]	9.41	3	10
ρ_3 [Ωm]	199.06	1	200
v_{s1} [m/s]	199.74	2	200
v_{s2} [m/s]	396.75	3	400
v_{s3} [m/s]	597.29	1	600

3.16. táblázat

3.4.2. Rezisztív típusú ekvivalencia feloldása

A vizsgálatokhoz két konduktív réteg között egy rezisztív réteget tartalmazó K-típusú modellt hoztam létre (3.17. táblázat), amely alapján az előzőekhez hasonlóan 1%-os hibával terhelt adatrendszert generáltam. (A $v_{p i}$ és $v_{s i}$ sebességeket az előző pontnak

megfelelően vettem fel, azért, hogy az együttes inverziós paraméterbecslés eredményei szeizmikus paraméterek vonatkozásában összehasonlíthatók legyenek.)

Mivel a rezisztív ekvivalenciára való hajlamosság miatt független inverzió alkalmazásával a $T_2 = h_2 \rho_2 = 1000 \text{ } [\Omega\text{m}^2]$ haránt ellenállás határozható meg, várakozásaink szerint h_2 és ρ_2 függvényszerű kapcsolatát a $\rho_2 = 1000 \frac{1}{h_2}$ hiperbola fogja kifejezni a független eljárás alatt.

h_i [m]	ρ_{ai} [Ωm]	v_{si} [m/s]	v_{pi} [m/s]
5	10	200	700
5	200	400	1500
féltér	10	600	2300

3.17. táblázat. Az egzakt modell

Az 1%-os hibával terhelt adatrendszerek független inverziójával kapott $h_2 - \rho_2$ kombinációkat a 3.11. ábrán csillaggal, a valódi h_2 és ρ_2 értékek helyét pedig egy üres középső négyzettel jelöltük.

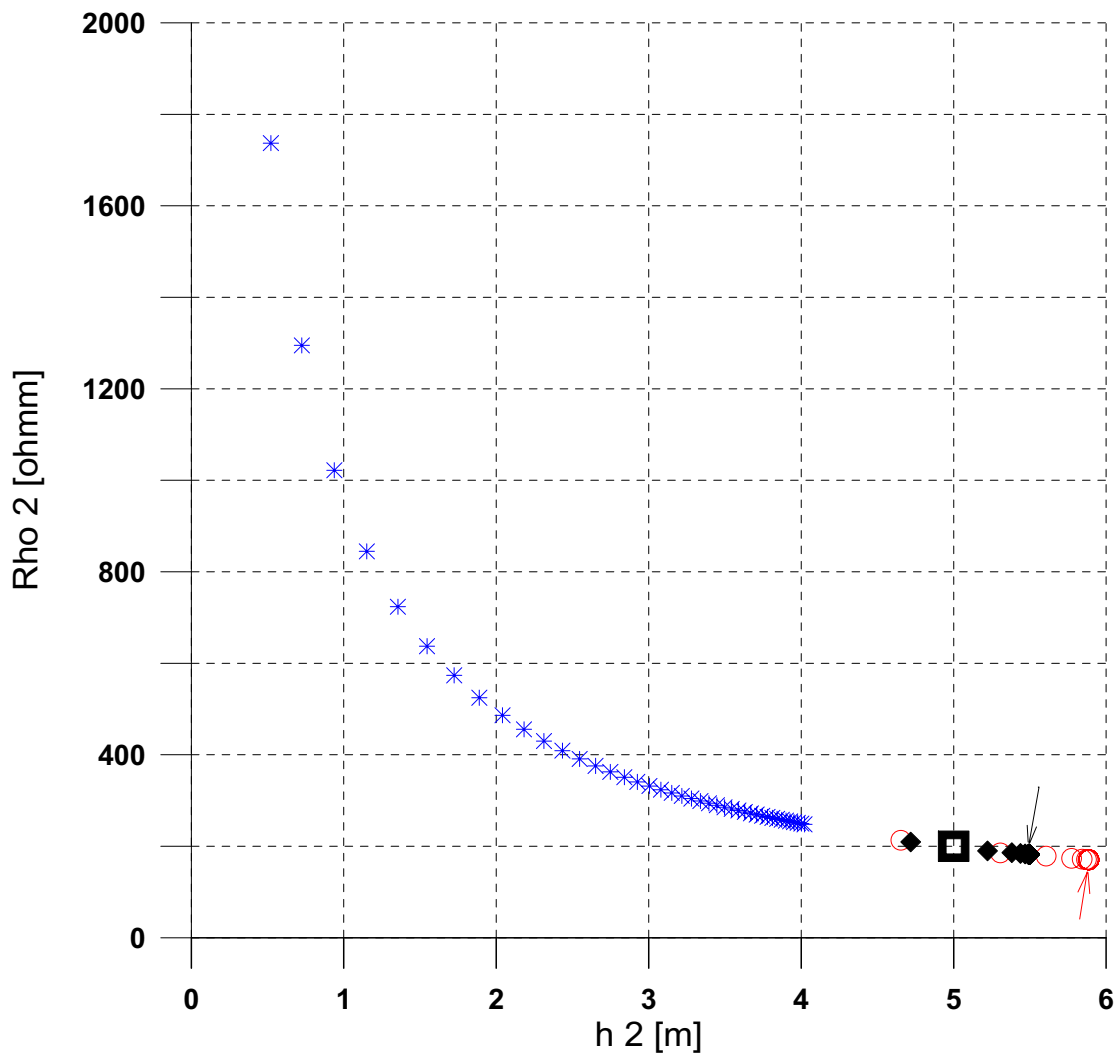
A független inverzió során megfigyelhető $h_2 - \rho_2$ függés láthatóan a várt hiperbolán mozog, és ugyanúgy divergens, mint ahogyan azt a konduktív ekvivalenciával kapcsolatos független vizsgálatok során tapasztaltuk. A többi paraméterre elfogadható érték adódott:

h_1 [m]	ρ_1 [Ωm]	ρ_3 [Ωm]
5.11 (15%)	10.01 (1%)	9.96 (0%)

A refrakciós-geoelektromos együttes inverzió által szolgáltatott $h_2 - \rho_2$ iterációnkénti értékek a 3.11. ábrán üres karikával jelennek meg, az eredménykombinációt felfelé mutató nyíl jelzi. Az együttes inverzió segítségével konvergens eljárást kaptunk, a befutott tartomány jelentős mértékben csökkent. Itt is megfigyelhető, hogy az együttes inverzió ugyanazon hiperbola által képviselt értékek közül "választ" a paraméterváltoztatás során, de az együttes jelleg miatt a vastagságon (h_2) keresztül korlátozza a $h_2 - \rho_2$ paraméterkombinációkat, hogy az a refrakciós módszer számára is elfogadható legyen. A két módszeren alapuló inverzió eredménymodelljét a 3.18. táblázat tartalmazza, a D relatív modell-távolság értéke 8.74% lett.

	A becsült modell paramétere	Variancia [%]	A célmodell paramétere
v_{p1} [m/s]	698.22	1	700
v_{p2} [m/s]	1507.25	3	1500
v_{p3} [m/s]	2495.11	1	2300
h_1 [m]	4.99	1	5
h_2 [m]	5.89	2	5
ρ_1 [Ω m]	10.00	1	10
ρ_2 [Ω m]	170.09	3	200
ρ_3 [Ω m]	9.94	1	10

3.18. táblázat



3.11. ábra

Vizsgáljuk meg a rezisztív ekvivalencia vizsgálatoknál is a Love-diszperziós adatok bevonásával kapott három módszeren alapuló együttes inverzió eredményeit. A 3.11. ábrán rombuszal jelöltük a második réteg geoelektromos paramétereire kapott értékeket az iteráció során. Az ábrán jól látható, hogy az inverzió során bejárt tartomány tovább szűkült, és eredményként a valódi paraméterértékekhez még közelebb eső értékeket kaptunk (az eredménykombinációt lefelé mutató nyíl jelzi). A relatív modelltávolság is kedvezőbb, értéke 4.45%. A három módszeren alapuló inverzió részletes eredménye a 3.19. táblázatban található. A szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió tehát a rezisztív ekvivalenciát is sikerrel oldja fel.

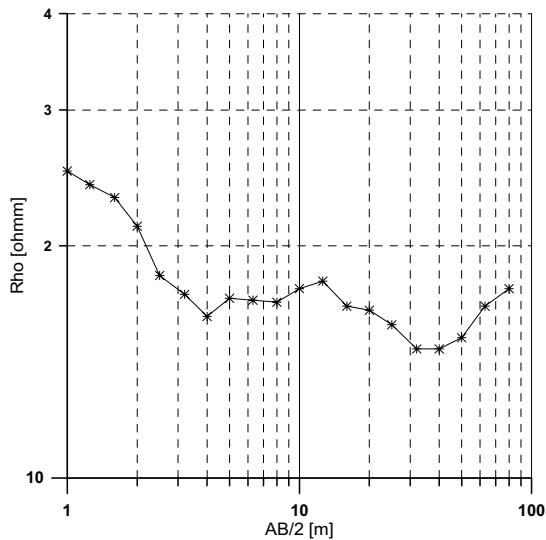
	A becsült modell paraméterei	Variancia [%]	A célmodell paraméterei
v_{p1} [m/s]	698.23	2	700
v_{p2} [m/s]	1515.67	4	1500
v_{p3} [m/s]	2416.01	1	2300
h_1 [m]	5.03	1	5
h_2 [m]	5.50	3	5
ρ_1 [Ωm]	10.02	2	10
ρ_2 [Ωm]	182.27	4	200
ρ_3 [Ωm]	9.93	1	10
v_{s1} [m/s]	199.71	2	200
v_{s2} [m/s]	414.06	4	400
v_{s3} [m/s]	604.03	1	600

3.19. táblázat

3.4.3. Ekvivalencia vizsgálatok terepi adatrendszeren

Vizsgáljuk meg ekvivalens földtani szerkezeten gyűjtött geoelektromos mérési adatok segítségével is az ekvivalencia által okozott (numerikus) instabilitási problémákat, illetve azok feloldhatóságát.

A 3.12. ábrán látható VESZ terepi adatsor mérése Schlumberger-elrendezéssel történt Korlát község mellett (*Gyulai, Ormos, 1997.b*). Az adatsort elsőként független inverzió segítségével dolgoztam fel, ahol a szerkezet közelítésére a szondázási görbe alapján 5 réteges modellt választottam. Jól látható, hogy a szerkezet két kisebb fajlagos ellenállású réteget tartalmaz (az 5 réteges közelítésben a második illetve a negyedik réteg), melynek mindegyike viszonylag nagyobb fajlagos ellenállású, rezisztív rétegek között helyezkedik el (első, harmadik és ötödik réteg illetve féltér), amely a szerkezetet alkalmassá teheti az ekvivalencia vizsgálatok elvégzésére.

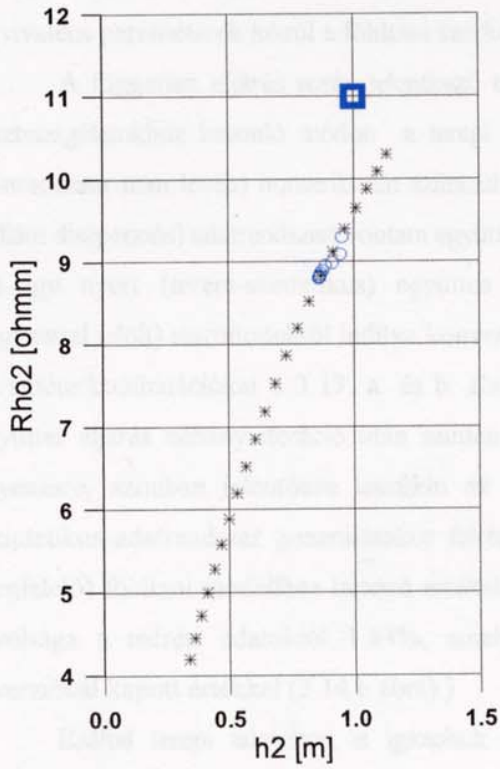


3.12. ábra

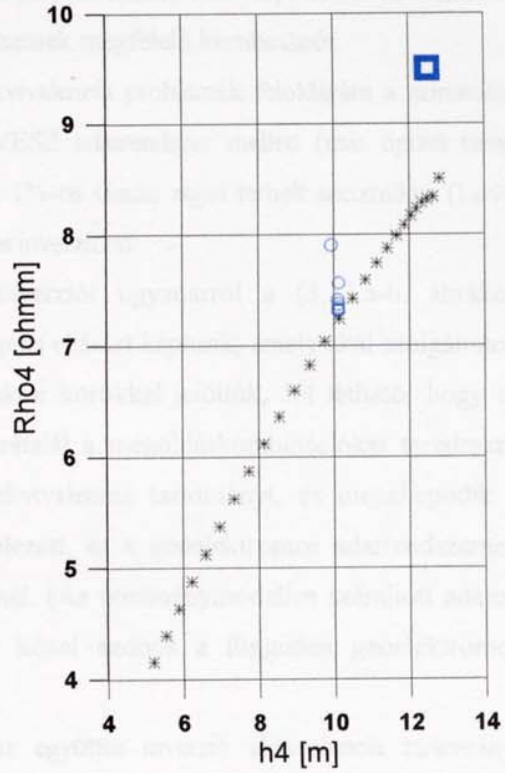
A független inverzió végrehajtása során beigazolódott várakozásunk. Az inverziós folyamat az adattérbeli eltérés állandó értéke mellett folyamatosan és egyre nagyobb mértékben divergált. A korrelációs mátrix értékei között két 1-es érték is megjelent, nevezetesen a $h_2-\rho_2$ és a $h_4-\rho_4$ kapcsolatára vonatkozóan. Vagyis mind a két konduktív réteg vastagsága és fajlagos ellenállása között függvényszerű kapcsolat van, és ezen összefüggés által kijelölt paraméterkombinációk mindegyike azonos adattérbeli

értéket képvisel. Az eredmények szerint mindkét rétegnél megfigyelhető a konduktív típusú ekvivalencia, ahol a független inverzió során a 2. és 4. rétegekre vonatkozó vastagságok és fajlagos ellenállások helyett az $S_2 = h_2 / \rho_2$ illetve $S_4 = h_4 / \rho_4$ horizontális vezetőképességek határozhatók meg. Ezt igazolja a 3.13. ábra, ahol a szintetikus tesztekhez hasonlóan minden iterációban külön ábrázoltam a becsült $h_2-\rho_2$ (3.13.a. ábra) és $h_4-\rho_4$ (3.13.b. ábra) paramétereket, az egyes iterációbeli kombinációkat '*'-gal, továbbá a startmodellben felvett értékeket üres középső négyzettel jelölve. Mindkét ábrán jól látható, hogy a rétegekre vonatkozó vastagság és fajlagos ellenállás kombinációk néhány iteráció után jó közelítéssel egyenest határoznak meg, vagyis a h_2 / ρ_2 és h_4 / ρ_4 arányokat kifejező horizontális vezetőképességek változatlanok maradnak. A független inverziós eljárás az iterációk során lefelé halad az egyenesen, miközben az említett paraméterek értékével zérushoz tart.

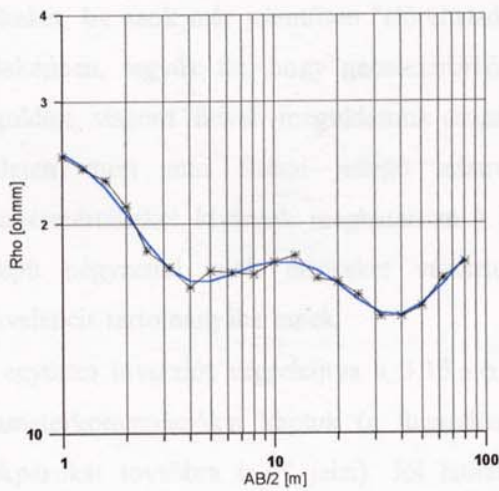
Ismét hangsúlyozzuk, hogy az egyenes *minden pontja* ugyanolyan jó megoldás a mérési görbéhez való illeszkedés szempontjából. /Mint említettük, az adattérbeli eltérés (E) néhány iteráció után (amíg az eljárás eléri az első megoldás kombinációt) változatlan, 1.82%, amely nagyon jó illeszkedést mutat./ Ezt illusztrálandó tekintsük meg a 3.14.a ábrát, amely az utolsó iteráció (a paraméterek még kiszámított legkisebb értékei- de egyben az összes, egyenesen lévő megoldás kombinációra jellemző) számított adatrendszerét ábrázolja folytonos vonallal a ('*-gal jelölt) mérési adatrendszer mellett.



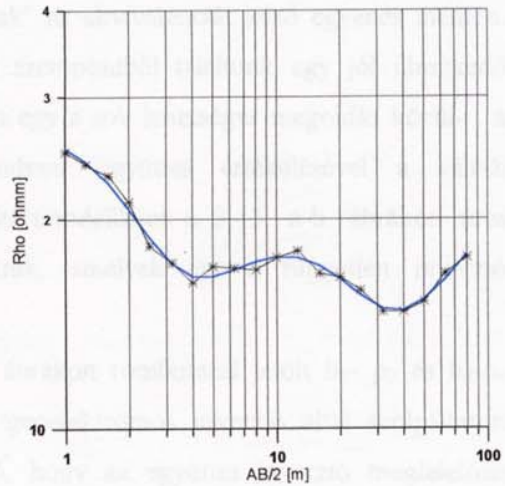
3.13.a. ábra



3.13.b. ábra



3.14.a. ábra



3.14.b. ábra

A fenti példa terepi adatrendszeren is szemléletesen bizonyítja, hogy a független inverzió, bár minden pontban megoldást állít elő, természetesen képtelen kiválasztani az ekvivalens paraméterek közül a földtani szerkezetnek megfelelő kombinációt.

A független eljárás során jelentkező ekvivalencia problémák feloldására a szintetikus tesztvizsgálatokhoz hasonló módon a terepi VESZ adatrendszer mellett (más típusú terepi adatrendszer nem lévén) numerikusan szimulált, 1%-os Gauss zajjal terhelt szeizmikus (Love-hullám disperziós) adatrendszert vontam együttes inverzióba.

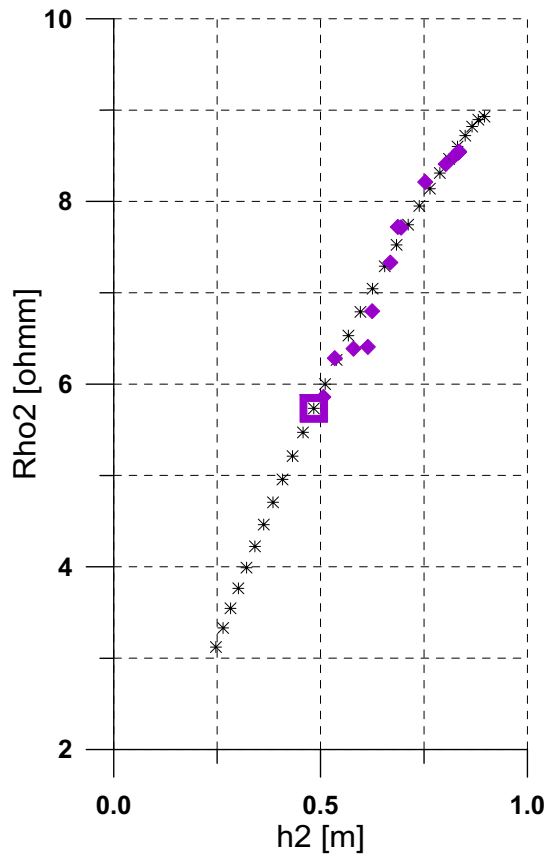
Az így nyert (terepi-szintetikus) együttes inverziót ugyanarról a (3.13.a-b. ábrákon négyzettel jelölt) startmodellről indítva konvergens eljárást kaptunk, amely által szolgáltatott paraméterkombinációkat a 3.13. a. és b. ábrákon körökkel jelöltük. Jól látható, hogy az együttes eljárás néhány iteráció után szintén rátalál a megoldáskombinációkat tartalmazó egyenesre, azonban jelentősen leszűkíti az ekvivalencia tartományt, és megállapodik a (szintetikus adatrendszer generálásakor feltételezett, és a geoelektromos adatrendszernek megfelelő) földtani modellhez tartozó értékeknél. (Az eredménymodellen számított adatok távolsága a mérési adatoktól 1.84%, amely közel azonos a független geoelektromos inverziónál kapott értékkel (3.14.b ábra).)

Ezáltal terepi adatokon is igazoltuk az együttes inverzió ekvivalencia tartományt jelentősen lecsökkentő hatását.

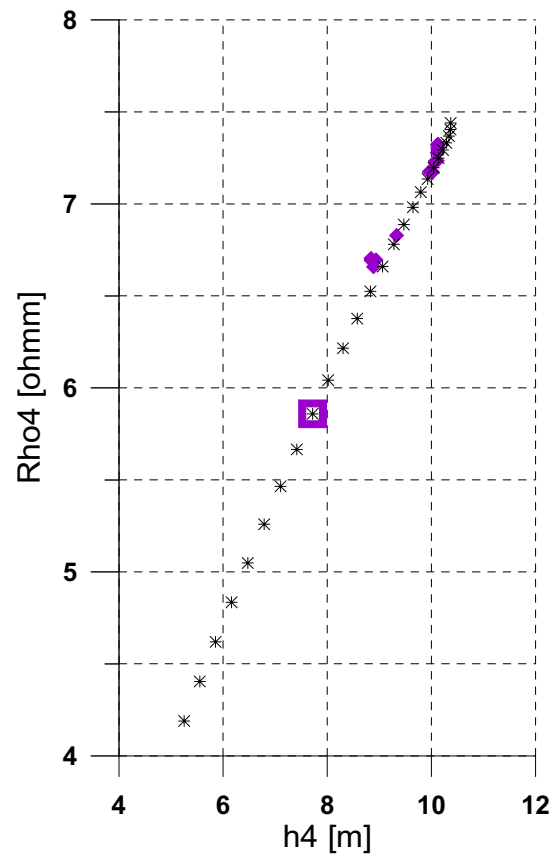
Vizsgáljuk meg, hogy terepi adatrendszer esetén az együttes eljárás elég stabil-e ahhoz, hogy képes legyen helyreállítani a megfelelő vastagság illetve fajlagos ellenállás értékeket, ha azok már jelentősen "előrehaladtak" az ekvivalenciát jelző egyenes mentén. (Másképpen, tegyük fel, hogy geoelektromos szempontból találtunk egy jól illeszkedő megoldást, viszont -mivel megoldásunk csupán egy a sok lehetséges megoldás közül-, a területen mért más fizikai jellegű adatrendszer együttes értékelésével a valódi paraméterértékeket kívánjuk meghatározni.) Startmodellként a 3.15. a-b. ábrákon üres középső négyzettel jelölt értékeket választottuk, amelyek így a független inverzió ekvivalencia tartományába esnek.

Az együttes inverziót végrehajtva a 3.15.a-b. ábrákon rombuszsal jelölt h_2 - ρ_2 és h_4 - ρ_4 paraméterkombinációkat kaptunk (a független geoelektromos inverzió által szolgáltatott értékpárokat továbbra is '*' jelzi). Jól látható, hogy az együttes inverzió megfelelően stabilnak bizonyult, és a geoelektromos szempontból ekvivalens kombinációk mentén haladva kiválasztotta a szeizmikus adatrendszer szempontjából is megfelelő rétegvastagságokat.

Terepi adatrendszeren végzett vizsgálatok során is megállapítható tehát, hogy a két különböző geofizikai módszeren alapuló együttes inverzió akár a megoldást jelentő paraméterkombinációtól távoli startmodell felvéve (3.13.a-b), akár ekvivalens paraméterkombinációról indítva (3.15.a-b) megfelelően stabil ahhoz, hogy az ekvivalencia tartományt leszűkítve a mindkét módszer számára megoldást jelentő értékeket meghatározza.



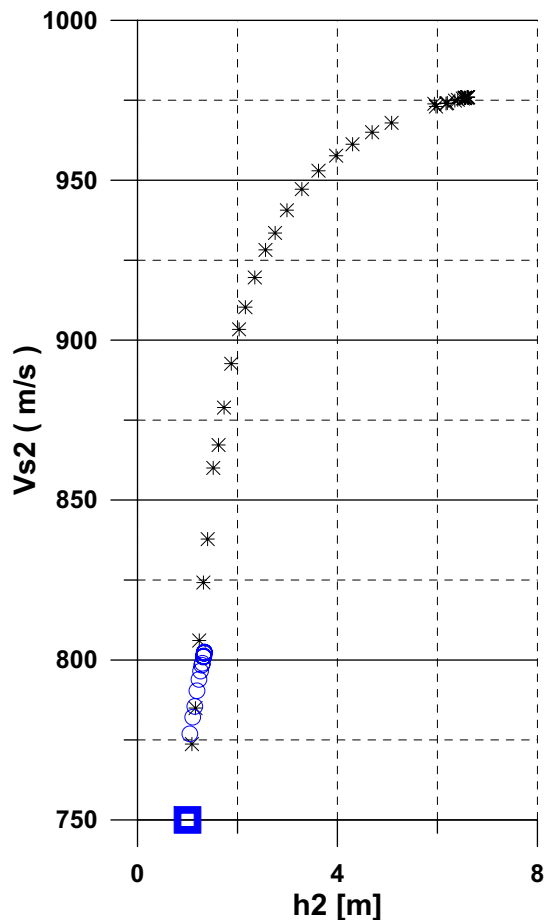
3.15.a. ábra



3.15.b. ábra

3.4.4. Együttes inverzió szeizmikusan és geoelektromosan egyaránt "labilis" modellen

Az előzőekben azt mutattuk be, hogy geoelektromosan ekvivalens modellen mért adatok inverziója stabilá tehető, ha szeizmikus adatrendszerrel egyesítve azokat együttes inverziót végzünk. Hasonlóan várható az is, hogy szeizmikusan "labilis" szerkezeten mért adatrendszer (független szeizmikus) inverziójának eredményeit stabilizálhatjuk geoelektromos adatrendszer bevonásával.



3. 16. ábra

Ezen túlmenően most arra mutatunk példát, hogy a szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió még akkor is stabil eredményre vezet, ha külön-külön mind a geoelektromos, mind a szeizmikus modell problematikus.

A tesztvizsgálat céljára felvett példában szereplő modellparamétereket a 3.20. táblázat mutatja. A geoelektromos

h_i [m]	ρ_{a_i} [Ω m]	v_{s_i} [m/s]
4	10	500
1	100	750
féltér	10	1000

3.20. táblázat. Az egzakt modell

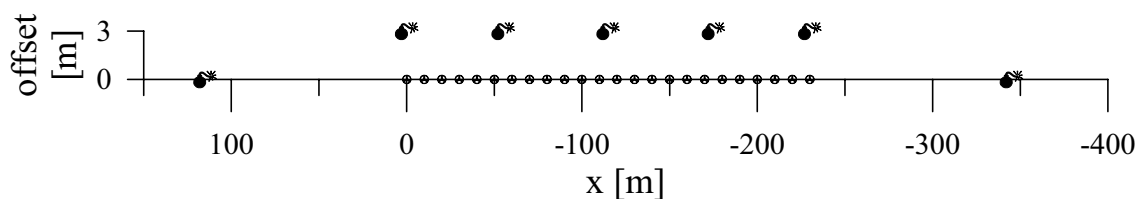
modell rezisztív ekvivalenciát mutat, a 3.16 ábra tanúsága szerint pedig a modellen generált és 1% zajjal terhelt Love-diszperziós adatok inverziója divergens, illetve az egzakt modelltől

elfogadhatatlanul távoli modellen stabilizálódik. (Az üres középső négyzet a felvett modellt jelöli, a csillagok az iteráció során összetartozó h_2 - v_{s2} értékeket mutatják. A korrelációs tényező 1-hez közeli értéket vett fel.) Az ábrán üres körrel jelzett pontok az együttes szeizmikus-geoelektromos inverzió eredményét mutatják. Amint látható, ismét elfogadható és stabil eredményre jutottunk, annak ellenére, hogy külön-külön egyik adatrendszer inverziója sem vezetett jó paraméterbecslésre.

3.5. Refrakciós terepi adatok feldolgozása Marquardt-Levenberg eljárással

A tesztvizsgálatokhoz felhasznált nagyszámú sekélyrefrakciós terepi adatsor a római Università degli Studi "La Sapienza" egyetem Area Geophysica intézetéből származik. Az adatok rendelkezésre bocsátásáért és a feldolgozásban nyújtott segítségért ezúton is köszönetemet fejezem ki M. Bernabini és E. Carderelli professzoroknak. Az adatokat ABEM Terraloc szeizmikus mérőberendezéssel mérték, 24 csatorna felhasználásával. A méréskomplexum kivitelezése több, mint 100 km hosszúságú vonalon

történt, amelyet 240 m-es szakaszokra bontva vizsgáltak. Minden mérési szakaszban 10 m-es távolsággal helyezték el a 24 geofont, és 7 robbantópontot jelöltek ki. Ha a robbantási vonalat tekintjük x tengelynek, és az origót az 1. geofon pozíciója jelenti, a 3.17. ábra mutatja a mérési elrendezést, ahol a \bullet^* szimbólumok a robbantási pontokat, a körök pedig a geofonokat jelzik. Az ábrának megfelelően az első robbantás $x=115$ m-re történt (offset=0), a másodikat az 1. geofon magasságában (offset=3m), a harmadikat $x=-55$ m, a negyediket $x=-115$ m-nél, az ötödiket $x=-175$ m-nél, a hatodikat $x=-230$ m-nél (offset=3m), a hetediket pedig $x=-345$ m-nél (offset=0) hajtották végre.



3.17. ábra

Példaként a 16. szakaszra (B16) 3 robbantási helyzetben (1.,2.,7. robbantási pozíció) a 3.18.a-c. ábrákon látható szeizmogramokat mérték.

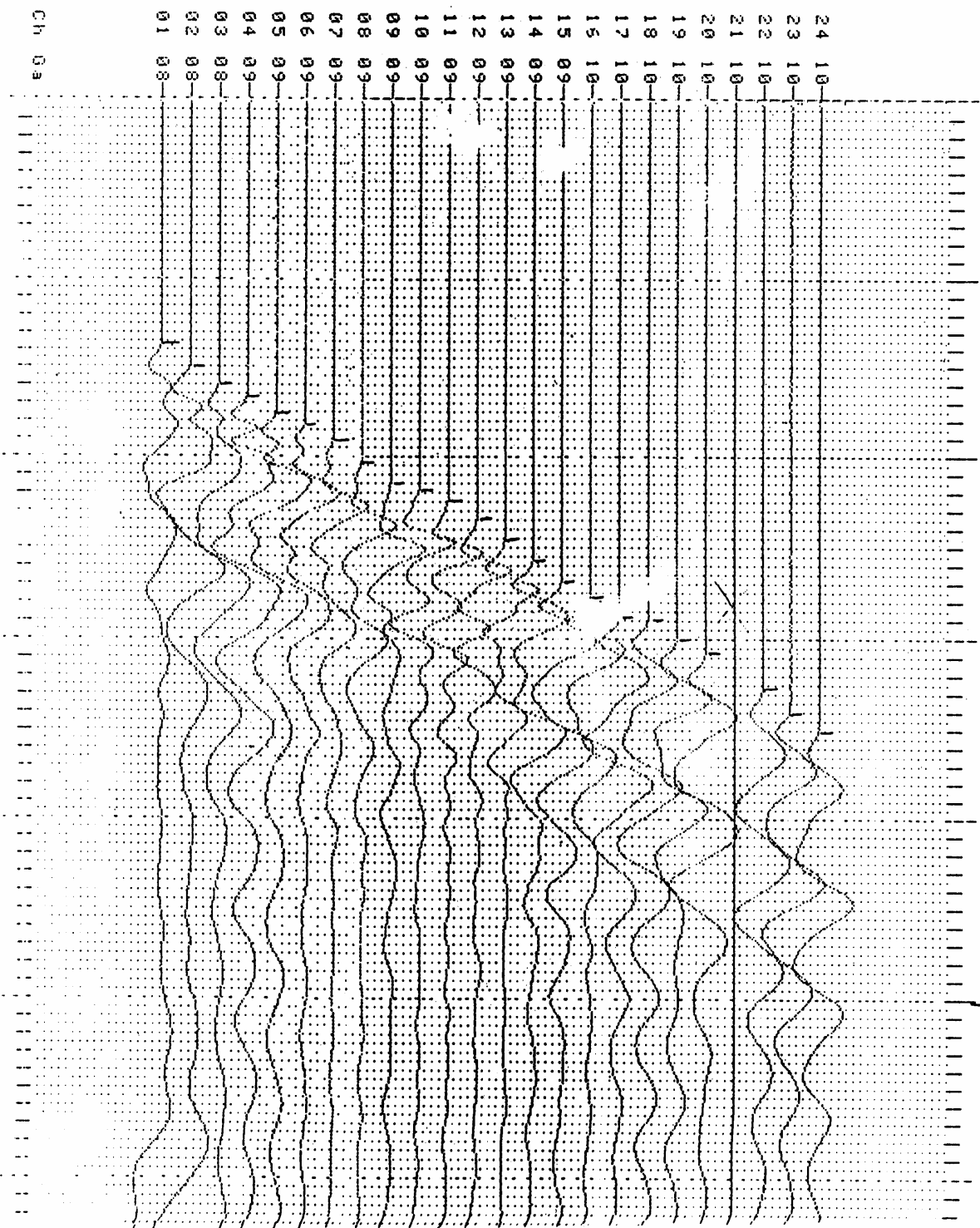
A számos szakaszra végrehajtott linearizált inverzió eredményei hasonlóan elfogadható eredményeket adtak (összehasonlítva a Római Egyetem szakemberei által végzett részletes értelmezéssel), így területi korlátok miatt csupán egy szakasz (B16) eredményei kerülnek bemutatásra.

A B16-ra vonatkozó első beérkezéseket a 3.19. ábrán folytonos vonallal jelöltük. A Marquardt-Levenberg eljárással végrehajtott inverzióval kapott első beérkezéseket az ábrán szaggatott vonal jelzi. A numerikus eredményeket a 3.21. táblázat "számított" jelű oszlopai tartalmazzák. Az adattávolság (E) 8.71%, a korrelációs átlag (T) 0.22 értéket vett fel, amely az inverzió elfogadható és megbízható közelítését jelzi.

A Római Egyetem által megadott értelmezést szintén a 3.21. táblázatban mutatjuk be, az egyes paramétereknek megfelelő "R" jelű oszlopokban. Az inverzió során számított eredmények ezekkel láthatóan jó egyezésben vannak.

3. fejezet. A linearizált együttes inverziós algoritmus alkalmazása...

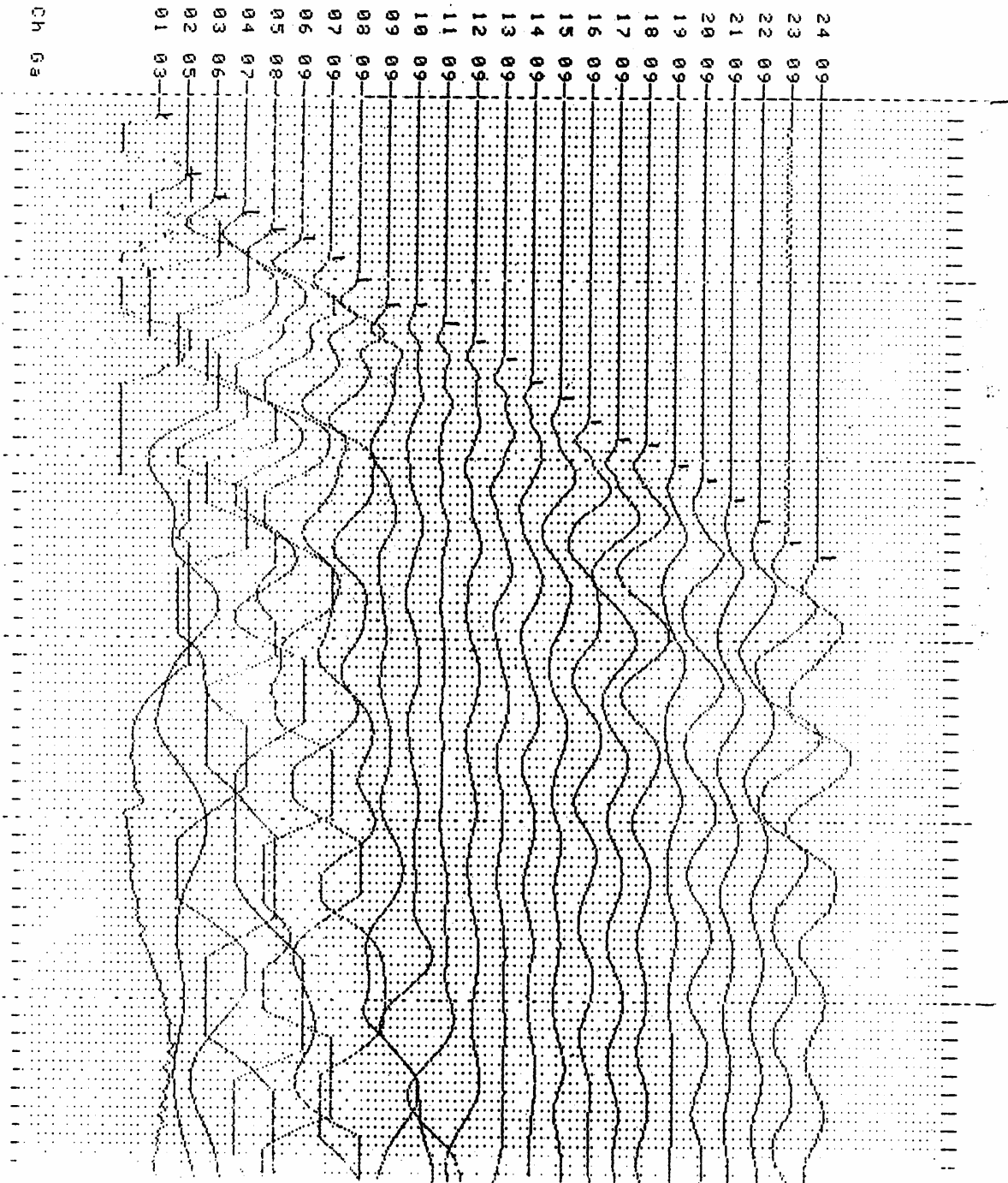
ABEM Terraloc Seismic System Record-000106 Date-900202 Time-12:29
Shot pos.: 060 Layout start: 01 Layout end: 24
Profile No.: 16 Note: 419-89 Operator: 16-66
Record time: 500 ms Delay time: 0000 ms Analog filter: Off
Display mode: Normal, Low-cut: Off Hz High-cut: Off Hz Shots: 001



3.18. a. ábra

3. fejezet. A linearizált együttes inverziós algoritmus alkalmazása...

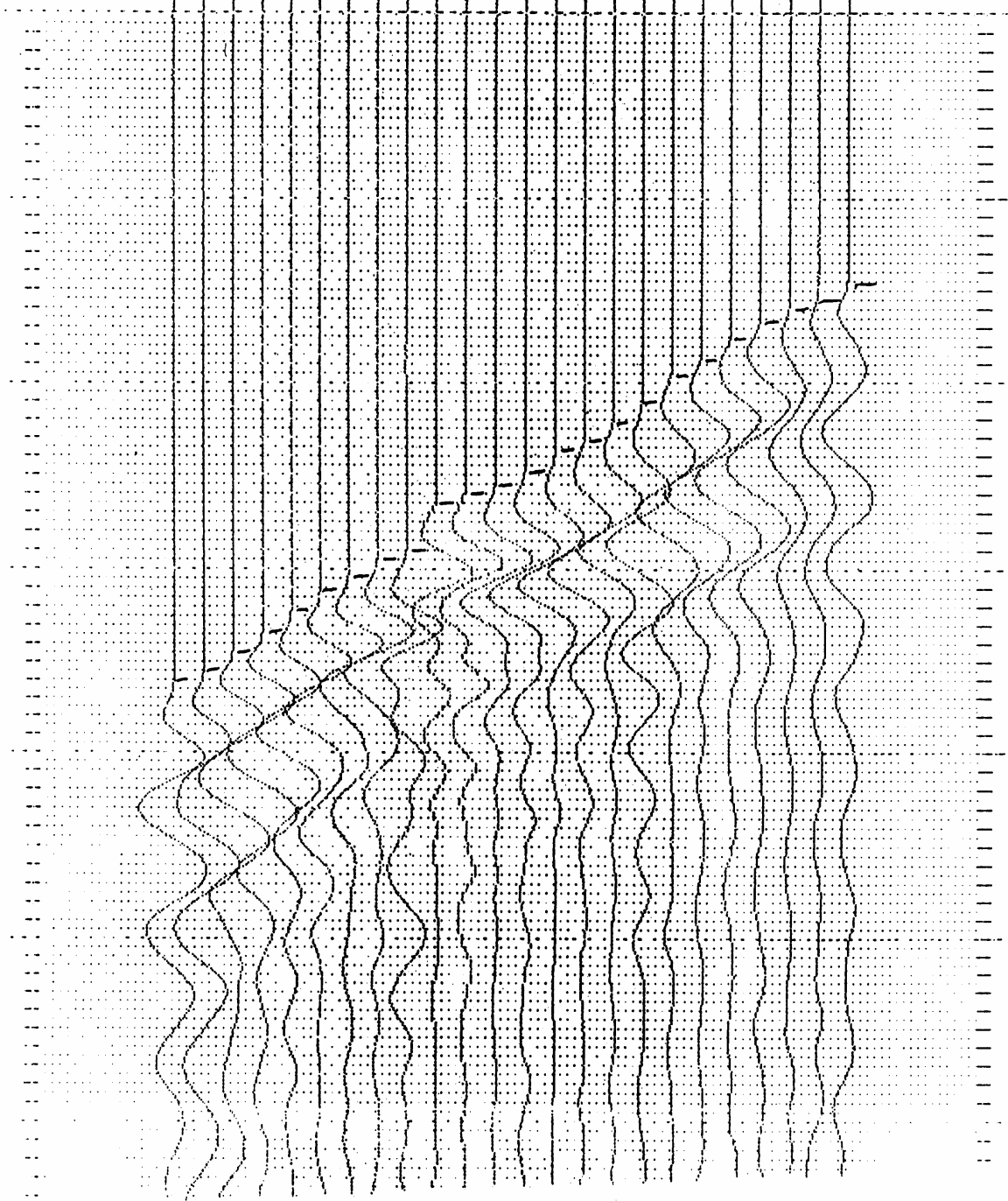
ABEM Terraloc Seismic System Record-000107 Date-900202 Time-12:38
Shot pos.: 062 Layout start: 01 Layout end: 24
Profile No.: 16 Note: 419-89 Operator: 16-66
Record time: 500 ms Delay time: 0000 ms Analog filter: Off
Display mode: Normal Low-cut: Off Hz High-cut: Off Hz Shots: 001



3.18. b. ábra

3. fejezet. A linearizált együttes inverziós algoritmus alkalmazása...

HBEM Terraloc Seismic System Record-000112 Date-900202 Time-13:15
Shot pos.: 068 Layout start: 01 Layout end: 24
Profile No.: 16 Note: 419-89 Operator: 16-66
Record time: 500 ms Delay time: 0000 ms Analog filter: Off
Display mode: Normal, Low-cut: Off Hz High-cut: Off Hz Shots: 001
Ch 01 02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
Ga 10



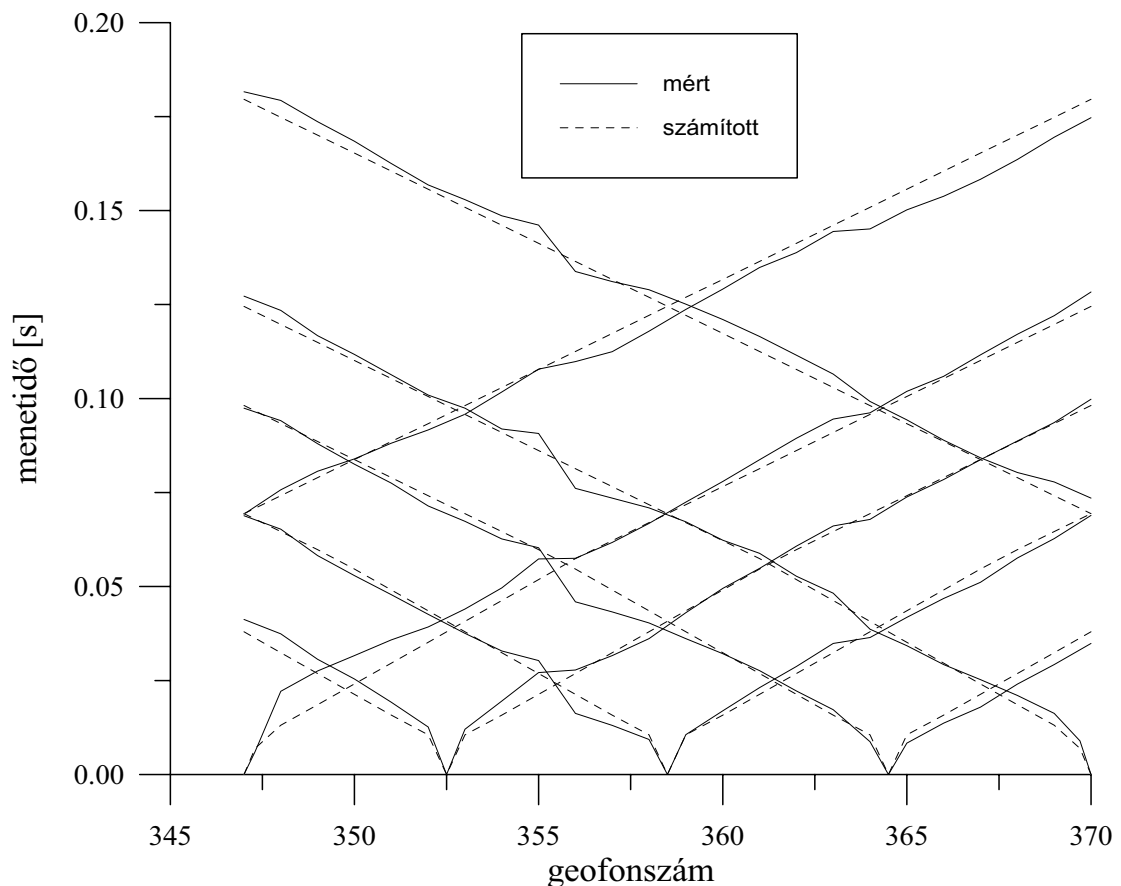
3.18. c. ábra

h_i [m]		v_{pi} [km/s]	
számított	R	számított	R
1.63 (8.13%)	1.6-2	0.434 (6.30%)	0.4
12.25 (25.51%)	9-14	1.797 (2.22%)	1.7
féltér	féltér	2.085 (2.95%)	2.15

E [%]	8.71
Átlagvar. [%]	9.02
T	0.22

3.21. táblázat

A 9.02%-os átlagvariancia, illetve a $T=0.22$ értékű korrelációs norma stabil és megbízható paraméterbecslésre utal. Tapasztalataink szerint valamennyi elvégzett inverziós vizsgálat hasonló megbízhatósági jellemzőket adott mindaddig, míg a földtani modell az alapfeltételezésnek megfelelően jó közelítéssel horizontálisan rétegzett volt. Erősebben dőlt, illetve görbült szerkezetek esetén gyűjtött tapasztalataink erős ösztönzést adtak inverziós vizsgálataink 2D szerkezetekre történő kiterjesztésére. Ilyen irányú fejlesztéseink eredményeiről az értekezés 5. fejezetében számolunk be.



3.19. ábra

3.6. Az eredmények értékelése

A 3. fejezetben *szeizmikus refrakciós futási idők, Love-típusú vezetett hullám diszperziós adatok illetve egyenáramú látszólagos fajlagos ellenállások linearizált együttes inverziós* eljárására tettem javaslatot. A kevert határozottságú inverz probléma megoldására általánosított IRLS algoritmust vezettem be, amelynek több speciális esetében szintetikus adatokon végeztem vizsgálatokat. Elsőként a $p=q=2$ -nek megfelelő *csillapított legkisebb négyzetek* módszerét alkalmaztam. Az eljárást szintetikus adatokon tesztelve megvizsgáltam, hogy a független inverzióból indulva további geofizikai módszerek adatainak bevonásával hogyan javul a paraméterbecslés jósága.

Gauss eloszlást követő zajjal terhelt szintetikus adatrendszeren végzett numerikus tesztvizsgálataimban megállapítottam, hogy két adatrendszer egyesítésével felállított refrakciós-geoelektromos együttes inverziós eljárásokban -a független inverzióhoz képest- a modellparaméterek becslési pontossága mind a modelltávolság, mind a varianciák vonatkozásában számszerűen jelezve is kimutatható. Ez a hatás mindaddig fennáll, amíg a réteghatárok az alkalmazott módszerek szempontjából identikusak. A vizsgálataimba vont mindhárom módszer adatainak együttes inverzióba integrálásával a paraméterbecslés pontossága tovább növelhető, ennél azonban jelentősebb következmény az eljárás stabilitásának a konvergencia-gyorsaság növekedésében megjelenő javulása.

A $p=1, q=0$ speciális esetnek megfelelő *LAD-IRLS* eljárás keretében az előzőekben említett vizsgálatokat elvégeztem Gauss eloszlású zajt és kiugró hibákat tartalmazó adatrendszereken is. Megállapítottam, hogy az együttes inverziós eljárás minden előnye a független inverzióhoz képest számszerűen igazolható az eltérésvektor L_1 normáját minimalizáló LAD (IRLS) algoritmus esetén is. A csillapított legkisebb négyzetek, illetve a LAD algoritmusok összehasonlítása során kimutattam, hogy a független inverziós szakirodalomban sokrétűen tesztelt outlier-rezisztencia mind a két-, mind pedig a három módszert integráló együttes inverziós eljárásokban igazolható, L_1 norma minimalizálásával mind az adattérben, mind a paramétertérben jobb eredményre jutunk, mint L_2 normát minimalizálva. Ezt a megállapítást a relatív modelltávolság és az adattérbeli eltérés paramétereken keresztül számszerűen bizonyítottam.

Szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió segítségével külön vizsgáltam a *geoelektromos ekvivalencia probléma feloldásának* lehetőségeit. Az ekvivalencia probléma mindkét (konduktív illetve rezisztív) alaptípusa vizsgálata során bemutattam, hogy amíg a független eljárás konduktív ekvivalencia típusnál az ekvivalenciát "okozó" h_2 és ρ_2 paraméterek összefüggése által meghatározott egyenes mentén, rezisztív típusnál a kapcsolatot kifejező hiperbola mentén divergált, szeizmikus (a vizsgálatokban refrakciós) adatrendszer bevonásával együttes inverziós eljárást alkalmazva konvergens és egyértelmű megoldást kaptunk. Az együttes inverziós eljárás során jelentősen leszűkült a geoelektromos módszer szerint ekvivalensnek tekinthető, és a független inverzió által be is járt h_2 - ρ_2 kombinációk tartománya. Mindkét ekvivalencia-típus vizsgálata során bemutattam, hogy a harmadik, Love-diszperziós adatokat tartalmazó adatrendszert is integrálva az így kapott együttes inverziós eljárás még pontosabb és stabilabb eredményt adott, tovább szűkítve a független geoelektromos illetve két módszeren alapuló inverzió során kapott h_2 - ρ_2 kombinációs tartományt. Eredményeim szemléletesen igazolják, hogy a geoelektromos ekvivalencia szeizmikus adatok együttes inverzióba vonásával feloldható. Ekvivalens földtani szerkezeten gyűjtött geoelektromos mérési adatok feldolgozása során jelentkező stabilitási problémák megoldására numerikusan szimulált Love-hullám diszperziós adatrendszert vontam együttes inverzióba. Ezáltal terepi adatok felhasználásával is igazoltam az együttes inverzió ekvivalencia tartományt jelentősen lecsökkentő hatását. Ezen túlmenően szeizmikusan és geoelektromosan egyaránt "labilis" modellen végzett vizsgálataimban megmutattam, hogy a szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió még akkor is stabil eredményre vezet, ha külön-külön mind a geoelektromos, mind a szeizmikus modell problematikus.

4. GEOFIZIKAI ADATOK GLOBÁLIS OPTIMALIZÁCIÓJA SIMULATED ANNEALING MÓDSZER ALKALMAZÁSÁVAL

Jelen fejezet szeizmikus refrakciós, egyenáramú geoelektromos és Love-hullám diszperziós adatrendszerek inverzióját mutatja be az irányított Monte-Carlo eljárások közé sorolható Simulated Annealing (SA) alkalmazásával.

A SA algoritmus által minimalizált objektív függvényt a 2.2.1.-ben bevezetett (2.35) kifejezéssel definiálom, amely kevert határozottságú problémák esetében is stabil és konvergens eredményre vezet. Vizsgálatainkban a p és q paraméterek speciális választásával $p=q=2$ mellett a hagyományos (az eltérésvektor L_2 normáját minimalizáló) illetve $p=1, q=0$ ($\lambda=0$) mellett egy rezisztens (az eltérésvektor L_1 normáját minimalizáló) SA algoritmust vezetek be az *együttes* inverzióba.

Az így definiált eljárásokat ismert modellre számított szintetikus adatokon tesztelem és összehasonlítást teszek a kétféle optimalizációs eredmény között. Bemutatom, hogy a különböző geofizikai adatok együttes inverziójának előnyei globális optimalizációs módszerek alkalmazása esetén is fennállnak.

4.1. Globális optimalizációs módszer (Simulated Annealing) bevezetése geofizikai adatok együttes inverziójába

A Simulated Annealing (SA) olyan Monte-Carlo optimalizálási eljárás, mely a minimumhelykeresés során egy fizikai folyamatot, a fémolvadékok hűtési és hőkezelési folyamatát modellezi. Az analógia a következő fizikai jelenségeken alapul:

A nagy energiával és termikus mobilitással rendelkező atomokból álló olvadék hűtési folyamata során az atomok fokozatosan vesztenek energiájukból és megindul a kristályosodás folyamata. Ha a hűtést megfelelő ütemben (nagyon lassan) végzik, az atomok a tökéletes kristályszerkezetet veszik fel, *amelyben a rendszer energiája minimális*.

Túl gyors hűtési ütem esetén a kristályosodó rendszer nem a minimális energiaszintű tökéletes szerkezetben fog kikristályosodni, hanem egy magasabb energiaszinten (a mi szemszögünkben lokális minimumban) fog tökéletlen rácsba fagyni.

Mivel igen nagy számú atomról van szó, ennek megfelelően igen sokféleképpen alakulhat ki tökéletlen rácsszerkezet, vagyis lokális minimum, míg globális minimum (hibátlan rács) csak egy van. A magasabb energiaszinten történő kristályosodás elkerülése érdekében alkalmaznak hőkezelési vagy annealing technológiát, amellyel a minimális energiaállapotú szerkezet elérése a cél.

A technológia lényeges eleme, hogy energianövekedés hatására az atomok kiszabadulhatnak a lokális minimumból (vagyis egy nem tökéletes, magasabb energiaszintű kristályszerkezetből), hogy később elérhessék (megfelelően lassú hűtéssel) a minimális energiaszintű állapotot. Ez megakadályozza, hogy a rendszer egy lokális minimumba fagyjon.

Ezen állapotok modellezésére *Metropolis et al. (1953)* eljárást dolgozott ki (Metropolis-algoritmus).

A szintén nagyszámú adatot tartalmazó sokismeretlenes geofizikai inverz feladatok esetében hasonló probléma (egy abszolút minimum és nagyon sok lokális minimum) fordul elő. A SA geofizikai alkalmazása nagyon hasznos olyan problémáknál, ahol fennáll az a veszély, hogy a rendszer vagy eljárás egy lokális minimumban stabilizálódhat.

A SA eljárást számos fizikai probléma megoldására alkalmazták. A geofizikában a módszert *Rothman (1985, 1986)* és *Sen & Stoffa (1991)* statikus korrekciók kiszámításánál, *Sen, Bhattacharya és Stoffa (1993)* pedig 1D-s párhuzamosan rétegzett szerkezeteken mért és számított fajlagos ellenállás adatok inverziójára alkalmazták. *Dittmer és Szymansky (1995)* mágneses adatok és fajlagos ellenállás adatok inverzióját vizsgálta Simulated Annealing eljárást alkalmazva.

4.1.1. Optimalizálás SA eljárással

A SA módszer alkalmazása előtt tekintsük át az eljárás főbb sajátosságait és az eredményességet befolyásoló tényezőket.

4.1.1.1. Az optimalizálandó függvény

Az inverz feladat megoldásához szükséges a megfelelő objektív függvény definiálása, amelynek minimalizálásával keressük a megoldást. A leggyakrabban ezt a

számított és mért adatok négyzetes eltéréseként adjuk meg, melyet minden iterációban felírhatunk a következőképpen:

$$E_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(a_i^{\text{obs}} - a_i^{\text{cal}} \right)^2, \quad (4.1)$$

ahol N az adatszámot, \bar{a}^{obs} és \bar{a}^{cal} a mért, illetve számított adatrendszereket jelölik, az utóbbiakat ez esetben nem szükséges linearizálni. Együttes inverzió esetén a (4.1)-ben szereplő mennyiségeket a 2.2. fejezetben közölt definíció alapján értelmezzük.

Az E objektív függvényt a SA elfogadott terminológiája szerint energiafüggvénynek nevezzük. Együttes inverziós vizsgálatainkban az energia függvényt az általánosabb, egyrészt az eltérésvektor L_p normáját tartalmazó, másrészt kevert határozottságú inverz probléma megoldása során is stabil és konvergens eljárást biztosító alakban

$$\Phi = \|\bar{e}\|_p + \lambda^2 \|\bar{P}\|_q = \sum_{i=1}^N \left| a_i^{\text{obs}} - g_i(\bar{P}) \right|^p + \lambda^2 \sum_{k=1}^M |P_k|^q \quad (4.2)$$

vesszük fel. (Ez a (2.35)-nek megfelelő linearizálatlan objektív függvény.) Együttes inverzió esetén az \bar{a}^{obs} vektor és a \bar{g} vektor modelltvény is a (2.32), illetve (2.33) szerinti kombinált vektorok.

4.1.1.2. A változtatandó modellparaméterek definiálása

Minden inverziós problémához megadhatjuk a direkt feladatot meghatározó paramétereket. Ezeket az 1. fejezetben leírtakkal azonos módon definiálhatjuk. Így a refrakciós (1.5), Love-hullám diszperziós (1.17) és geoelektromos (1.22) paramétervektort alkalmazzuk.

4.1.1.3. A paraméterváltoztatás módszere

A SA eljárás a paramétervektor elemeinek iterációról iterációra történő alkalmas változtatásán alapul. A modellparaméterek változtatására több módszer alakult ki.

A j -dik paraméter megváltoztatását általánosan a következőképpen írhatjuk fel:

$$p_j^{\text{új}} = p_j^{\text{régi}} \pm b,$$

ahol b a paraméterváltoztatás mértéke.

Legegyszerűbben akkor járunk el, ha fix értékkel perturbáljuk minden iterációban a paramétert. Ekkor ' b ' egy általunk választott állandó. Nyilvánvaló, hogy ezzel a módszerrel a paraméterek "változékonysága" erősen korlátozott, nem érheti el a kellő finomságot.

Ennél jobb megoldásnak bizonyult az a módszer, amelynek során ' b ' 0 és egy általunk megválasztott maximális érték (b_{\max}) között véletlenszerűen változik: $0 \leq b \leq b_{\max}$.

Az optimalizálási eljárás tesztelése folyamán kialakult tapasztalatok szerint a legjobb eredményre az a paraméterváltoztatási módszer vezet, amelynek során b_{\max} iterációnként változik: $b_{\max} = b_{\max} \cdot \varepsilon$, ahol ' ε ' egy általunk választott 0 és 1 közötti szám, mely b_{\max} lépésenkénti csökkenését határozza meg.

4.1.1.4. A becsült paraméterek elfogadási kritériuma

A Simulated Annealing eljárás, miközben az aktuális paramétervektor véletlenszerűen bebolyongja a modellteret, minden lépésnél vizsgálja az energiafüggvény változását az előző elfogadott lépéshez képest (ΔE).

Ha $\Delta E \leq 0$, vagyis az új modellparaméterrel számított adatok közelebb vannak a mért adatokhoz az N dimenziós euklideszi térben, akkor mindig elfogadjuk az új modellparamétert: $P=1$, ahol P az új modellparaméter elfogadásának valószínűségét jelöli. Ha csak ezt valósítaná meg az eljárás, akkor elkerülhetetlenek lennének a lokális minimumba záródások. A lokális minimumokból való kiszabadulás képességét a következő tulajdonságnak köszönheti a módszer.

Ha ($\Delta E > 0$), vagyis az új modellparaméterrel eltávolodtunk az adattérben, az energianövekmény mértékétől függően még mindig lehetséges a paraméter elfogadása. Az elfogadási valószínűséget a Metropolis-algoritmus alkalmazásával a

$$P(\Delta E) = \exp(-\Delta E/T), \quad (4.3)$$

formula szerint számítjuk ki, azaz az elfogadási valószínűség annál kisebb, minél nagyobb az energianövekmény. A T paraméter az általánosított hőmérséklet, amelyet a SA eljárás

egymást követő iterációs lépéseiben állandóan (megfelelően lassan) csökkentünk. (T-nek itt nincsen valódi fizikai jelentése.)

A gyakorlati megvalósítás során akkor fogadjuk el a paramétert, ha egy 0 és 1 közötti egyenletes valószínűséggel generált szám (α) kisebb, mint a Metropolis-algoritmus által meghatározott érték: $\alpha \leq P(\Delta E)$.

4.1.1.5. T folyamatszabályozó általánosított hőmérséklet, megfelelő hűtési módszer

Az inverzió konvergenciája nagyon érzékeny a hűtési ütemre. Ez nem lehet túl gyors, mert a rendszer lokális minimumba záródhat, de nem jó a túl lassú ütem sem, hiszen nem eredményez jobb inverziót, csak jóval hosszabb ideig tart megtalálni a megoldást.

Rothman (1986) úgy találta, hogy az eljárás megtalálja a globális minimumot, ha a következő módon választjuk meg a hűtési ütemet. Az eljárás indításakor magas hőmérsékletet adunk meg, lehetővé téve, hogy a paraméterterben megfelelően sok állapotot kipróbáljon a rendszer. Ezután gyors hűtés következik egy alacsonyabb hőmérsékletre, melyet később kritikus hőmérsékletnek neveztek el (T_c). Ezután a kritikus hőmérsékletéről lassan csökkentjük T-t, az ún. geometriai csillapodás módszerével (*Dittmer és Szymansky, 1995*):

$$T_i = T_c g^i, \quad (4.4)$$

ahol g egy megfelelően választott, 0 és 1 közötti érték, amely a hűtési ütemet határozza meg az eljárás folyamán.

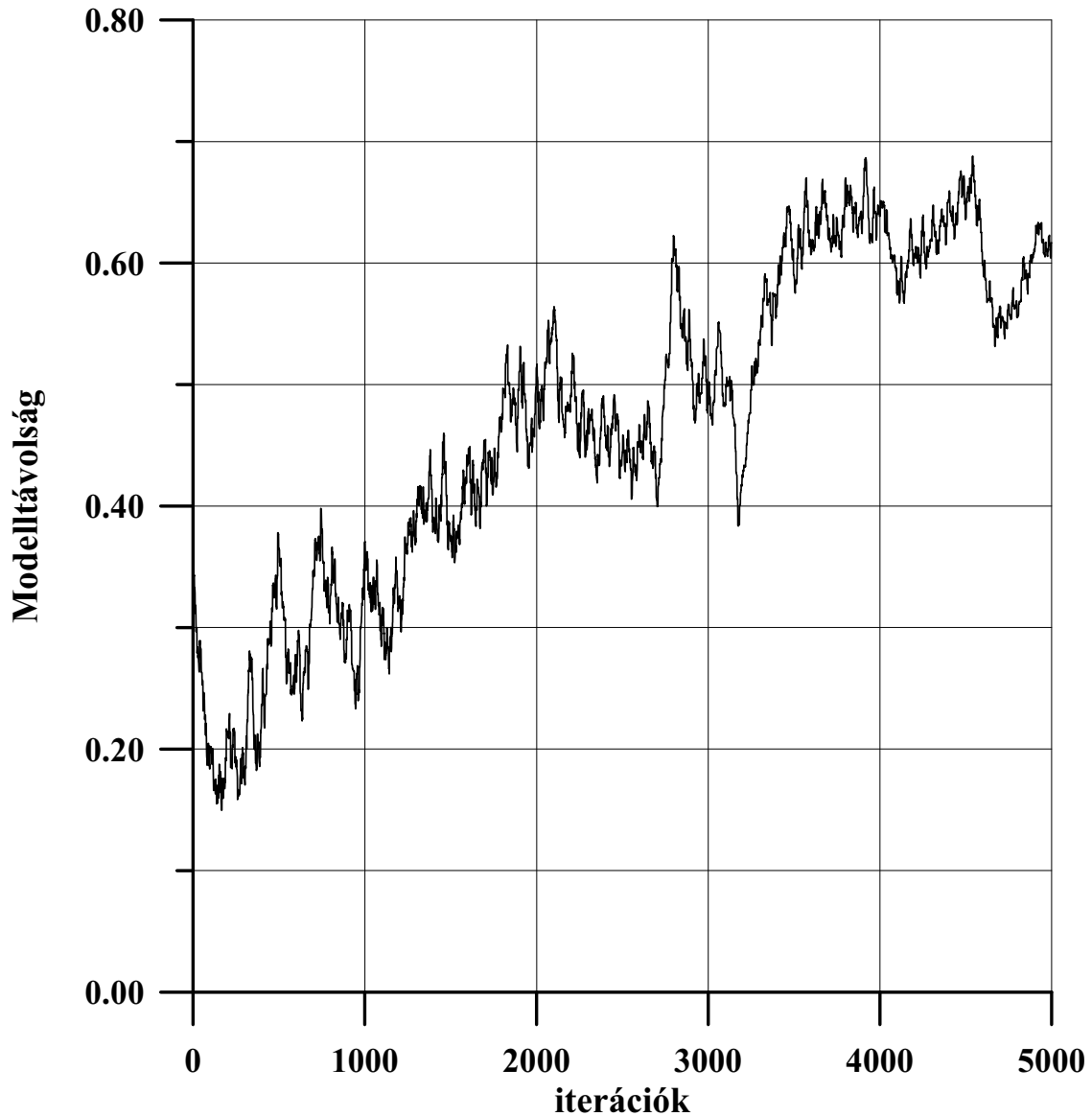
T_c helyes megválasztása döntő fontosságú. Elég magasnak kell lennie ahhoz, hogy az inverzió kiszabaduljon a lokális minimumból, és elég alacsonynak ahhoz, hogy amint lehetséges, megállapodjon a globális minimumban.

A 4.1. ábra jól illusztrálja, hogy a nem megfelelően megválasztott kritikus hőmérséklet milyen hatással van az inverzió konvergenciájára.

Látható, hogy a túlságosan magas hőmérsékletnek köszönhetően minden felfelé változtatást elfogad az eljárás, és ennek megfelelően állandóan távolodik az eredeti problémától. Adott esetben nem kaptunk konvergens eredményt.

A kritikus hőmérséklet megválasztására *Basu és Frazer* közölt eljárást (1990). Ennek megfelelően az inverzió elindítása előtt kell meghatározni T_c értékét, mely minden

inverziós problémára más és más. A módszer szerint rövid futtatást végzünk különböző T értékeken, melyeket a 10^{-7} -től 10-ig terjedő tartományból választunk. Az eljárás lépései:



4.1. ábra. A nem megfelelő (túl nagy) kritikus hőmérséklet hatása az inverzió konvergenciájára

a., Először egy fix T értéken kiszámítjuk az energiafüggvények átlagát (hibaátlag) a futtatás során:

$$E_{av} = \frac{1}{n} \left(\sum_{k=1}^n E_k \right), \quad (4.5)$$

ahol E_k a k -dik elfogadott modellhez tartozó energiafüggvény és n az elfogadott modellek száma.

b., Megismételjük a fenti lépést a többi T értékre. T -t tipikusan 10-es faktorialis változtatjuk a fent leírt tartományban.

c., $\log(T)$ függvényében ábrázoljuk a különböző T értékekhez kapott hibaátlagot (4.2. ábra).

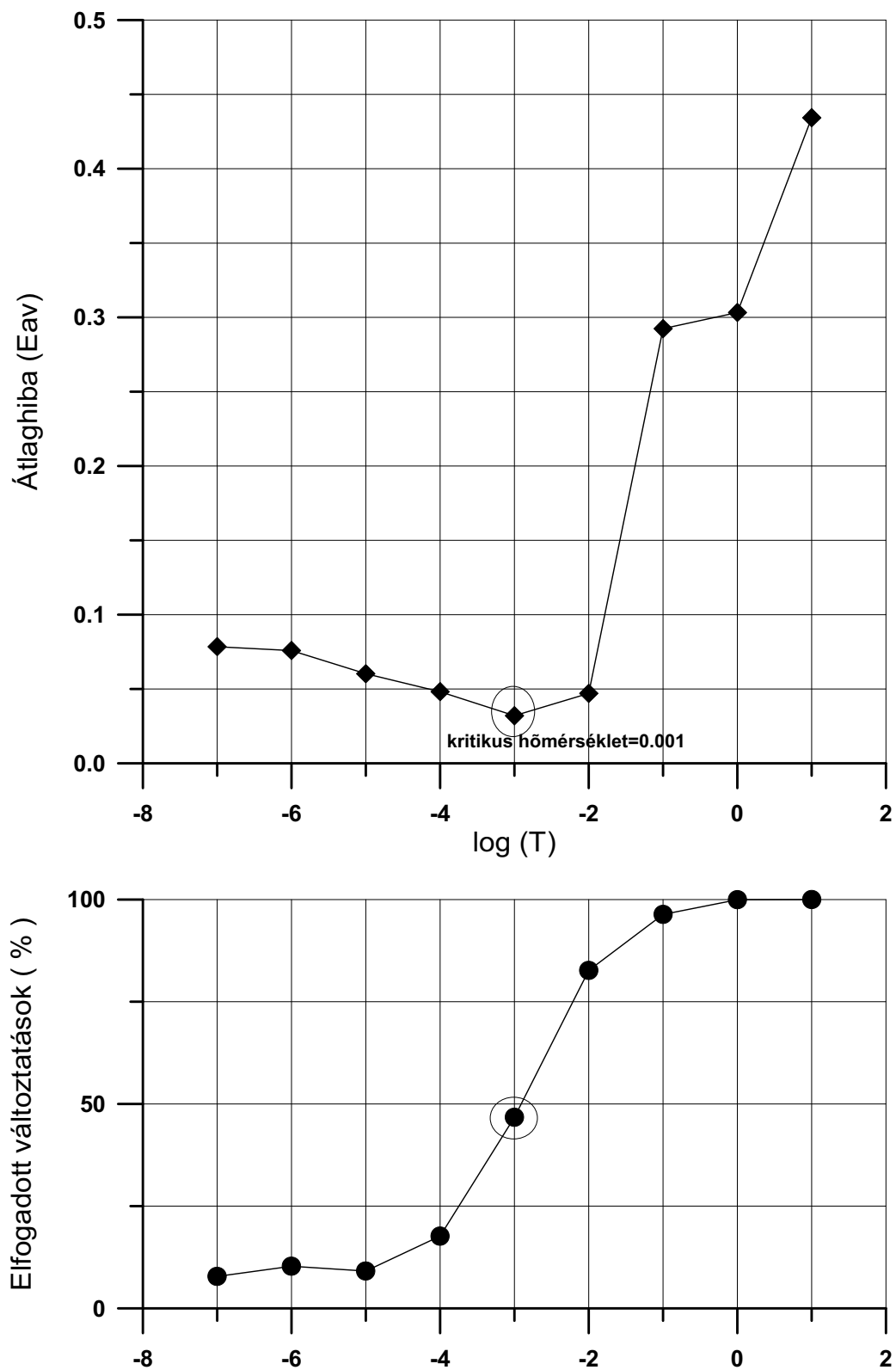
d., A legkisebb hibaátlaghoz tartozó T érték lesz a kritikus hőmérséklet az adott inverziós feladatra. A 4.2. ábrán látható esetben $T_c=10^{-3}$.

Érdekes a 4.2. ábra alsó részében feltüntetett elfogadott változtatások számát összehasonlítani a különböző T értékeknel. Túl alacsony hőmérséklet esetén igen kevés paraméterváltoztatást fogadott el az eljárás, ezek is inkább lefelé változtatások. A felfelé változtatások hiánya ilyenkor megnöveli a lokális minimumokba záródás veszélyét. A túl magas hőmérsékleti értékeknel pedig megfigyelhető, hogy a legtöbb, ill. $T=1$ -től az összes változtatási kísérlet elfogadásra kerül. Ilyenkor a teljes rendezetlenség jellemzi az eljárást, melynek során állandóan távolodhatunk az eredeti problémától, ahogy ezt az ábra felső részében ábrázolt hibaátlag értékek is mutatják.

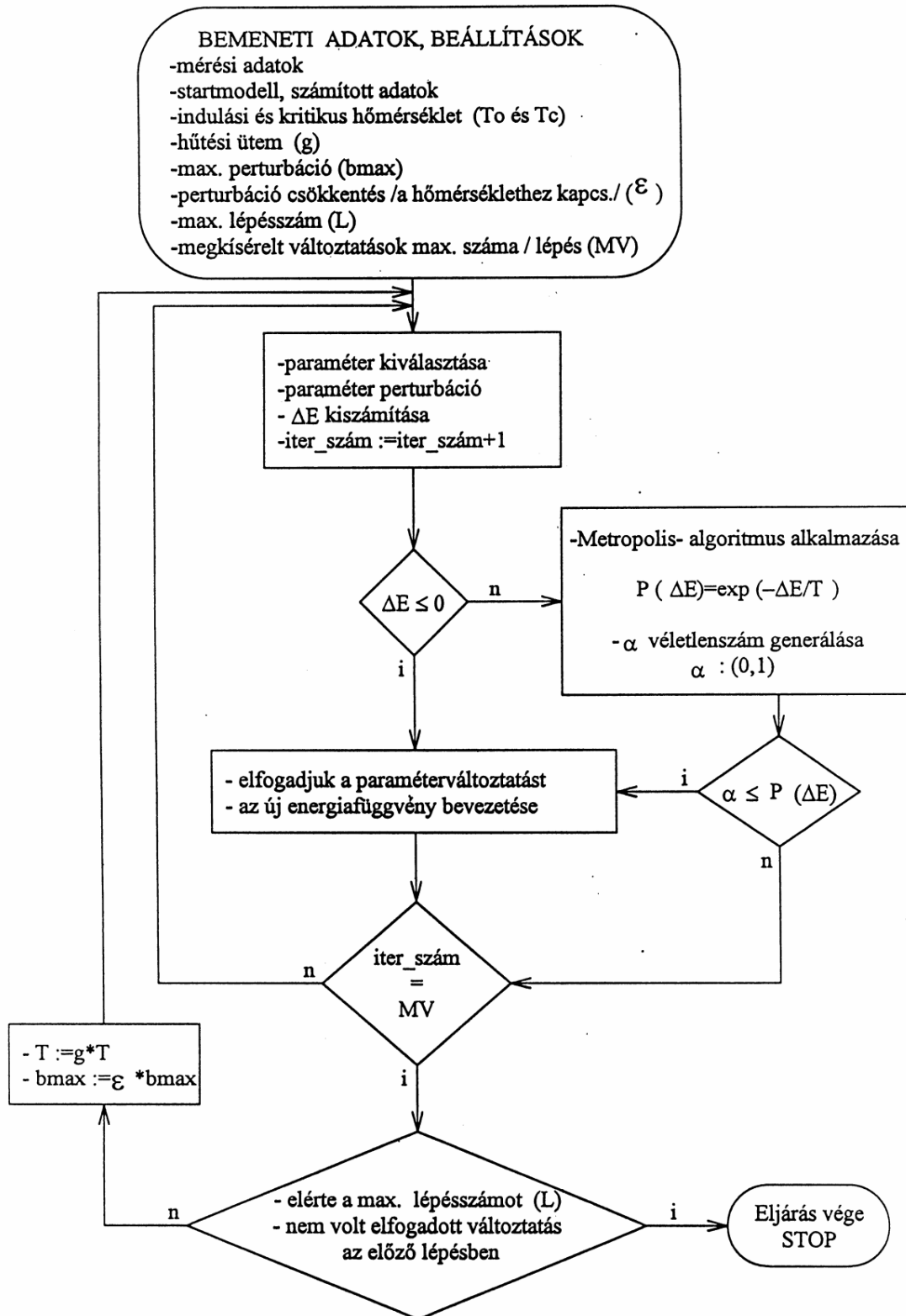
4.1.1.6. A SA módszer folyamatábrája

A 4.3. ábrán láthatjuk a SA előző pontoknak megfelelő folyamatábráját. A bemeneti adatokat a mérési adatok, a becsült induló modell paraméterek és az eljárást befolyásoló folyamatjellemző beállítások képezik.

Az eljárás során kiválasztunk egy paramétert és az aktuális paraméterváltoztatás mértékének (' b ', ld. 4.1.1.3. pont) megfelelően megváltoztatjuk. Ezután következik az így kapott új paraméterérték elfogadásának vizsgálata, mellyel részletesen foglalkoztunk a 4.1.1.4. pontban.



4.2. ábra. A kritikus hőmérséklet meghatározása



4.3. ábra. A SA algoritmus folyamatábrája

Ezt egy belső ciklusban a megkísérelt változtatások maximális számának eléréséig végezzük (MV), majd ennek túllépésével következhet a hőmérséklet csökkentése az általunk választott hűtési módszer (ld. 4.1.1.5. pont) szerint. Ha az eljárás elérte a maximális lépésszámot, vagy az előző ciklus során nem volt elfogadott, sikeres változtatás, akkor a folyamat leáll.

4.1.2. Optimalizálás módosított SA eljárással

Az L_2 normát alkalmazó megközelítés ($p=q=2$) abban az esetben ad optimális eredményt, ha a mérési hibák Gauss-eloszlást követnek. A gyakorlati alkalmazások során előforduló kiugró adatok vagy outlieriek miatt az előbbinél "szélesebb szárnyú" eloszlást kell feltételeznünk. Erre az egyik leggyakrabban feltételezett példa az egyszerű exponenciális eloszlás (*Menke, 1984*), amelynél az eltérésvektor L_1 normájának megfelelő energia függvény ($p=1, q=0$, LAD-SA)

$$E_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |a_i^{\text{obs}} - a_i^{\text{cal}}| \quad (4.6)$$

minimalizálása vezet optimális becslésre. A (4.2)-ben bevezetett általánosított objektív függvény SA optimalizálásával két további speciális eljárást kapunk: ($p=1, q=1$) esetben a LAD₁-SA, míg ($p=1, q=2$) esetben a LAD₂-SA módszer áll elő.

4.2. Startmodellfüggetlenségi vizsgálatok

Mint minden inverziós eljárásnál, a SA módszernél is igen fontos annak ismerete, hogy az eredmény milyen mértékben függ attól, hogy az iterációt a paraméterter mely pontjából indítjuk, azaz hogyan választjuk meg az induló modellt.

Hasonlóan fontos annak vizsgálata is, hogy az eljárás mennyire érzékeny az adatrendszer által hordozott zaj nagyságára, illetve a kiugró hibákkal rendelkező adatokra. Ezeket a kérdéseket legegyszerűbben szintetikus adatrendszerek segítségével elemezhetjük.

A linearizált inverziós eljárásokkal szemben, -ahogy a bevezetésben is említettük- a SA a globális minimum meghatározására törekszik, függetlenül attól, hogy a modellterben

honnan indítottuk az eljárást. Annak érdekében, hogy megmutassuk, a SA módszer eredménye nagymértékben független az induló modell megválasztásától, a 4.1. táblázatban látható startmodellek alkalmazásával teszteltük az algoritmust. Mivel a vizsgált tulajdonság a refrakciós illetve geoelektromos (független) inverzió esetén hasonlóan jellemezhető, a tesztvizsgálatokat csak az önálló refrakciós inverzió esetében végeztük el.

A felvett 5 startmodell távolsága az egzakt modelltől széles tartományt fog át, a 0%-os modell-távolságtól az igen távoli 72%-os modell-távolságig változik.

Az 1%-os véletlenszerű Gauss eloszlású zajjal terhelt adatok különböző startmodellekről indított inverziós teszteléseinek eredményeit a 4.2. táblázat tartalmazza.

Az eredményül kapott modellek távolsága az egzakt modelltől 0.67%-0.69% tartományon belül van, tehát mondhatjuk, hogy az eljárás a különböző induló modellek esetén ugyanazt az eredményt szolgáltatva, a lényegtelen különbségeket figyelmen kívül hagyva. Elegendő tehát egy startmodellre vonatkozóan vizsgálni az inverziós eredményeket.

	1.	2.	3.	4.	5.
D(ind.) [%]	0.00	34.31	40.23	60.53	72.00
v_{p1} [m/s]	700	500	400	400	1000
v_{p2} [m/s]	1500	1300	1800	2000	2200
v_{p3} [m/s]	2300	2000	2700	3000	3200
h_1 [m]	3	5	4	6	6
h_2 [m]	6	7	5	10	12

4.1. táblázat. Az alkalmazott induló modellek paraméterei és távolságuk az egzakt modelltől

	1.	2.	3.	4.	5.
D	0.69%	0.67%	0.68%	0.67%	0.67%

4.2. táblázat. Az eredménymodellek távolsága az egzakt modelltől

4.3. Numerikus inverziós eredmények

A további tesztelések során a 4.1. táblázatbeli 2. sz. startmodellből indultunk azért, hogy a 3. fejezetben található linearizált módszerek eredményeinek összehasonlítása lehetséges legyen a SA inverziós módszerek eredményeivel. Így a globális inverziós vizsgálatokhoz

alkalmazott adatrendszerek és egzakt illetve induló modellek megegyeznek a 3.1. pontban részletesen leírtakkal.

4.3.1. Az 1 %-os Gauss-hibát tartalmazó adatrendszeren végrehajtott inverzió eredményei

A viszonylag kis hibával terhelt adatok inverziója esetén kapott eredményeket a 4.3. táblázatban láthatjuk. (Az adattérbeli eltérés jellemzésére a korábbiakban bevezetett E -vel jelölt mennyiséget ebben a fejezetben A -val jelöljük, mivel az irodalom a SA energiafüggvényét hagyományosan E -vel jelöli. A táblázatokban a 3. fejezettől eltérően a varianciák és korrelációs norma nem szerepelnek. E mennyiségek meghatározása SA módszer mellett is lehetséges (Sen et al., 1993), az eljárás azonban rendkívül számítási időigényes, ezért ezen jellemzők számításától eltekintettünk.)

A táblázat első sorában található modelltavolság értékek mutatják, hogy a geoelektromos önálló inverzió paraméterbecslése sokkal rosszabb, mint az önálló refrakciós vagy az együttes inverzió modelltavolsága, adattérben azonban mindhárom inverzió visszaadja a várt 1 %-körüli értéket. Ez azt jelenti, hogy a geoelektromos inverzió ekvivalens modellre talált, ami igen gyakori, különösen a VESZ adatok inverziója során.

		refrakciós	geoelektromos	együttes
SA	Modelltavolság	0.56		0.50
	/D/ [%]		4.86	
	A [%]	0.88	1.04	0.92
LSQ	D [%]	0.73	16.56	0.60
	A [%]	0.88	1.22	0.92

4.3. táblázat. Az 1%-os Gauss-hibával terhelt adatok inverziójának eredményei. A Simulated Annealing (SA) ill. egy linearizált inverzió, a legkisebb négyzetek módszere (LSQ) által kapott eredményeket tartalmazza a táblázat.

Az **ekvivalencia** problémáját nyilvánvalóan a globális optimalizációs módszerek sem tudják kiküszöbölni, hiszen véletlenszerű, hogy két, vagy akár több ugyanolyan minimum közül melyiket választja ki az eljárás. Az önálló -egy módszeren alapuló- inverziónál fellépő ekvivalencia probléma kezelésére eredményesen alkalmazható az **együttes inverzió**, amely fizikailag független, különböző geofizikai módszerekből származó adatrendszereket egyesít az inverzió során. (Vozoff 1975, Dobróka et al. 1991)

A közvetlen összehasonlíthatóság kedvéért elkülönítettük az együttes inverzió eredménymodelljében a refrakciós és a geoelektromos paraméterekre vonatkozó modelltávolságot (D^r és D^e). Mindkettőnél javulás figyelhető meg az önálló inverziós eredményekhez képest: a refrakciós paraméterek becslési hibája 0.56%-ról 0.41%-ra, a geoelektromos paramétereké 4.86%-ról 0.62%-ra csökkent.

Ha a globális inverziós módszerrel kapott eredményeket összehasonlítjuk pl. a linearizált legkisebb négyzetek elve (LSQ) által szolgáltatott értékekkel, melyek az előző fejezetből származnak, láthatjuk, hogy a globális módszer alkalmazásával csökkentek a modellhibák. Ez különösen a geoelektromos önálló inverziónál figyelhető meg, ahol 4-szeres javulást ért el a SA, 16.5%-ról 4.8%-ra csökkent a modellhiba. De mindkét esetben megfigyelhetjük az együttes inverzió jobb paraméterbecslését is.

4.3.2. Az 1%-os Gauss-hibát és kiugró adatokat is tartalmazó adatrendszeren végrehajtott inverzió eredményei

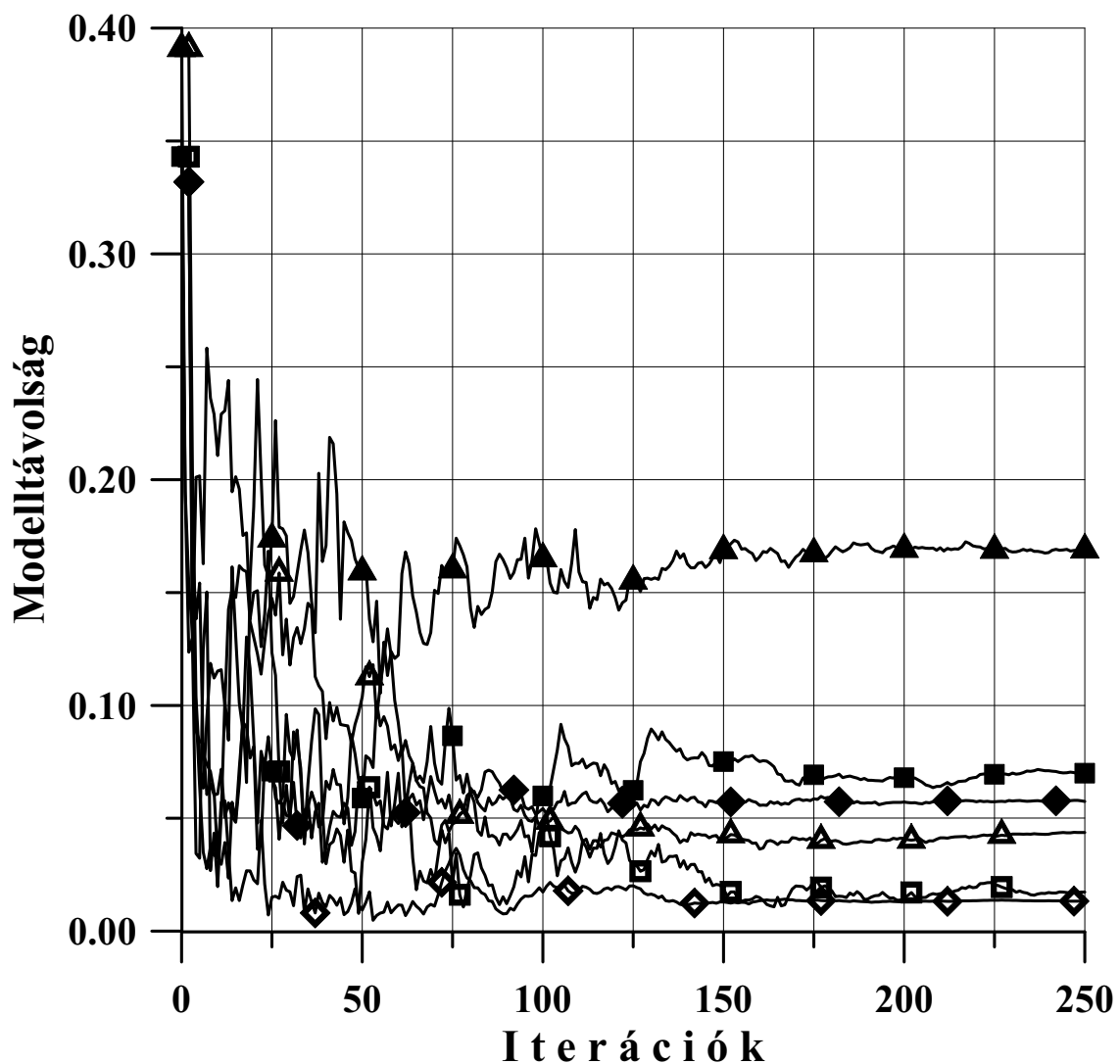
Ennél a vizsgálatnál az adatrendszerek már kiugró hibákat is tartalmaznak, így lehetőségünk nyílik az L_1 és L_2 normán alapuló (E_1 illetve E_2) energiafüggvény minimalizálásával kapott paraméterbecslés összehasonlítására. Az eredményeket a 4.4. ábra és a 4.4. táblázat tartalmazza.

Az ábrán a modelltávolságok láthatók az iterációs szám függvényében, mind az E_2 , mind az E_1 energiafüggvény alkalmazása esetén. Az ábra bal felében, az alacsony iterációs számoknál megfigyelhetjük, hogy nagyon sok állapotot kipróbál a SA eljárás a modell- és adattérben, amíg a magas iterációs számoknál -ábra jobb fele- megállapodik a megoldásnál.

Ha az E_2 energiafüggvényen alapuló eredményeket nézzük először, látjuk, hogy a kiugró adatok szerepeltetése jelentős romlást okozott az előző pontban bemutatott eredményekhez képest. Az ábrán jól látható, hogy E_1 alkalmazása esetén kedvezőbb megoldást kaptunk. Az önálló refrakciós inverziónál például **7.03%**-ról **1.45%**-ra csökkent a modellhiba, amikor E_2 helyett E_1 energiafüggvényt alkalmaztunk. A másik két esetben is (önálló geoelektromos, ill. együttes inverzió) hasonló -négy- vagy ötszörös- javulást figyelhettünk meg.

		refrakciós	geoelektromos	együttes	
SA /E ₂ /	Modelltávolság	7.03		5.71	D ^r =4.51
	/D/ [%]		16.89		D ^e =6.46
	A [%]	5.21	5.47	5.26	
SA /E ₁ /	Modelltávolság	1.45		1.34	D ^r =0.72
	/D/ [%]		4.42		D ^e =1.63
	A [%]	5.6	6.02	5.68	

4.4. táblázat. Az 1%-os Gauss hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek inverziójának eredményei, E₂ illetve E₁ energia függvény alkalmazása esetén



4.4. ábra. Az 1%-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatok inverziójának eredményei. Refrakciós (négyzetek), geoelektromos (háromszögek) és az együttes inverzió (rombuszok) által szolgáltatott modelltávolságok E₂ (kitöltött szimbólumok) és E₁ (üres szimbólumok) energia függvény alkalmazása esetén

Emellett mindkét energiafüggvény esetén megint csak az együttes inverzió alkalmazásával kaptunk pontosabb eredménymodellt. Például E_1 alkalmazásakor a geoelektromos paraméterekre 4.42% helyett 1.63%-ra csökkent a meghatározandó modellparaméterek hibája.

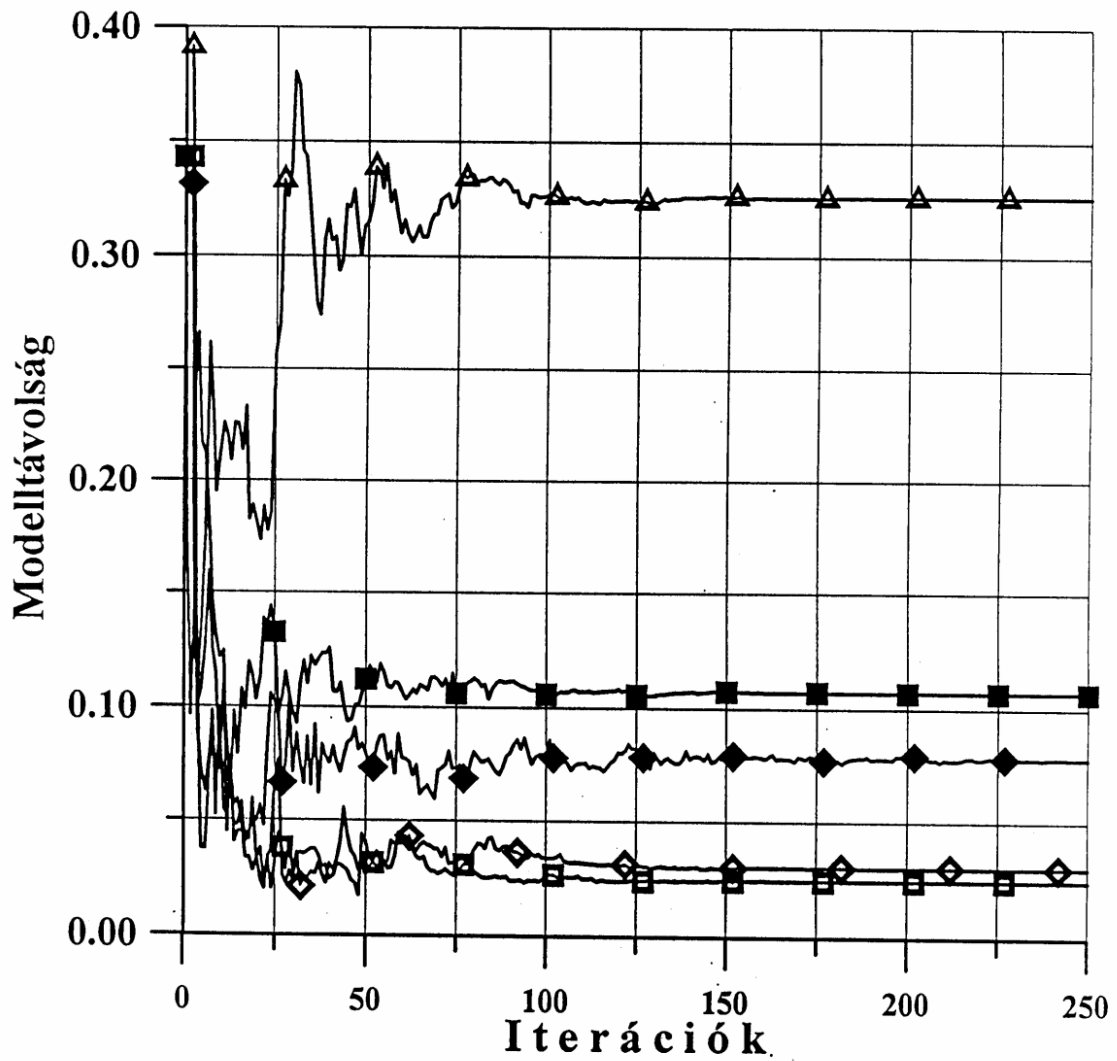
4.3.3. Az 5%-os Gauss-hibát és kiugró adatokat is tartalmazó adatrendszeren végrehajtott inverzió eredményei

Az igen durva hibával terhelt adatrendszerek inverziójának eredményeit a 4.5. ábrán és a 4.5. táblázatban találjuk. Az ábrán hiába keressük az E_2 energiafüggvényen alapuló önálló geoelektromos inverzió eredményeit, ugyanis ez esetben nem kaptunk elfogadható eredményt, eltévedt az eljárás. Nagyon szép példát láthatunk viszont arra, hogy az együttes inverzió a refrakciós paraméterekkel közös rétegvastagságokon keresztül megfogta a geoelektromos paramétereket, nem engedte azokat eltávolodni.

		refrakciós	geoelektromos	együttes	
SA / E_2 /	Modelltávolság [%]	10.73	divergens ~2000	7.82	$D^r=6.0$
	A [%]	20.39	20.76	19.05	$D^e=10.1$
SA / E_1 /	Modelltávolság [%]	2.41	32.62	2.98	$D^r=1.28$
	A [%]	21.20	20.46	19.73	$D^e=4.98$

4.5. táblázat. Az 5%-os Gauss hibával és kiugró adatokkal terhelt adatrendszerek inverziójának eredményei, E_2 illetve E_1 energiafüggvény alkalmazása esetén

Az E_2 helyett az E_1 energiafüggvény alkalmazásával a paraméterterben ismét ötszörös javulást értünk el, és még az önálló geoelektromos inverziónál is kaptunk eredményt, igaz, hogy nem olyan pontosat, mint szeretnénk. Az együttes inverzió és az L_1 norma segítségével viszont az igen durva hibájú adatrendszereknél is viszonylag jó becslést kaptunk, refrakciós paraméterekre 1.28%-os, geoelektromos paraméterekre 4.98%-os paraméterbecslési hibával.



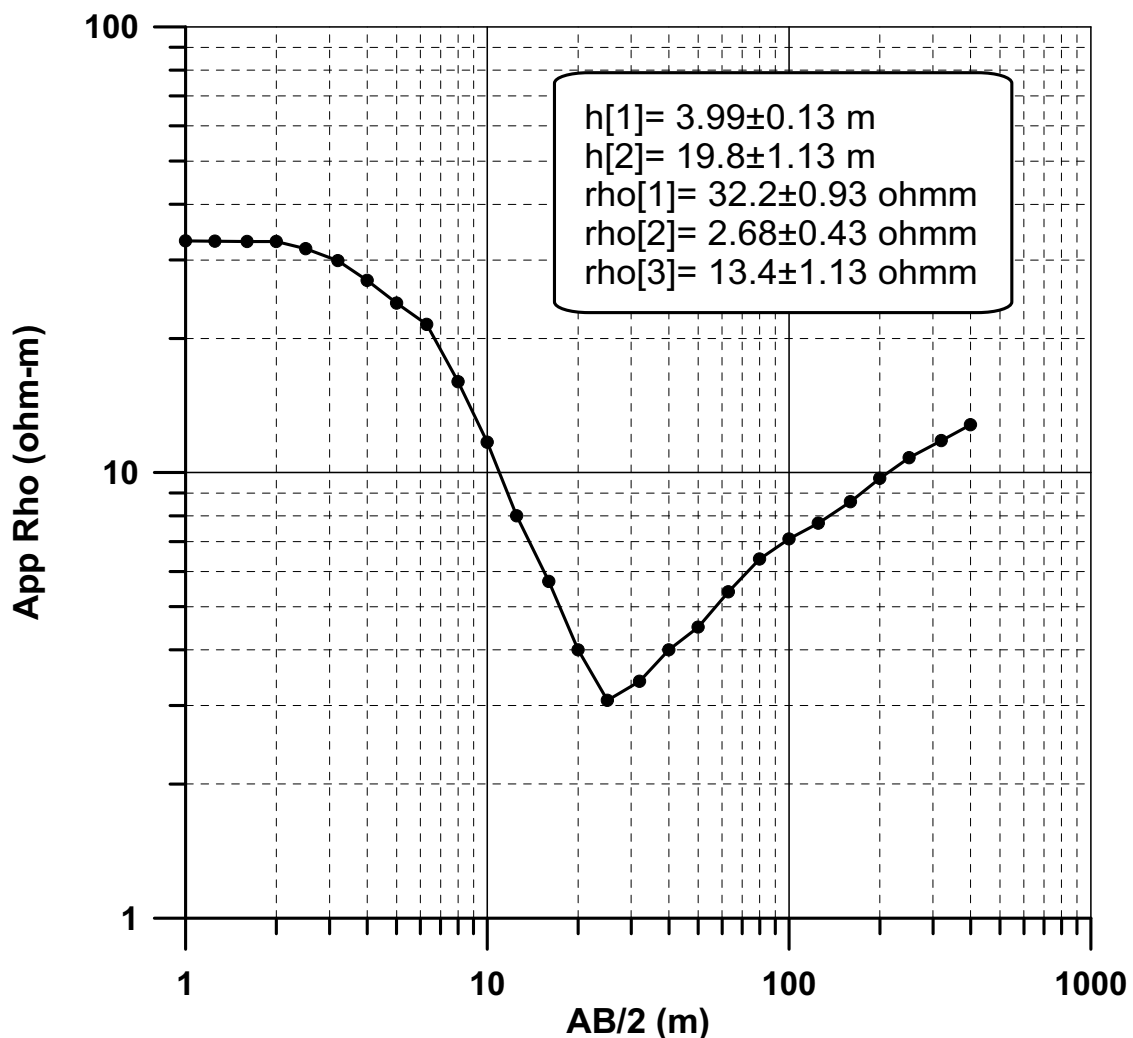
4.5. ábra. Az 5%-os Gauss-hibával és kiugró adatokkal terhelt adatok inverziójának eredményei. Refrakciós (négyzetek), geoelektromos (háromszögek) és együttes inverzió (rombuszok) által szolgáltatott modelltávolságok E_2 (kitöltött szimbólumok) és E_1 (üres szimbólumok) energia függvény alkalmazása esetén

4.4. Tesztelés geoelektromos VESZ terepi adatokon

Miután az ismert modellre számított adatrendszerek segítségével meggyőződünk a módszer hatékonyságáról, terepi adatsoron folytathatjuk a tesztelést.

Az általam használt terepi adatsort, amely a 4.6. ábrán látható, *Sen, Bhattacharya és Stoffa (1993)* közölte a *Geophysics*-ben. A szerzők az adatokat Schlumberger elektróda-elrendezéssel gyűjtötték üledékes területen, ahol homok, agyag, kőzetlisztes rétegek találhatóak, melyeket vékony alluviális üledékréteg borít.

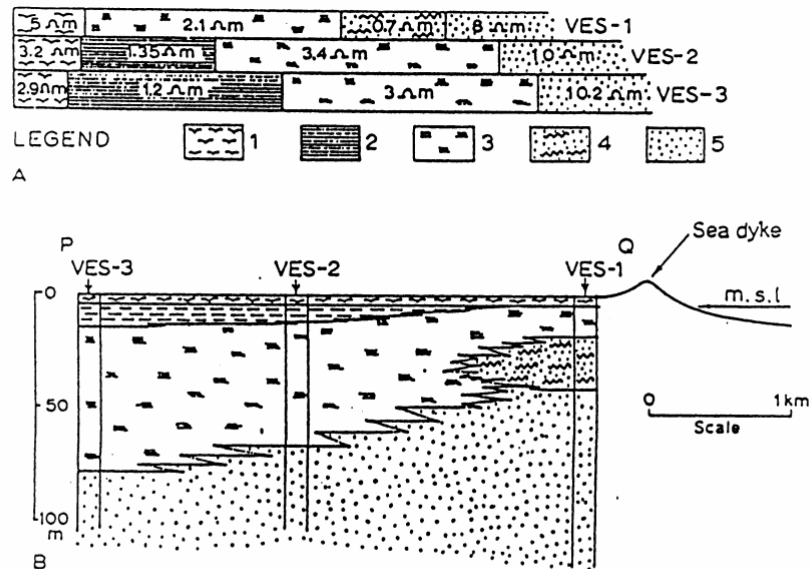
A mérési területre vonatkozó előzetes geológiai modellt *Bhattacharya (1968)* alapján a 4.7. ábrán mutatjuk be. A szerzők által megadott, az adatsorra vonatkozó paramétereket is feltüntettem a 4.6. ábrán, ezekhez tudjuk később viszonyítani a kapott eredményeket.



4.6. ábra. A felhasznált VESZ terepi adatsor, és a megadott paraméterek (*Sen et al, 1993*)

	Célmodell	Startmodell	SA
h₁ [m]	4±0.13	15	4.11
h₂ [m]	20±1.13	200	21.87
rho₁ [ohmm]	32.2±0.93	40	32.32
rho₂ [ohmm]	2.6±0.43	0.5	2.51
rho₃ [ohmm]	13.4±1.13	30	14.79

4.7. táblázat. A Sen et al. által megadott paraméterek (1.oszlop), a SA inverziós eljárás induló modellje (2.oszlop) és a kapott modellparaméterek (3.oszlop)



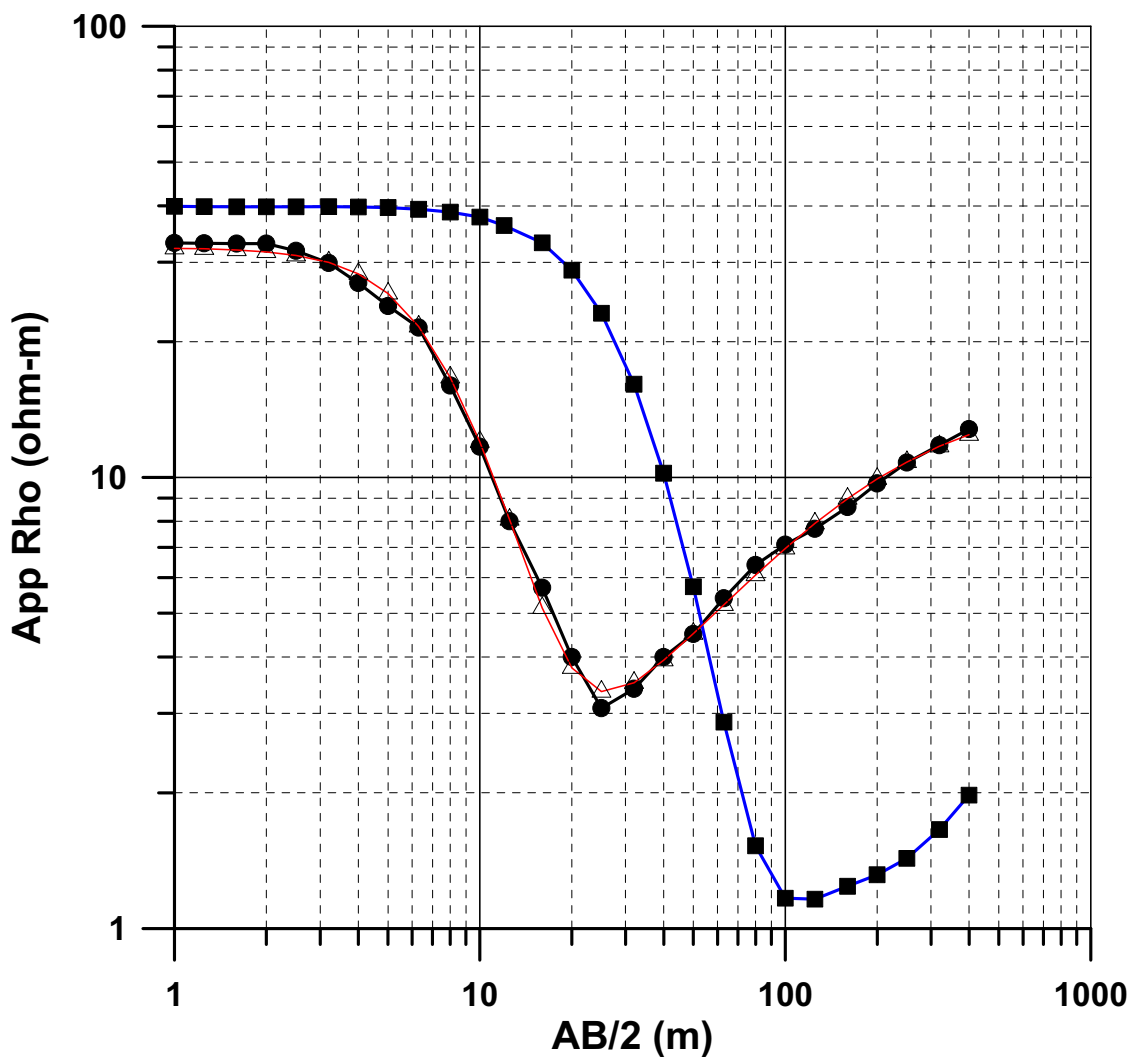
B. Geological section along *PQ* prepared from the information given in A. Key: 1 = alluvium (3–5 Ωm); 2 = plastic clay (1–2 Ωm); 3 = silt and sand (3–4 Ωm); 4 = salt water bearing fine sand (< 1 Ωm); 5 = medium clay sand (8–12 Ωm).

4.7. ábra. A mérési területre vonatkozó geológiai modell (Bhattacharya, 1968, 125.o.)

Nagyon távoli startmodellrel választva indítottam a SA inverziót. A 4.8. ábrán az induló modell adatsora és a SA által szolgáltatott eredmény látható a terepi adatsor mellett. A távolról indított inverzió által szolgáltatott eredmény adatsora láthatóan jó egyezésben

van a terepi, mért adatsorral. A kapott paramétereket a 4.7. táblázatban tüntettem fel, a *Sen et al. (1993)* által megadott és a startmodell paraméterek mellett. Az eredmény tökéletesen visszaadta a megadott paraméterértékeket.

Terepi adatrendszereknél előfordulhat, hogy az egyik mérési adatot valamilyen okból nagyobb hibával vagy zajjal mértük meg. Tegyük fel, hogy az egyik adatot valamilyen okból itt is pontatlanabban kaptuk meg. Egy adat elrontásával a 4.9. ábrán látható görbét kaptuk. Az adat eredeti helye csillaggal van jelölve az ábrán.



4.8. ábra. A terepi adatsor inverziójának eredménye. A startmodellhez tartozó adatsor (négyzetek), és a terepi adatok (körök), illetve a becsült modell adatsorának (háromszögek) összehasonlítása

A hibás adatot vizuálisan nem lehet kiszűrni. Ha az első típusú energiafüggvényt alkalmazzuk, vagyis az eltérés L_2 normáját minimalizálja az SA algoritmus, a 4.8. táblázat 2. oszlopában látható eredményt kapjuk.

Az egyetlen nagyobb hívával rendelkező adat elrontotta az eredményt, a második réteg vastagságára 22 m helyett 14.5 m-t kaptunk. Ilyen kismélységű kutatásnál, 26 méteres mélységnél 8 méteres tévedés jelentős hibának számít. Emellett a második réteg fajlagos ellenállására sem a megfelelő eredményt kaptuk, 2.5 [ohmm] helyett 1.7 [ohmm]-t kaptunk.

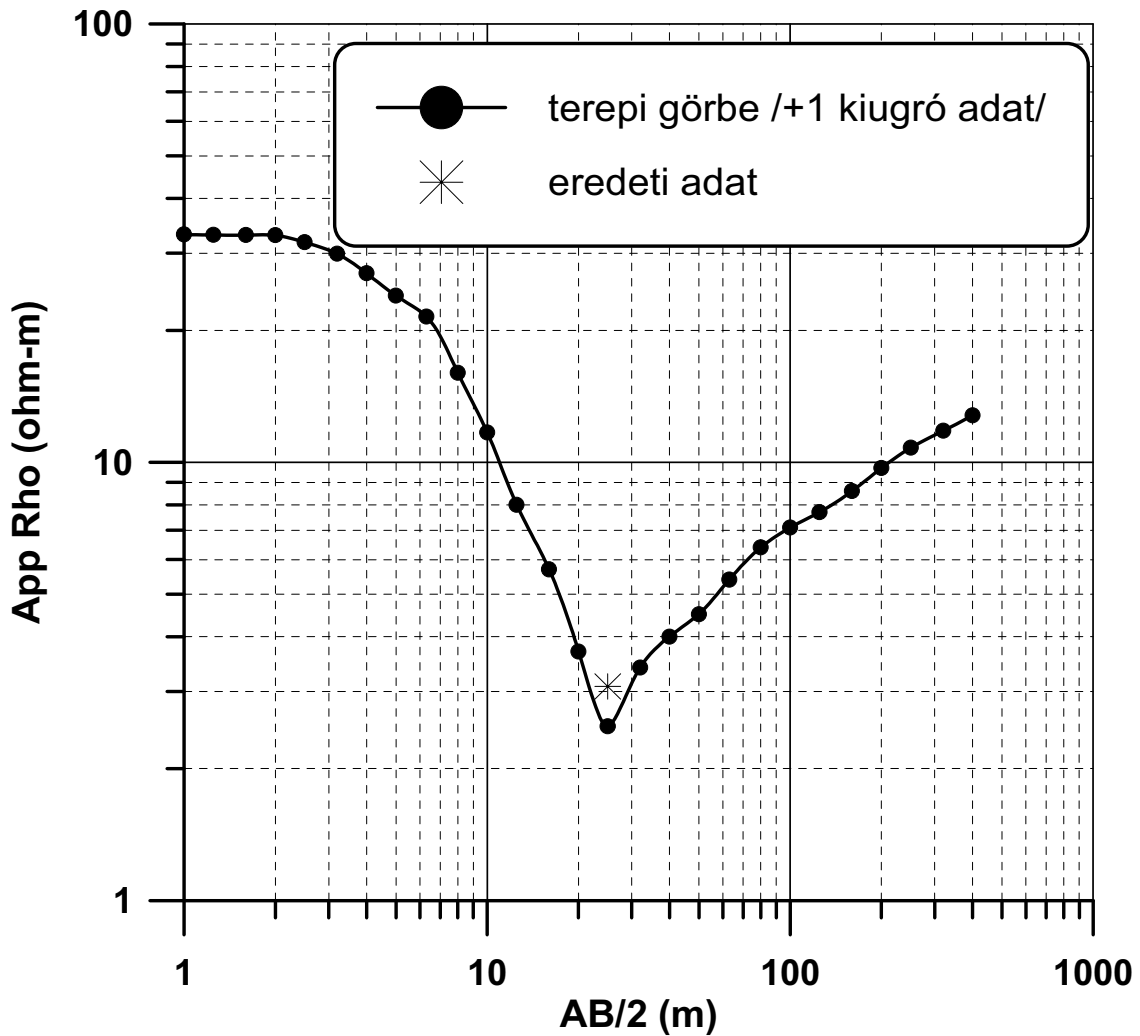
Ugyanezen adatsoron a második típusú energiafüggvényt vagyis az eltérés L_1 normáját alkalmazva, a második oszlopban láthatjuk a kapott paramétereket. Az eredmény így már a valóságot tükrözi, a második réteg vastagságára 22.25 m-t, fajlagos ellenállására 1.5 [ohmm]-t kaptunk.

Ez a példa is alátámasztja a szintetikus adatokkal igazolt megállapítást az L_1 norma lokális vagy globális minimalizálásának kiugró adatokkal szembeni nagyobb rezisztenciájára.

4.5. Az eredmények értékelése

Ebben a fejezetben általánosított globális objektív függvényt vezettem be (4.2), amely a 2.2.1.-ben bevezetett függvény linearizálatlan megfelelője. Ezt egyben a SA eljárás energia függvényének választva olyan globális együttes inverziós eljárást definiáltam, amely speciális esetként ($p=2, q=0$) visszaadja a hagyományos SA-t, ugyanakkor azonban attól lényegesen általánosabb. ($p=1, q=0$) esetén az energiafüggvényt az eltérésvektor L_1 normájaként definiáló globális együttes inverziós eljárásra jutunk (LAD-SA), míg $p=1, q=1$ illetve $p=1, q=2$ ennek módosított (kevert határozottságú együttes inverziós feladatok megoldására alkalmas LAD_1 -SA, illetve LAD_2 -SA) változatát kapjuk. Az eljárás tehát egyik speciális határesetként a hagyományos SA-t adja vissza, további határesetekben pedig három rezisztens, új (módosított SA) együttes inverziós eljárásra vezet.

A Simulated Annealing (SA) globális optimalizációs módszer, és mint ilyen, általában nem igényel jó kezdeti modellbecslést. Eme tulajdonságát az önálló refrakciós inverzió esetében vizsgáltam, ahol bemutattam, hogy a SA módszer még abban az esetben is



4.9. ábra. A terepi adatok közül egynek az elrontásával kapott 'mérés' görbe .

	Célmodell	E_2	E_1
h_1 [m]	4.11	4.3	4.0
h_2 [m]	21.87	14.7	22.2
ρ_1 [ohmm]	32.32	32.0	33.2
ρ_2 [ohmm]	2.51	1.7	2.5
ρ_3 [ohmm]	14.79	14.6	14.9

4.8. táblázat. A célmodell paramétereit és az E_2 illetve az E_1 energiafüggvény alkalmazásával kapott eredmények

megtalálta a keresett szerkezetet vagy modellt, amikor igen távoli startmodellről indítottam az eljárást.

Önálló geoelektromos inverzió alkalmazásánál általában nagyobb annak a veszélye, hogy ekvivalens, vagy közel ekvivalens modellre találnak az inverziós eljárások.

Mivel ilyenkor az optimalizálandó függvény értékei a különböző minimumokban jó közelítéssel megegyeznek, véletlenszerű, hogy melyik minimumot találja meg az inverziós eljárás. E tekintetben nincs különbség aközött, hogy lokális (linearizált) vagy globális inverziót végzünk, hiszen jellegénél fogva egyik módszer sem képes megoldani az ekvivalencia problémát, vagy úgy is mondhatnánk, hogy éppen olyan eredményes a linearizált inverzió, mint a globális. A 3.4.-ben elvégzett ekvivalencia feloldási vizsgálatok globális inverziós eljárással történő megismétlésétől az értekezés terjedelmi korlátai miatt eltekintettünk. Megvizsgáltam, hogy az ekvivalencia probléma kiküszöbölésére nemcsak a linearizált, de a globális optimalizációs módszereknél is az **együttes inverzió** alkalmazása szükséges, mely eredményesen választja ki a közel ekvivalens vagy ekvivalens modellek közül a keresett szerkezetet.

A kiugró adatokat is tartalmazó adatrendszerrel kapcsolatban kétféle normán alapuló objektív függvény alkalmazását vizsgáltam a Simulated Annealing inverziós módszerrel. Mint tudjuk, a linearizált eljárásoknál az L_2 normán alapuló legkisebb négyzetek elve (LSQ) kitüntetett helyzetben van, mivel bármely más norma alkalmazásakor nemlineáris egyenletrendszer megoldásával kapcsolatos numerikus problémákkal kell szembenéznünk. A globális optimalizációs módszerek, így a SA alkalmazásakor nem lép fel ilyen probléma, ekkor az L_2 mellett számos más norma alkalmazását lehet ugyanolyan körülmények (számítási módszer, gépidő...) között vizsgálni. A jelen értekezésben bevezetett (2.33) általánosított energiafüggvény $p=q=2$ paraméterválasztása mellett az L_2 , illetve $p=1, q=0$ esetben az L_1 normán alapuló E_2 illetve E_1 energiafüggvényt alkalmaztam és megállapítottam, hogy az E_1 energia függvényt minimalizálva kiugró adatokat tartalmazó adatrendszer esetén is visszkapjuk a helyes megoldást, amikor az E_2 energia függvényen alapuló inverzió elfogadható megoldással nem tud szolgálni.

5. KÉTDIMENZIÓS SZERKEZETEK INVERZIÓS VIZSGÁLATA ÁLTALÁNOSÍTOTT SORFEJTÉSES ELJÁRÁSSAL

Kétdimenziós (2D) szerkezetek inverziós vizsgálata során rendszerint gondot okoz az előremodellezési eljárás számítási idő igénye. Noha jól kifejlesztett véges differenciás vagy végesesemes algoritmusok állnak rendelkezésünkre, pl. a VESZ vagy a Love-hullám diszperziós probléma megoldására, ezek az eljárások -különösen globális optimalizációs vizsgálatok- esetén jelentős gépidő igényt mutatnak. Ez az oka, hogy az inverz probléma megoldása során a direkt feladat megoldásának pontossága terén engedményekre (pl. lokálisan 1D közelítés) kényszerülünk. Az egydimenziós modelleken végzett inverzió a többdimenziós vizsgálatok kiinduló modelljei meghatározása szempontjából is fontos szerepet tölthet be. Emellett a többdimenziós vizsgálatok 1D közelítő módszerekkel való megoldása abból a szempontból is előnyös, hogy személyi számítógépeken, illetve rutinszerű vizsgálatokban is könnyen alkalmazható, viszonylag kis gépidő igény mellett.

Sok esetben az egzakt megoldás közelítő megoldásokkal helyettesíthető. Példaként a vezetett hullámok WKB közelítésben történő tárgyalását említhetjük amellyel kétdimenziós szerkezetek esetén relatíve gyors előremodellezés valósítható meg. Ez teszi lehetővé a diszperziós adatok gyors és pontos inverzióját. A probléma megoldására *Dobróka (1994)* egzakt és közelítő inverziós módszert javasolt. Az egzakt inverziós eljárás keretében a laterálisan változó szerkezet paramétereit

$$\Phi_k(x) = x^{k-1}$$

hatványfüggvények szerinti sorfejtéssel közelítette, inverziós eljárást a sorfejtés együtthatóira fogalmazott meg. A közelítő inverziós eljárás cellánként konstans függvények szerinti sorfejtésen alapult és ezzel a 2D problémát lokálisan 1D modelleken végzett előremodellezésre vezette vissza. Ez utóbbi közelítésben, de sorfejtés alkalmazása nélkül tárgyalta *Amran A. (1996)* is a Love-hullám diszperziós adatok inverzióját.

2D szerkezeteken végzett inverziós vizsgálatok során számos esetben jó eredmény érhető el a direkt feladat egydimenziós modellre adott megoldásának felhasználásával is.

Beard és Morgan (1991) geoelektromos adatok inverziójában igazolta a közelítés alkalmazhatóságát és hatékonyságát. *Gyulai és Ormos (1997.a, 1997.b)* a 2D szerkezet vastagság és fajlagos ellenállás paramétereit hatványfüggvények szerinti, illetve Fourier-sorfejtett alakban írták fel, ismeretlenként a sorfejtési együtthatókat vezették be. A direkt feladatot lokálisan egydimenziós közelítésben oldották meg. Az általuk bevezetett 1.5D inverziós eljárást szintetikus és terepi adatok segítségével tesztelve igazolták annak hatékonyságát és az elkülönített (független) inverziós problémafelfogással szembeni jelentős előnyeit.

Jelen fejezetben 2D szerkezetek inverziós vizsgálatára általánosított sorfejtésen alapuló, lokálisan 1D előremodellezésre épített eljárást javasolunk. Az eljárás speciális határesetként -a sorfejtési bázisfüggvényeket alkalmasan megválasztva- Love-hullám diszperziós adatok inverziójára vonatkozóan visszaadja az *Amran A. (1996)* által kidolgozott kollektív inverziós módszert, VESZ adatok inverziója vonatkozásában pedig a *Gyulai és Ormos (1997.a, 1997.b)*-ben publikált 1.5 D VESZ-inverziós módszerre vezet.

5.1. Az általánosított sorfejtéses eljárás bevezetése

Az eljárás részletes kifejtését megelőzően néhány egyszerűsítő feltételezést kötünk ki. A 2D földtani szerkezetről feltételezzük, hogy anyagi jellemzőiben rétegenként homogén, laterális változást csupán a vastagság vonatkozásában mutat. (Megjegyezzük, hogy ez a kikötés az itt bevezetendő általánosított sorfejtéses eljárás keretében nem kötelező, csupán az értekezés terjedelmi korlátjai miatt élünk ezzel a megszorítással.)

A feltételezett modellt és a vizsgálatainkhoz felvett koordináta rendszert az 5.1. ábra mutatja. Az ábra szerinti $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_J$ pontok az y tengellyel párhuzamosan (csapásirányban) felvett mérési vonalak helyét mutatják. (Az x tengely mentén a későbbi sorfejtéses vizsgálatok miatt a terítési vonalak koordinátáit relatív egységben tüntetjük fel.) Egy-egy mérési vonal alatt -1D előremodellezés esetén- a vastagságokat kézenfekvő az egyes rétegvastagsági függvények $x = x_j$ helyen felvett helyettesítési értékeivel ($h_i(x_j)$) kifejezni, ahol az i index az i -dik rétegre utal (*Gyulai és Ormos, 1997.a, 1997b.*). Kétségtelen azonban, hogy az x_j koordinátánál felfektetett mérési vonalon gyűjtött adataink érdemi információt hordoznak a vastagságfüggvények x_j egy meghatározott

környezetében felvett értékeiről is, ezért az általunk javasolt közelítésben az 1D előremodellezés vastagság adatait a $h_i(x_j)$ függvények integrálközepeivel fejezzük ki.

Így pl. az i -dik rétegvastagság $x=x_j$ -nél a

$$h_i^{(j)} = \frac{1}{2\Delta} \int_{x_j-\Delta}^{x_j+\Delta} h_i(x) dx \quad (5.1)$$

képlet szerint származtatható, ahol Δ az x_j körüli azon környezetet határozza meg, ahonnan a j -dik terítés adatrendszerre érdemi információt hordoz a változó vastagságról.

A $h(x)$ vastagságfüggvényekről feltételezzük, hogy változásuk elegendően lassú a lokálisan 1D közelítés érvényességéhez.

Az inverziós algoritmus kifejtése érdekében a vastagságfüggvényeket diszkrétizálnunk kell. Legyenek a $\Phi_k(x)$ ($i=1, \dots, P$) függvények a problémához illeszkedő (lehetőleg ortogonális) bázisfüggvények. Ekkor az egyes rétegvastagság függvényeket sorba fejtve írhatjuk:

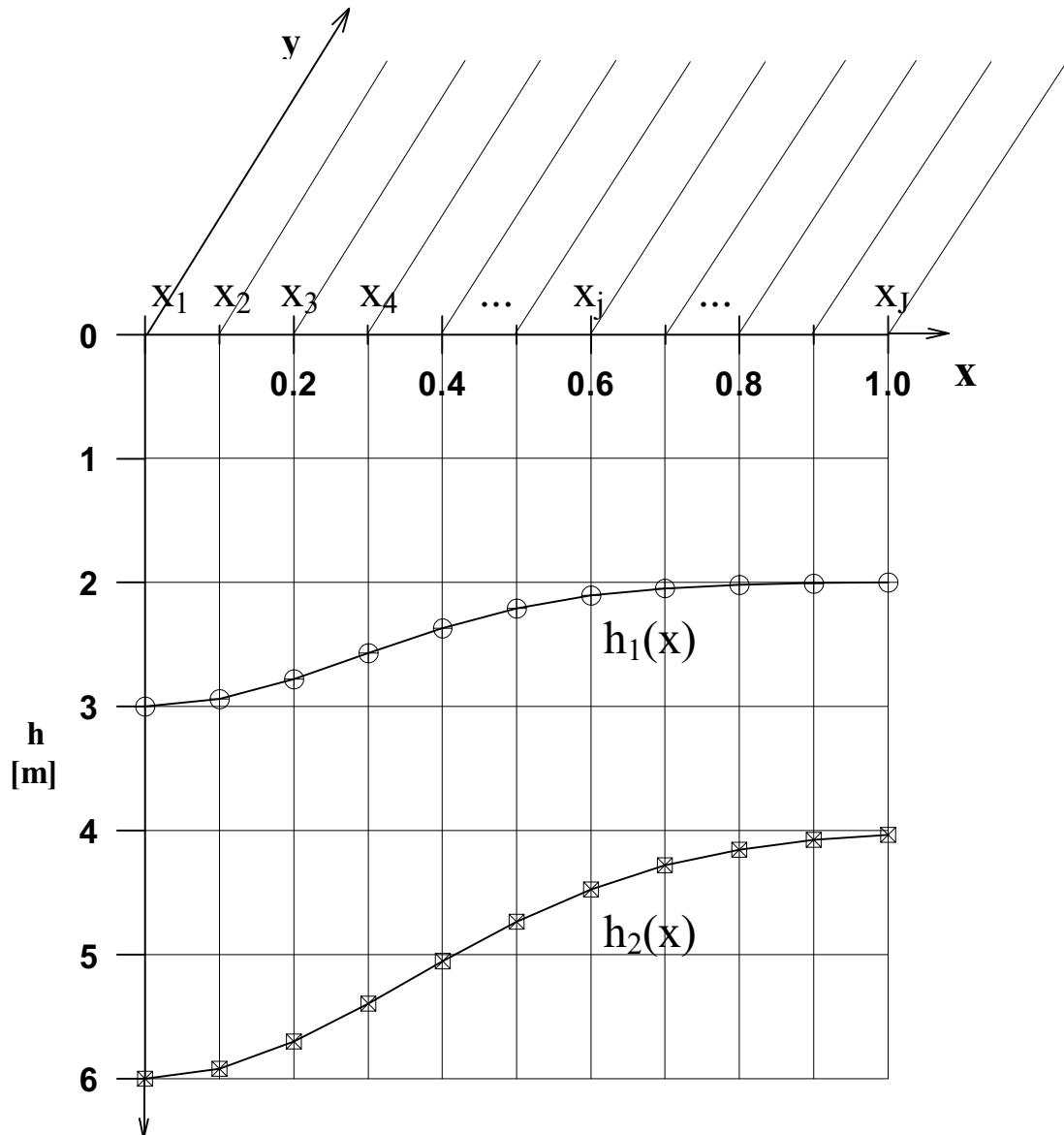
$$h_i(x) = \sum_{k=1}^K B_i^{(k)} \Phi_k(x) \quad , \quad (5.2)$$

ahol $B_i^{(k)}$ sorfejtési együtthatók. Ezt a kifejezést felhasználva az (5.1)-ben integrálközeppként definiált 'lokális' vastagságokat a

$$h_i^{(j)} = \frac{1}{2\Delta} \int_{x_j-\Delta}^{x_j+\Delta} h_i(x) dx = \sum_{k=1}^K B_i^{(k)} \frac{1}{2\Delta} \int_{x_j-\Delta}^{x_j+\Delta} \Phi_k(x) dx \quad (5.3)$$

képlettel adhatjuk meg. Vezessük be az

$$S_{kj} = \frac{1}{2\Delta} \int_{x_j-\Delta}^{x_j+\Delta} \Phi_k(x) dx$$



5.1. ábra

jelölést, amely mennyiségeket kiszámíthatjuk a problémához előzetesen megválasztott $\Phi_k(x)$ bázisfüggvények ismeretében. A kifejezés alapján közvetlenül belátható, hogy a $\Delta \rightarrow 0$ határesetben az integrálközpékként definiált átlagvastagságok az (5.2)-ben $x=x_j$ -nél megadott lokális vastagságokba mennek át, mivel

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} S_{kj} = \Phi_k(x_j).$$

Másként ez azt jelenti, hogy a sorba fejtett vastagságfüggvény (5.3) szerinti integrálközepére alapozott -és a továbbiakban a rövideg kedvéért általánosított

sorfejtéses eljárásnak nevezett- közelítés $\Delta \rightarrow 0$ határesetben visszaadja az (5.2) formulával definiált (az irodalomban gyakran alkalmazott) sorfejtéses leírasmódot.

Mint látható, a $h_i^{(j)}$ vastagságadatok mindegyike az összes sorfejtési együttható függvényeként állt elő. Ez nem jelenti feltétlenül az inverz feladat ismeretlenjei számának növekedését. Ellenkezőleg, ha az előzőekben feltételezett lassú vastagságváltozás teljesül, akkor az (5.2) sorfejtésben K viszonylag kis értékei mellett is jó eredményt kaphatunk. Tervezési szakaszban a terítések számának (J) megfelelő növelésével, feldolgozási szakaszban pedig a sorfejtési bázisfüggvények számának alkalmas megválasztásával mindig elérhető, hogy $J > K$ teljesüljön. Így az alkalmazott közelítésben és diszkretizálás mellett az inverz probléma ismeretlenjeinek számát még csökkenthetjük is. (Mint később látni fogjuk, e csökkentésre célszerű törekednünk.)

A 2D inverziós probléma megoldását az összes ($j=1, \dots, J$ terítésekénél) rendelkezésünkre álló adatot felhasználva keressük. Így együttes inverziós problémával állunk szemben még akkor is, ha csupán egyetlen módszerrel mért adatrendszerünk van. A továbbiakban e lehetőséget sem kizárva feltételezzük, hogy az egyes terítések mentén két vagy több különböző geofizikai módszerrel mértünk adatokat. Ez utóbbi esetben hagyományos értelemben is együttes inverziós feladattal van dolgunk. 1D modellre vonatkozóan az együttes inverziós feladat paramétervektorát a 2. fejezetben a (2.31) képlettel adtuk meg. Esetünkben ezt a kifejezést úgy kell bővítenünk, hogy a különböző terítések kapcsán definiált 1D modellek minden paraméterét (integrálközpékként definiált lokális vastagságok) figyelembe vegyük:

$$\vec{p} = \left\{ h_1^{(1)}, \dots, h_{n-1}^{(1)}, \dots, h_1^{(J)}, \dots, h_{n-1}^{(J)}, \rho_1, \dots, \rho_n, v_{p1}, \dots, v_{pn}, v_{s1}, \dots, v_{sn} \right\}^T. \quad (5.4)$$

Mivel (5.3) szerint az átlagvastagságok mindegyike ugyanazon $B_i^{(k)}$ sorfejtési együtthatóktól függ, az (5.4) képlet így is írható:

$$\vec{p} = \left\{ B_1^{(1)}, \dots, B_1^{(K)}, \dots, B_{n-1}^{(1)}, \dots, B_{n-1}^{(K)}, \rho_1, \dots, \rho_n, v_{p1}, \dots, v_{pn}, v_{s1}, \dots, v_{sn} \right\}^T. \quad (5.5)$$

Ez az általánosított sorfejtésen alapuló, lokálisan 1D közelítést tartalmazó együttes inverziós probléma paramétervektora.

A direkt feladat 1D problémák kapcsán (2.3)-ban megadott kifejezését (5.5) segítségével például $x=x_1$ -ben a q -ik számított adat vonatkozásában a

$$a_{(1)q}^{sz} = g_q(\bar{p}, x_1, s_q) \quad (5.6)$$

képlettel adhatjuk meg, ahol s_q a q -ik adatnak az 1. terítés adatrendszerében elfoglalt pozícióját jellemzi (pl. $s_q = \left(\frac{AB}{2}\right)_q$ VESZ adatoknál, $s_q=r_q$ refrakciós adatoknál, illetve

$s_q=\omega_q$ Love- diszperziós adatoknál). Az adatokat vektorba foglalva írhatjuk:

$$\bar{a}_{(1)}^{sz} = \bar{g}(\bar{p}, x_1, \bar{s}) \quad (5.7)$$

Az x_1 koordináta a lokális átlagvastagságok (5.3) kifejezésében $j=1$ esetén jelenik meg. hasonló formulákat állíthatunk elő a $j=2, \dots, J$ terítéseknél is. Ezeket a számított adatvektorokat egymás után rendezve létrehozhatjuk az együttes inverziós probléma teljes adatvektorát

$$\bar{a}^{sz} = \left\{ a_{(1)1}, \dots, a_{(1)N}, \dots, a_{(j)1}, \dots, a_{(j)N}, \dots, a_{(J)1}, \dots, a_{(J)N} \right\}^T, \quad (5.8)$$

ahol N az egy terítésen belül felvett adatok száma (a vektoron belül az áttekinthetőség kedvéért a felső sz indexet elhagytuk). Ez a kifejezés tömörebben az

$$\bar{a}^{sz} = \bar{g}(\bar{p}, \bar{x}, \bar{s}) \quad (5.9)$$

alakban írható fel. Ezt az egyenletet tekinthetjük az általánosított sorfejtésen alapuló, lokálisan 1D közelítést tartalmazó együttes inverziós probléma modelltörvényének.

A mért adatok vektorát az (5.8)-nak teljesen megfelelő rendszerben az

$$\bar{a}^m = \left\{ a_{(1)1}, \dots, a_{(1)N}, \dots, a_{(j)1}, \dots, a_{(j)N}, \dots, a_{(J)1}, \dots, a_{(J)N} \right\}^T \quad (5.10)$$

szerint állíthatjuk elő (a vektoron belül az áttekinthetőség kedvéért a felső m indexet elhagytuk).

A fentiekben a 2D inverziós probléma direkt feladatát és adatrendszerét, valamint paramétervektorát általánosan definiáltuk. A továbbiakban az inverziós algoritmus kifejtése minden vonatkozásban a 2. fejezetben leírtak szerint történhet. Globális

optimalizáció esetén a (2.4), (2.5) kifejezések értelemszerűen felírhatók. Linearizált inverziós eljárást a fenti képletek Taylor-sorba fejtevése alapján vezethetünk be, a paramétertér $\bar{\mathbf{p}}^{(0)}$ pontja körül. Így eljuthatunk a (2.9)-nek megfelelő

$$\mathbf{a}_i^{sz} = \mathbf{a}_i^{(0)} + \sum_{k=1}^M \left(\frac{\partial \mathbf{a}_i^{sz}}{\partial \mathbf{p}_k} \right) \Big|_{\mathbf{p}=\bar{\mathbf{p}}^{(0)}} (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_k^{(0)}) \quad (5.11)$$

egyenlethez. Bevezetve a normált eltérések

$$\mathbf{f}_i = \frac{\mathbf{a}_i^m - \mathbf{a}_i^{sz}}{\mathbf{a}_i^m} \quad (5.12)$$

vektorát az

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{y}_i - \sum_{k=1}^M \mathbf{G}_{ik} \mathbf{P}_k \quad (5.13)$$

eredményre jutunk, ahol

$$\mathbf{y}_i = \frac{\mathbf{a}_i^m - \mathbf{a}_i^{(0)}}{\mathbf{a}_i^m}, \quad \mathbf{P}_k = \frac{\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_k^{(0)}}{\mathbf{p}_k^{(0)}}$$

és

$$\mathbf{G}_{ik} = \frac{\mathbf{p}_k^{(0)}}{\mathbf{a}_i^m} \left(\frac{\partial \mathbf{a}_i^{sz}}{\partial \mathbf{p}_k} \right) \Big|_{\mathbf{p}=\bar{\mathbf{p}}^{(0)}}.$$

Vektor alakban (5.13) az

$$\bar{\mathbf{f}} = \bar{\mathbf{y}} - \underline{\underline{\mathbf{G}}} \bar{\mathbf{P}}$$

alakban írható fel. A linearizált együttes inverziós módszert az $\bar{\mathbf{f}}$ vektor L_2 normájának minimalizálásával definiálva a szokásos eljárással a

$$\underline{\underline{\mathbf{G}}}^T \underline{\underline{\mathbf{G}}} \bar{\mathbf{P}} = \underline{\underline{\mathbf{G}}}^T \bar{\mathbf{y}}$$

normálegyenlethez jutunk, illetve csillapított legkisebb négyzetek módszerét alkalmazva a normálegyenlet

$$\left(\underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{G}} + \lambda \underline{\underline{I}} \right) \underline{\underline{P}} = \underline{\underline{G}}^T \underline{\underline{y}} \quad (5.14)$$

alakú. Energiafüggvénynek az

$$E_2 = \sum_{i=1}^N f_i^2$$

vagy az

$$E_1 = \sum_{i=1}^N |f_i|$$

kifejezéseket választva az általánosított sorfejtésen és lokálisan 1D közelítésen alapuló együttes inverziós eljárást globális optimalizációs (pl. SA) módszerre is építhetjük. A továbbiakban az eljárást csupán linearizált változatában fogjuk vizsgálni. Bázisfüggvényekként (speciális határesetek tanulmányozásától eltekintve) a Csebisev polinomokat használjuk, amelyeknek rekurziós egyenlete

$$T_{k+1}(x) = 2x T_k(x) - T_{k-1}(x), \quad k \geq 1$$

ahol

$$T_0(x) = 1 \quad \text{és} \quad T_1(x) = x.$$

5.2. Az általánosított sorfejtéses együttes inverziós módszer speciális esetei

Az előzőekben kifejtett -és linearizált normálegyenletként (5.14)-re vezető együttes inverziós eljárás határesetként több, az irodalmi előzményekből ismert módszert visszaad. A $\Delta \rightarrow 0$ határesetben a lokális vastagságok a vastagságfüggvényeknek a terítés helyén felvett helyettesítési értékeibe mennek át. Ha ekkor bázisfüggvényekként a

$$\Phi_k = x^{k-1} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

hatványfüggvényeket választjuk, VESZ adatokra szorítkozva a *Gyulai és Ormos (1997.a, 1997.b)*-ban ismertett 1.5D inverziós eljárásra jutunk. Hasonlóan a bázisfüggvények

$$\Phi_k(x) = \cos(nkx), \quad \Phi_k'(x) = \sin(nkx)$$

választásával az idézett dolgozatban vizsgált újabb (Fourier-soros) speciális esetet kapjuk vissza.

További speciális -de az eddigiekben még nem vizsgált- esetre jutunk, ha $\Delta = 0$ és $\Phi_k = x^{k-1}$ választása mellett VESZ adatokat és refrakciós, illetve vezetett hullám diszperziós adatokat is bevonunk együttes inverziós vizsgálataink körébe. Ezt az esetet a későbbiekben szintetikus és in-situ adatok kombinációjával elemezni fogjuk.

A 2D szerkezetek leírása során az 5.1.-ben kifejtett módszer szempontjából fontos speciális esetet képvisel az az egységugrás függvényekből felépíthető ortogonális függvényrendszer, amelyet a

$$\Phi_k(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x \in V_k \\ 0, & \text{ha } x \notin V_k \end{cases} \quad (5.15)$$

feltétellel definiálunk, ahol V_k az x_j pont körül felvett intervallum pontjait jelöli (mivel ebben a közelítésben $J=K$, a k , illetve j szerinti indexek azonos szerepet töltenek be). Az intervallumok hosszát az egyszerűség kedvéért egyenlőnek tételezzük fel, és a $D=x_{j+1}-x_j$ kifejezéssel adhatjuk meg úgy, hogy az x_j pont az intervallum közepére essen. (Az egyenközűség nem szükségszerű feltétel.) Az így definiált $\Phi_k(x)$ függvényrendszer ortogonális. Az (5.2) szerinti

$$h_i(x) = \sum_{k=1}^K B_i^{(k)} \Phi_k(x)$$

kifejezésben szereplő $B_i^{(k)}$ sorfejtési együtthatók jelentése ekkor az x_j -nél elhelyezett mérési vonal alatti i -ik rétegvastagság, amely az $(x_j - D/2, x_j + D/2)$ intervallumon konstans. Mivel $\Delta \leq D/2$ esetén az integrálközép és a lokális vastagság azonos értéket ad, ebben a speciális esetben $\Delta=0$ feltételezéssel élünk. Az így meghatározott körülmények

között ($\Delta = 0$ és $\Phi_k(x)$ az (5.15) szerint adott) Love-hullám diszperziós adatokra vonatkoztatva az 5.1.-ben kifejtett eljárás az Amran A. által bevezetett kollektív inverziós módszerre vezet. További -és az eddigiekben nem vizsgált- speciális esetre jutunk, ha a vezetett hullám diszperziós adatok mellett VESZ és refrakciós adatokat is bevonunk az együttes inverziós vizsgálataink körébe.

5.3. Kétdimenziós szerkezetek inverziós vizsgálata numerikusan szimulált adatokon

A vizsgálatokat az 5.1. ábrán látható feltételezett földtani modellre végeztük el, ahol a vastagságfüggvényeket a

$$h_1(x) = 2 + e^{-(2.5x)^2}$$

$$h_2(x) = 4 + 2 e^{-(2x)^2}$$

kifejezések szerint választottuk meg (az egyszerűség kedvéért az ábrán csak a pozitív x értékek mellett ábrázoltuk a vastagságokat). A mérési vonalak x koordinátáit ± 1 -re normáltuk. Ennek megfelelően az egyes mérési vonalakra vonatkozó rétegvastagságokat az 5.1. táblázat tartalmazza.

$\pm x$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
h_1	3.00	2.94	2.78	2.57	2.37	2.21	2.11	2.05	2.02	2.01	2.00
h_2	6.00	5.92	5.70	5.39	5.06	4.74	4.47	4.28	4.16	4.08	4.04

5.1. táblázat

Az 5.1.-ben kikötött feltételezések szerint a modell rétegenként homogén, az egyes rétegekre jellemző fajlagos ellenállások, S-, illetve P-hullám sebességek az 5.2. táblázatban található.

A vizsgálatok céljára a fentieknek megfelelően az adott mérési vonal alatti vastagságokkal értelmezett 1D modelleken VESZ, Love-diszperziós és refrakciós menetidő adatokat számítottam és azokat 1%-os Gauss-hibával terheltem.

Az adatok generálása során alkalmazott 1D előremodellezés elkerülhetetlenül modellezési hibával is terhelt. Ettől a hibától terepi adatrendszeren végzett vizsgálataim természetesen mentesek. Ez a terepi adatok alkalmazásának az általánosított sorfejtéses eljárás tesztelése

során kiemelt jelentőséget ad.

fajlagos ellenállás [Ωm]	v_p [m/s]	v_s [m/s]
25	700	450
50	1500	700
100	2300	900

5.2. táblázat

5.3.1. Az általánosított sorfejtéses eljárás egy speciális határesetének (a cellánként konstans függvények szerinti sorfejtéses módszer) vizsgálata

Az 5.1-ben bevezetett általánosított sorfejtéses eljárás numerikus vizsgálatát elsőként annak speciális határesetében, a cellánként konstans függvények szerinti sorfejtést alkalmazó változatával kezdjük. Választásunkat az indokolja, hogy amint a korábbiakban kifejtettük, a sorfejtési együtthatók ebben az esetben közvetlenül az 1D modellek (lokális) vastagságai. Így az inverziós eljárás változói és egyben azok varianciái is közvetlen jelentéssel bírnak, ami megkönnyíti az eredmények értékelését. Első tesztvizsgálatainkkal annak tisztázását tűzzük ki célul, hogy az általánosított sorfejtéses eljárással kapható eredmények pontossága és megbízhatósága hogyan függ a mérési vonalak számától (J), valamint attól, hogy független, avagy együttes inverziót hajtunk végre.

Az egy mérési vonalon $x=0$ -nál végzett 1D inverzió eredményei az 5.3 táblázatban tekinthetők meg, ahol a független geoelektromos inverziós eljárás eredményeit a táblázat a , a geoelektromos-refrakciós együttes inverzió eredményeit pedig a b része tartalmazza. A több mérési vonalra végzett teszteredményeket is hasonló módon mutatjuk be. A négy mérési vonal felhasználásával ($x_1=0$, $x_2=0.2$, $x_3=0.5$, $x_4=0.9$) végzett vizsgálatokra vonatkozóan az 5.4., hat mérési vonal ($J=6$) esetén ($x_1=0$, $\Delta x=0.2$) az 5.5., és $J=11$ esetben ($x_1=0$, $\Delta x=0.1$) az 5.6. táblázat tartalmazza a független, illetve együttes inverziós eredményeket. A terjedelmi korlátokat szem előtt tartva a táblázatokban mindenütt a h_1 és h_2 vastagságok $x_1=0$ -nak megfelelő értékeit tüntettük fel, mivel ez a pont minden vizsgálatban szerepelt. Az 5.1.-5.3. ábrákon részletesen is megfigyelhetjük az egyes inverziós eljárások eredményeként kapott vastagságfüggvények alakulását, összehasonlítva azok valódi értékeivel (folytonos vonal).

$h_i(x=0)$	ρ_i
3.64 (9.7%)	25.15 (0.6%)
7.11 (30.9%)	62.48 (16.9%)
féltér	98.91 (1.0%)

D [%]	16.870
D_h [%]	19.987
Átlagvar. [%]	16.327
T	0.583

5.3.a. táblázat. Független geoelektromos inverzió (J=1)

$h_i(x=0)$	ρ_i	v_{pi}
3.02 (4.0%)	25.04 (0.6%)	694.58 (0.8%)
5.25 (5.6%)	47.48 (4.7%)	1515.48 (3.3%)
féltér	98.46 (0.8%)	2217.81 (1.7%)

D [%]	5.010
D_h [%]	8.905
Átlagvar. [%]	3.256
T	0.355

5.3.b. táblázat. Geoelektromos-refrakciós együttes inverzió (J=1)

$h_i(x=0)$	ρ_i
3.25 (4.7%)	25.07 (0.3%)
5.50 (8.5%)	51.58 (6.1%)
féltér	98.57 (0.3%)

D [%]	4.670
D_h [%]	5.336
Átlagvar. [%]	6.098
T	0.601

5.4.a. táblázat. Független geoelektromos inverzió (J=4)

$h_i(x=0)$	ρ_i	v_{pi}
3.05 (1.6%)	25.03 (0.2%)	697.63 (0.3%)
5.50 (2.4%)	48.94 (1.5%)	1514.89 (1.1%)
féltér	98.55 (0.3%)	2260.71 (0.5%)

D [%]	3.833
D_h [%]	4.938
Átlagvar. [%]	1.695
T	0.355

5.4.b. táblázat. Geoelektromos-refrakciós együttes inverzió (J=4)

$h_i(x=0)$	ρ_i
3.27 (4.2%)	25.07 (0.2%)
5.54 (8.1%)	51.70 (5.1%)
féltér	98.77 (0.3%)

D [%]	4.224
D_h [%]	4.605
Átlagvar. [%]	5.763
T	0.557

5.5.a. táblázat. Független geoelektromos inverzió (J=6)

$h_i(x=0)$	ρ_i	v_{pi}
3.06 (1.2%)	25.03 (0.2%)	698.44 (0.2%)
5.59 (2.0%)	49.25 (1.1%)	1514.96 (0.8%)
féltér	98.91 (0.2%)	2272.24 (0.4%)

D [%]	3.054
D_h [%]	3.674
Átlagvar. [%]	1.459
T	0.327

5.5.b. táblázat. Geoelektromos-refrakciós együttes inverzió (J=6)

$h_i(x=0)$	ρ_i
3.23 (2.4%)	25.02 (0.1%)
5.93 (4.9%)	52.38 (2.6%)
féltér	99.42 (0.1%)

D [%]	4.093
D_h [%]	4.241
Átlagvar. [%]	3.574
T	0.459

5.6.a. táblázat. Független geoelektromos inverzió (J=11)

$h_i(x=0)$	ρ_i	v_{pi}	D [%]	1.018
3.04 (1.2%)	24.97 (0.1%)	699.37 (0.2%)	D_h [%]	1.139
5.76 (2.0%)	50.14 (1.1%)	1514.96 (0.8%)	Átlagvar. [%]	2.351
féltér	99.44 (0.1%)	2295.09 (0.5%)	T	0.255

5.6.b. táblázat. Geoelektromos-refrakciós együttes inverzió (J=11)

Vizsgáljuk először a független inverziós eljárást abból a szempontból, hogy hogyan függ a paraméterbecslés pontossága a mérési vonalak számától. Összehasonlítás céljából a korábban bevezetett D teljes modell-távolság mellett bevezetjük a vastagságokra számított

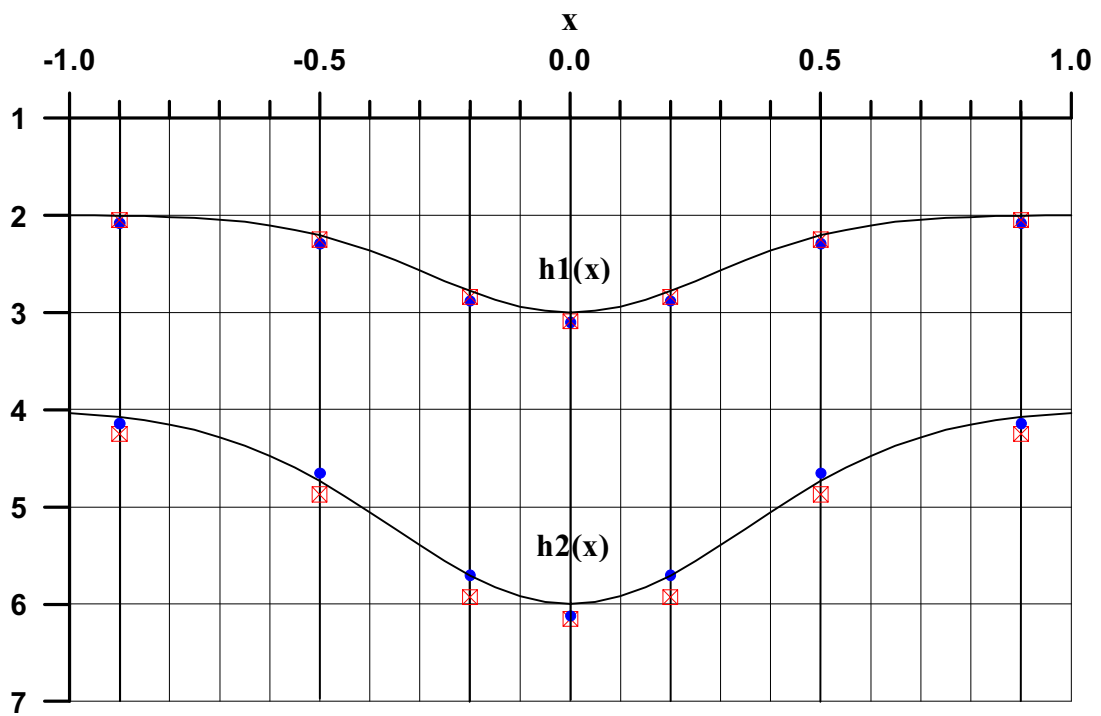
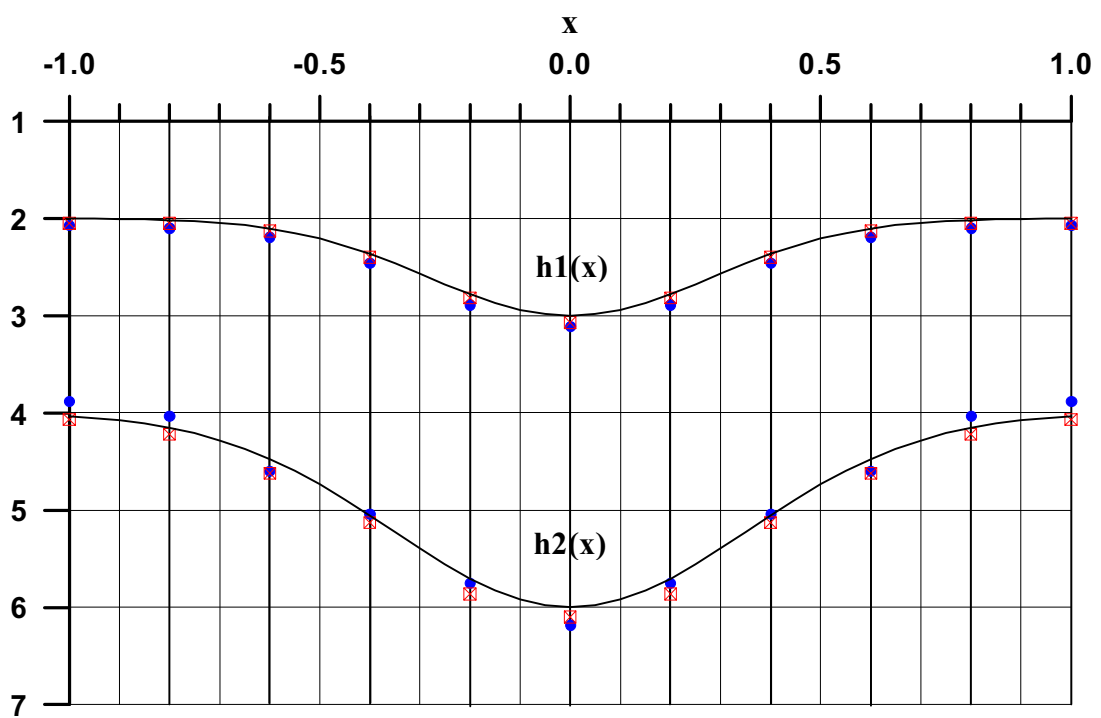
$$D_h = \sqrt{\frac{1}{N_h} \sum_{i=1}^{N_h} \left(\frac{h_i^{\text{exact}} - h_i^{\text{estimated}}}{h_i^{\text{exact}}} \right)^2} \cdot 100 [\%] \quad (5.16)$$

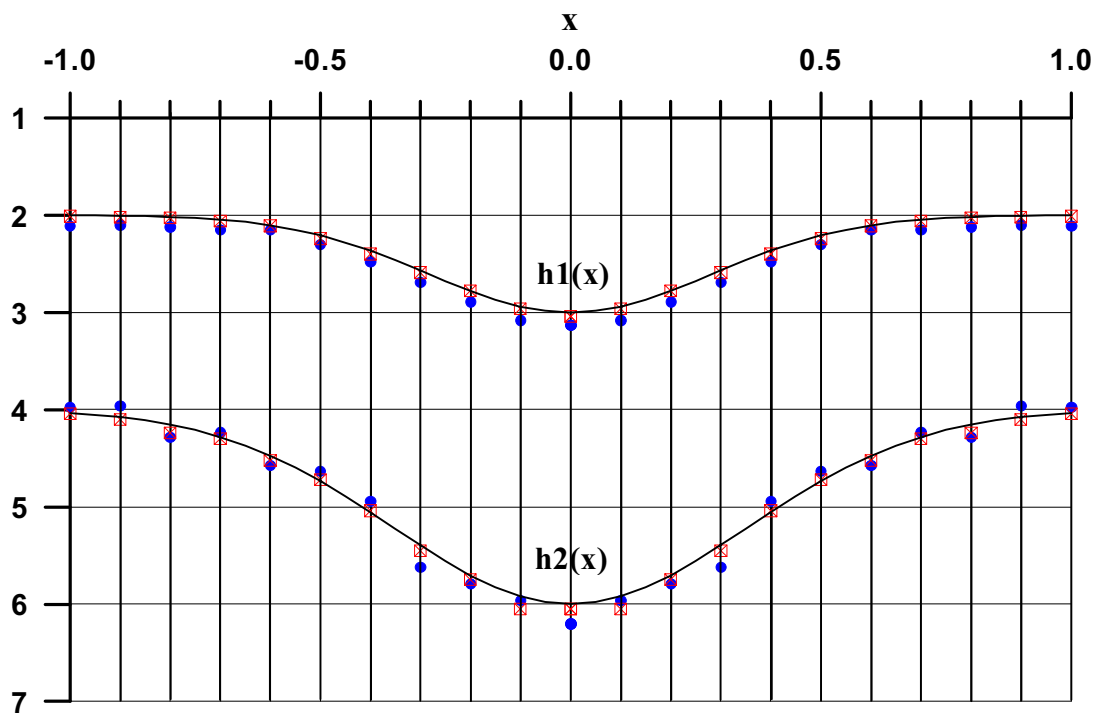
mennyiséget. Mivel az egyedi varianciák a változók nagy száma miatt nehezen követhetők, bevezetjük az átlagvarianciát, mint az egyedi varianciák négyzetes középértékét. A korábban bevezetett T korrelációs norma jelentése változatlan marad. Az 5.3.a. táblázat szerint egyetlen mérési vonalat alkalmazva 7.38%-os, négy vonalnál 4.67%-os (5.4.a. táblázat), hat vonalnál pedig 4.22% -os D modell-távolság adódott (5.5.a táblázat), tizenegy mérési vonalat alkalmazva (5.6.a. táblázat) D újabb csökkenését figyelhetjük meg (4.09%), vagyis általánosan pontosabb paraméterbecslést érhetünk el a vonalak számának növelésével. Hasonló tendenciát figyelhetünk meg táblázatainkban a D_h paraméter, valamint a T korrelációs átlag vonatkozásában. Az így tapasztalt javulás a paraméterbecslés megbízhatóságát jelző átlagvarianciák értékein is rendre (12.6%, 6.1%, 5.76%, 3.57 %) megfigyelhető. Az 5.1.-5.3. ábrákon folytonos vonallal az egzakt modell vastagságfüggvényeit tüntettük fel, teli körrel a független VESZ inverzió eredményeit ábráztuk. A függőlegesen megvastagított vonalakat a mérési vonalaknak megfelelő x koordinátáknál helyeztük el. A bemutatott eredmények igazolják, hogy a cellánként konstans függvényeket alkalmazó általánosított sorfejtéses eljárás pontossága (D , D_h) és megbízhatósága (átlagvariancia, korrelációs norma) egyaránt javul a mérési vonalak számának növekedtével. Ez megfelel várakozásunknak, mivel az itt bemutatottak egyben együttes inverziós eredményként is felfoghatók. Annak ellenére ugyanis, hogy csupán egyetlen módszer (VESZ) adatai szerepelnek az inverziós vizsgálatban, a lokális (1D)

modellek vastagsáadatai között a minden modellben közös fajlagos ellenállások éppen olyan jellegű "csatolást" hoznak létre, mint a 3. és 4. fejezet együttes inverziós algoritmusában említett közös változók.

Szokásos értelemben vett együttes inverzió az általunk vizsgált sorfejtéses eljárás keretében is végezhető. A VESZ- és refrakciós időadatok bevonásával kapott eredményeket az 5.3.b-5.6.b táblázatok mutatják. Az 5.4.b. táblázat szerint négy mérési vonalat alkalmazva 3.83%-os, hat vonalnál 3.05% -os D modelltávolság adódott (5.5.a táblázat), tizenegy mérési vonal esetén (5.6.a. táblázat) D újabb csökkenését figyelhetjük meg (1.02%), vagyis együttes inverzió során is pontosabb paraméterbecslést érhattünk el a vonalak számának növelésével. Hasonló tendenciát figyelhetünk meg táblázatainkban a D_h paraméter, valamint a T korrelációs átlag vonatkozásában. Az 5.1.-5.3. ábrákon üres négyzettel ábrázoltuk a VESZ-refrakciós együttes inverzió eredményeit. Mind a táblázatos, mind a grafikus ábrázolás szerint a (hagyományos értelemben vett) együttes inverzió szolgált jobb eredményeket.

A jelen fejezetben elért eredményeim kidolgozásában támaszkodhattam az MTA-DFG együttműködés keretében a ME Geofizikai Tanszék és a Ruhr Egyetem Geofizikai Intézete által művelt együttes inverziós kutatások számos eredményére. Így többek között Fortran nyelvű inverziós program állt rendelkezésemre, amely több mérési vonalon gyűjtött egyenáramú geoelektromos és Love-diszperziós adatok együttes inverzióját végezte el úgy, hogy a vonal alatti földtani szerkezetet egydimenziósnak tételezte fel, megengedve, hogy a különböző vonal alatti vastagságok eltérőek lehetnek. Ezt a programot, mint a projekt keretében meghívott kutató -egy hónapos tanulmányút keretében- kiegészítettem úgy, hogy az együttes inverzióba refrakciós módszert is bevontam. A kutatómunka során szerzett tapasztalataim jelentős ösztönzést adtak e fejezet kidolgozásához és a bemutatott általánosítás bevezetéséhez.

5.1. ábra. ($J=4$, $D_h=5.34\%$)5.2. ábra. ($J=6$, $D_h=3.81\%$)

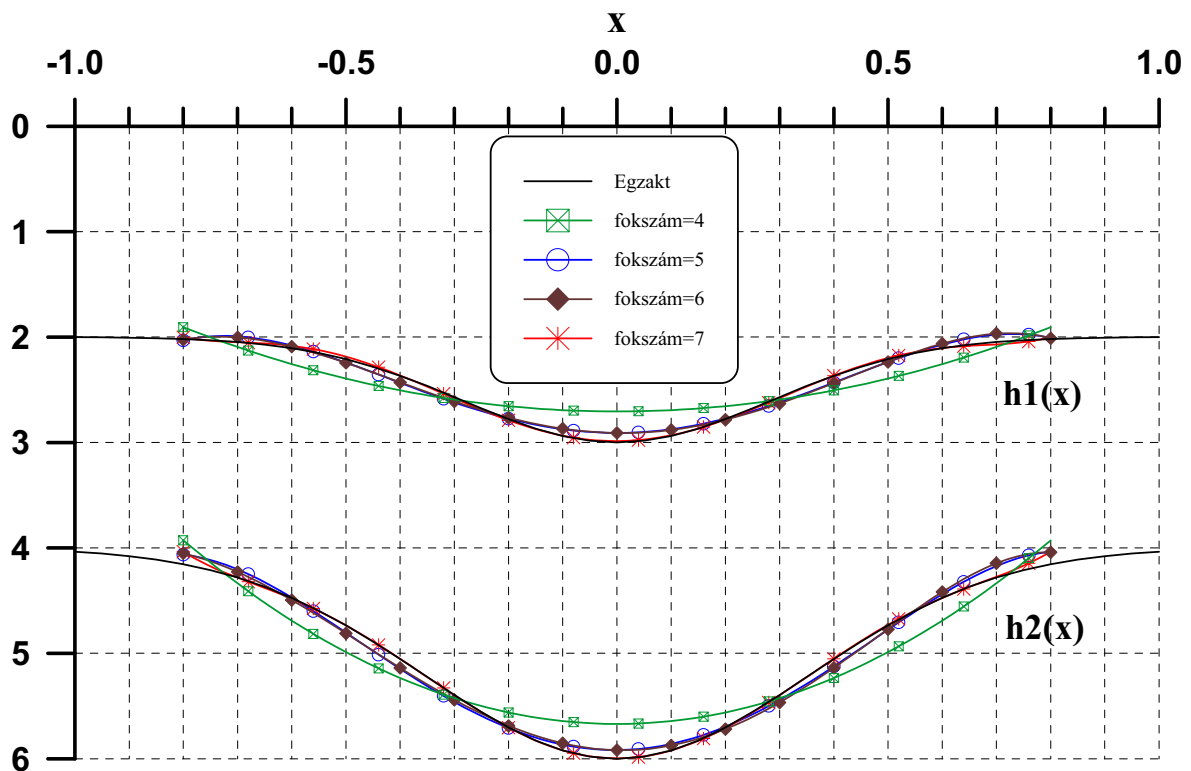
5.3. ábra. ($J=11$, $D_h=1.01\%$)

5.3.2. A Csebisev-polinomok szerinti általánosított sorfejtéses eljárás vizsgálata

A Csebisev-polinomok szerinti általánosított sorfejtéses eljárás tesztelését a fejezet elején bevezetett modell és a rajta generált szintetikus adatrendszer segítségével végeztük el. Mivel a Csebisev-polinomok értelmezési tartománya $(+1,-1)$ közé esik, fontos a vizsgálatokat a teljes intervallumra kiterjeszteni. Ezért a következőkben a modell szimmetriájának okán nem tekinthetünk el a negatív koordinátáknál elhelyezett mérési vonalak adatrendszereinek inverzióba vonásától. Ennek megfelelően origóra szimmetrikusan $J=21$, $J=11$ és $J=7$ vonal bevonásával végeztük tesztvizsgálatainkat. (Ez az elrendezés összhangban van az 5.3.1.-beli $J=11$, $J=6$, $J=4$ pozitív x -ek szerinti választással.)

Elsőként a 21 mérési vonal geoelektromos adatainak bevonásával végeztünk általánosított sorfejtéses inverziós vizsgálatot. Az integrálközép számításánál bevezetett Δ mennyiség értékét 0.05-nek választottuk. Az inverzió eredményét a továbbiakban csupán a vastagságfüggvények meghatározása szempontjából vizsgáljuk, mivel a fajlagos ellenállás adatok minden esetben nagy pontossággal határozhatók meg. Elsőként azt vizsgáljuk meg,

hogya a felvett vastagságfüggvények milyen pontosan közelíthetők Csebisev-polinomok általánosított (integrálközepes) sorfejtésével, más szóval milyen diskretizációs hibát követünk el egy-egy rögzített polinom fokszám (P) mellett. Az egyszerűség kedvéért ezt a kérdést úgy vizsgáltuk, hogy hibamentes VESZ adatokat generáltunk, és azok inverziójával kapott vastagságfüggvényeket hasonlítottuk össze az egzakt modell vastagságaival. Az eredményt az 5.4. ábra mutatja $P=4,5,6,7$ polinom fokszámánál. Az ábra tanúsága szerint 4 (és nyilvánvalóan ennél kisebb) fokszám esetén a vastagsággörbék már nem közelítik kielégítő pontossággal az elméleti függvényeket, ezért a továbbiakban csupán $P=5$ és $P=7$ mellett végzünk 1%-os Gauss-zajjal terhelt adatrendszeren vizsgálatokat.



5.4. ábra

Az általánosított Csebisev-polinomok szerinti sorfejtéssel kapott eredményt $P=5$ -re az 5.5. ábra mutatja. Az ábrán alkalmazott szimbólumok az 5.3.1.-ben bevezetett jelöléseinknek felelnek meg. Az eredmények kvantitatív jellemzésére a korábbiakban is alkalmazott D és D_h modelltávolságok mellett egy új mennyiség bevezetésére is szükségünk van. Ennek az oka, hogy a D_h távolság csupán a mérési vonalak alatti vastagságok illeszkedését jellemzi. (Ez a cellánként konstans függvényekkel történt vizsgálataink esetében megfelelő

is volt.) A Csebisev-polinomok szerinti sorfejtéses eljárással azonban a sorfejtési együtthatók birtokában a vastagságfüggvényeket állítjuk elő a teljes $(-1,+1)$ intervallumban. A rekonstruált függvény és az elméleti függvény távolságát sokkal pontosabban jellemezhetjük a

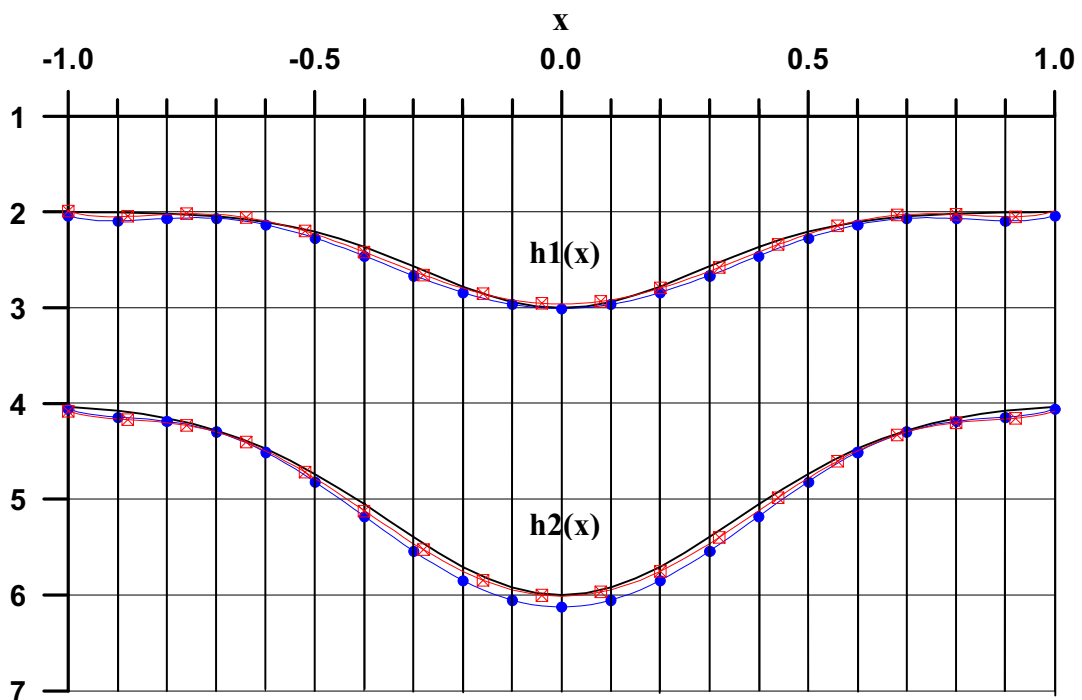
$$D_f = \sqrt{\frac{1}{N_f(n-1)} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{N_f} \left(\frac{h_j^{\text{exact}}(x_i) - h_j^{\text{estimated}}(x_i)}{h_j^{\text{exact}}(x_i)} \right)^2} \cdot 100 [\%] \quad (5.17)$$

mennyiséggel, ahol

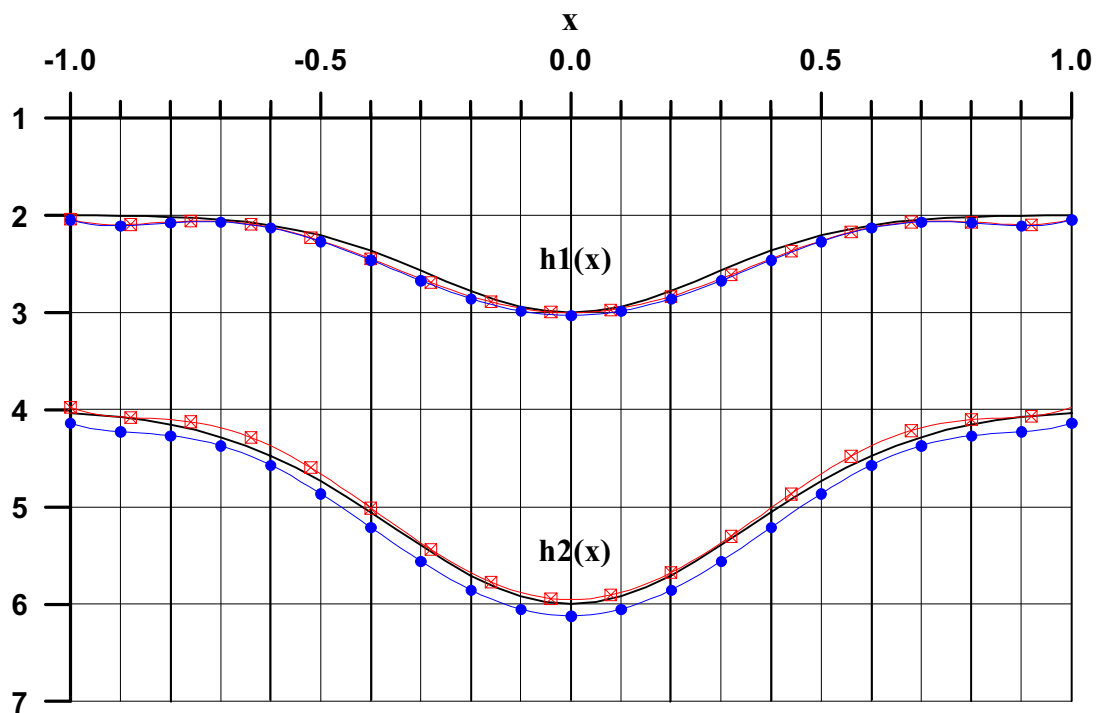
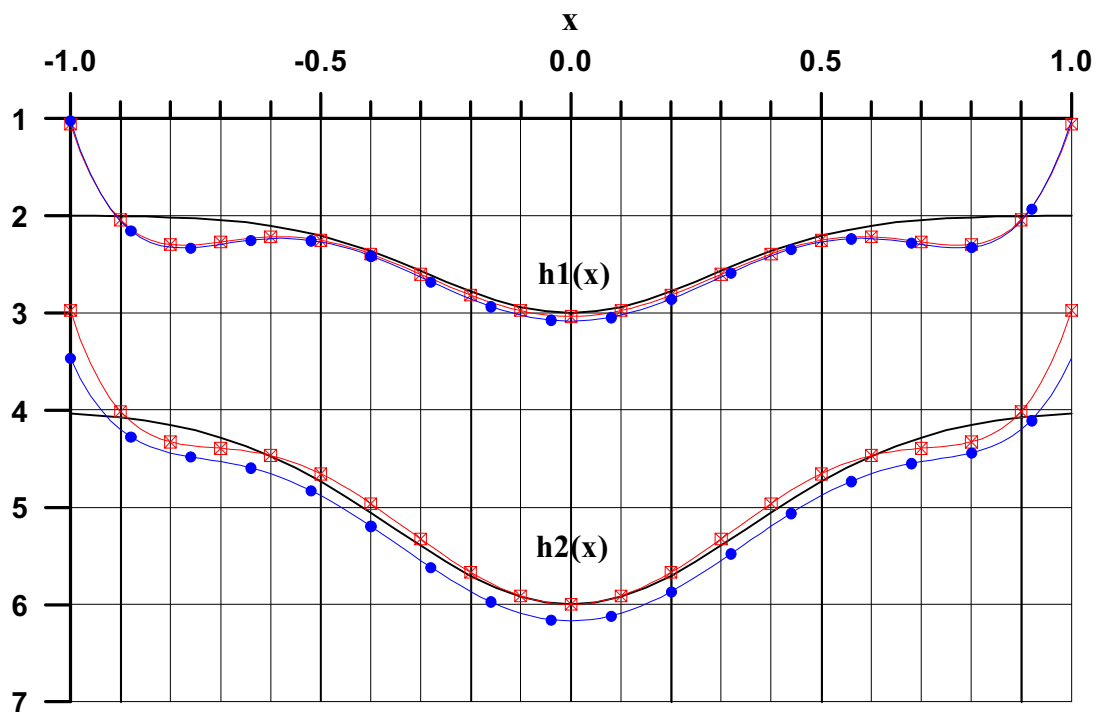
$$x_i = -1 + (i-1) \frac{2}{N_f}$$

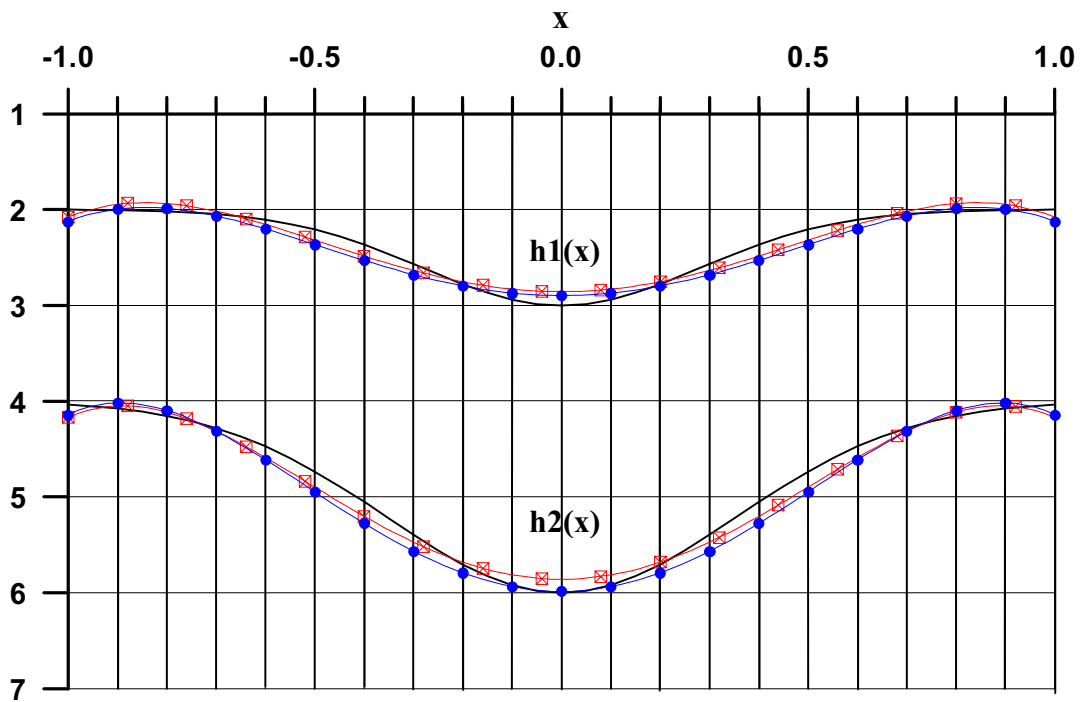
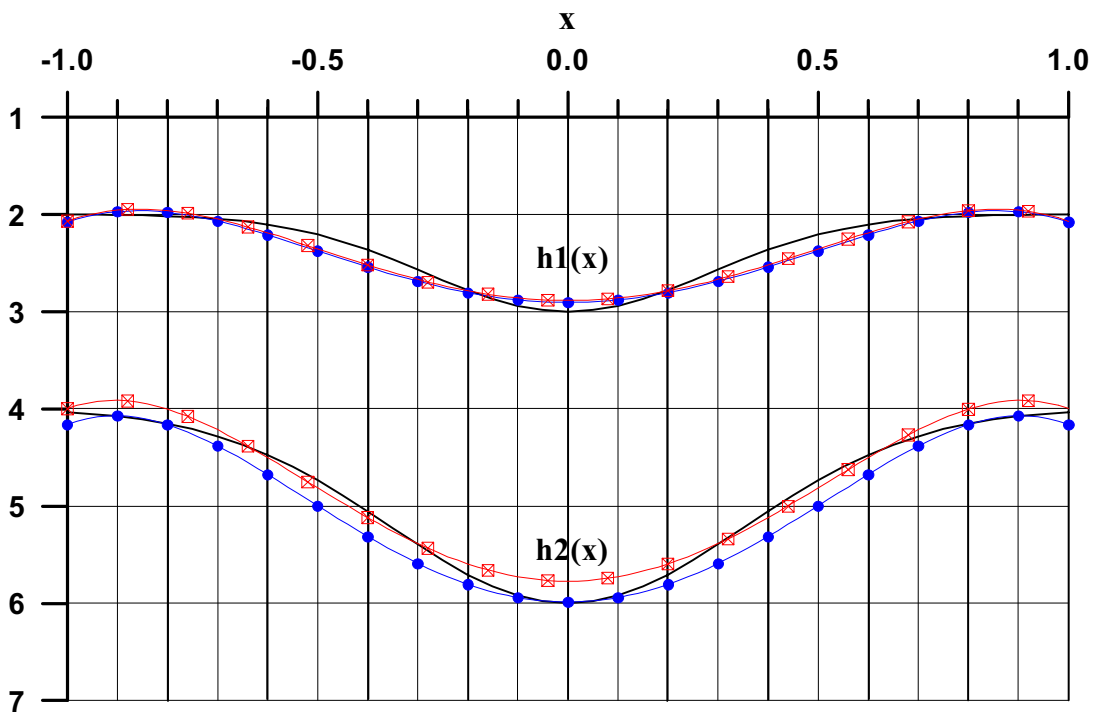
és N_f egy kellően nagy szám (numerikus vizsgálatainkban $N_f = 101$), n pedig a rétegek száma.

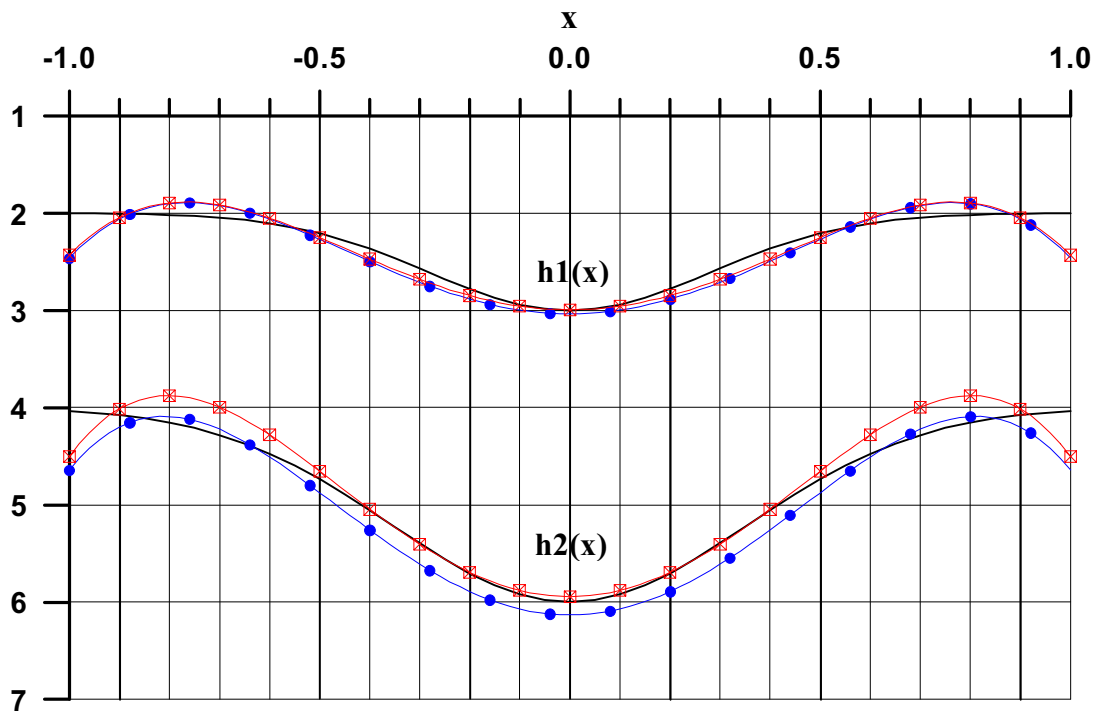
Az eredmények megjelenítése során az inverzió változóinak túlnyomó többségét jelentő sorfejtési együtthatókat (és azok varianciáit) nem mutatjuk be, mivel ezeknek közvetlen fizikai jelentése nincs. Ehelyett a vastagságfüggvények grafikus ábrázolásán, a D , D_h és D_f mennyiségek táblázatos bemutatásán keresztül jellemezzük az általánosított Csebisev-polinomos (integrálközepes) együttes inverziós eljárást.



5.5. ábra. ($J=21$, foksám=7)

5.6. ábra. ($J=11$, foksám=7)5.7. ábra. ($J=7$, foksám=7)

5.8. ábra. ($J=21$, fokszám=5)5.9. ábra. ($J=11$, fokszám=5)

5.10. ábra. ($J=7$, foksám=5)

A 21 mérési vonal (1% Gauss-hibával terhelt) adatainak felhasználásával $P=7$ esetben kapott vastagságfüggvényeket az 5.5. ábra mutatja. Mint az 5.4. ábrán láthattuk, 7-edfokú Csebisev-polinomokkal történt közelítés gyakorlatilag mentes a diszkretizációs hibáktól. Az 5.5. ábrán ezek után az 1% zaj okozta hatást tanulmányozhatjuk a vastagságfüggvények visszaállításában. Önálló geoelektromos inverzió esetén (teli körökkel jelzett görbe) a pontonkénti vastagságilleszkedést jellemző $D_h=2.03\%$ érték adódik, míg a D_f függvénnytávolság 8.33%-ot vesz fel. Az eltérés főként a $h_2(x)$ függvény közelítésének pontatlanságából származik. Jól látható az ábrán, hogy a geoelektromos-refrakciós együttes inverzió a vastagságfüggvények sokkal pontosabb (szinte csak a diszkretizációs hibával terhelt) meghatározását teszi lehetővé. Az 5.7. táblázat adatai szerint a $D_h=1.15\%$, $D_f=4.36\%$ mennyiségekben mintegy kétszeres javulás következett be. Annak vizsgálatára, hogy a mérési vonalak számának csökkentése milyen mértékű romlást okoz a vastagságfüggvények visszaállításában, csökkentjük a vonalak számát 11-re. Az eredményt az 5.6. ábra és az 5.7. táblázat második oszlopa mutatja. Megállapíthatjuk, hogy elfogadható közelítést kaptunk.

P=7	J= 21		J= 11		J= 7	
	független	együttes	független	együttes	független	együttes
D	2.11	0.81	2.43	1.56	2.66	1.32
D _h	2.03	1.15	2.51	1.77	2.81	1.75
D _f	8.33	4.36	10.53	5.82	21.94	21.86

5.7. táblázat

Ezzel szemben a 7 mérési vonalat tartalmazó elrendezésben szereplő adatrendszer inverziója az 5.7. ábra tanúsága szerint viszonylag pontatlan eredményt ad. Ennek oka az, hogy a Csebisev-polinomok fokszáma és a mérési vonalak száma ez esetben megegyezik. Megfigyelhetjük, hogy a vonalak x koordinátáinál a vastagságilleszkedés mind a független, mind az együttes inverzió esetén igen jó ($D_h=2.66\%$, illetve $D_h=1.75\%$), ugyanakkor az egzakt és rekonstruált vastagságfüggvények távolságát jellemző paraméter ($D_f=21.94\%$ és $D_f=21.86\%$) jelentős romlását figyelhetjük meg. Ez az ábra azt igazolja, hogy a polinom közelítés fokszáma (P) és a mérési vonalak száma (J) szorosan összefügg, amit az adataink feldolgozása során figyelembe kell vennünk ($P < J$).

Vizsgáljuk meg, hogy a fokszám $P=5$ -re csökkentése milyen mértékben befolyásolja az inverzió eredményét. A 21 mérési vonal adatainak feldolgozásával kapott vastagságfüggvényeket az 5.8. ábra, az eredmények pontosságát számszerűen jellemző modell-távolságokat az 5.8. táblázat tartalmazza. Megállapíthatjuk, hogy mind az önálló, mind pedig az együttes inverzióval kapott vastagságok elfogadhatóak. Hasonló eredményt kapunk a 11 vonalas adatrendszer feldolgozásával is (5.9. ábra). A megnövekedett modell-távolságokat a nagyobb diszkretizációs hibával magyarázhatjuk. Ennek a tendenciának ellentmond az 5.10. ábra, amelyen 7 mérési vonal adataival kapott vastagságfüggvényeket tüntettük fel. Mind az önálló, mind az együttes inverziós eredmények az 5.7. ábrához viszonyítva jobbnak tűnnek. A magyarázatot abban láthatjuk, hogy az ötödfokú polinom kevésbé változékony, és így a D_f mennyiség kisebb értékével (16.22%, illetve 14.61%) jellemzett eredményt kaptunk.

P=5	J= 21		J= 11		J= 7	
	független	együttes	független	együttes	független	együttes
D	2.12	0.87	2.48	1.40	2.66	1.35
D _h	1.44	0.65	2.09	1.78	2.80	1.77
D _f	11.19	9.11	12.9	10.52	16.22	14.61

5.8. táblázat

5.4. Az általánosított sorfejtéses eljárás tesztelése terepi adatokon

Az előzőekben bemutatott, szintetikus adatokon végzett vizsgálatok azt igazolták, hogy (a lokális vastagság integrálközépével való helyettesítésén és 1D előremodellezésen alapuló) általánosított sorfejtéses inverziós eljárás kellően stabil és pontos a gyakorlati alkalmazások céljára. A jelen fejezetben ezért terepi adatrendszeren teszteljük a módszert. A mérési adatok a 3.4.3.-ban már említett Korlát községnél végzett mérésekből származnak. (Az adatrendszer rendelkezésre bocsátásáért ezúton fejezem ki köszönetemet dr. Gyulai Ákos tudományos főmunkatársnak.) Az adatokat Gyulai és Ormos (1997.a) az általuk kifejlesztett hatványfüggvények szerinti sorfejtést alkalmazó 1.5D inverziós módszerrel feldolgozták és publikálták. Ebből és az adatrendszer hozzáférhetőségéből adódóan így nemcsak in-situ adatokon való tesztelésre nyílt módunk, hanem eredményeinket egyben a szakmai nyilvánosság elé bocsátott és elismert eredményekkel hasonlíthatjuk össze.

A mérési terület és az elrendezés részletes leírása megtalálható (Gyulai, Ormos, 1997.a)-ban. A felesleges ismétlések elkerülése végett itt csupán a jelen inverziós vizsgálatok számára fontos körülményeket emeljük ki. A jó közelítéssel kétdimenziós szerkezeten csapásirányban 6 mérési vonal mentén Schlumberger elrendezésben történt mérés. A mérési vonalak koordinátáit a Csebisev-polinomos sorfejtés miatt a (-1,+1) intervallumra transzformáltuk. Így a (-1, -0.692, -0.384, -0.076, 0.384, 0.846) relatív x koordinátáknál mért adatokat foglaltuk inverzióba.

Az ötödfokú Csebisev-polinomok szerinti sorfejtésre alapozott eljárással elvégzett vizsgálataink során a (Gyulai, Ormos, 1997.a)-ban publikált startmodellről indultunk. Az ötréteges modell rétegvastagság függvényeit, illetve az ezekből számolt mélységfüggvényeket az általánosított sorfejtéses eljárással ($\Delta=0.1$ integrációs intervallumot alkalmazva) az 5.11. ábra szerint kaptuk (folytonos vonal). Az adattérbeli relatív távolságként 3.47%-os értéket kaptunk. Az eredményül kapott paramétereket az 5.9.

táblázatban tüntettük fel. Mivel az általunk javasolt és az előzőekben is tesztelt eljárás során feltételeztük a fajlagos ellenállás laterális homogenitását, az ábrán csak a mélységfüggvényeket tüntettük fel. A (Gyulai, Ormos, 1997.a)-ban közölt 1. ábrával való összehasonlítás alapján megállapíthatjuk, hogy a vastagságfüggvények menete jó egyezést mutat az 1.5D közelítésben kapott eredményekkel. A kis eltéréseket az a körülmény is magyarázza, hogy az idézett munkában a szerzők általánosabb -laterális inhomogenitást is megengedő- közelítésben dolgozták fel a mérési adatokat.

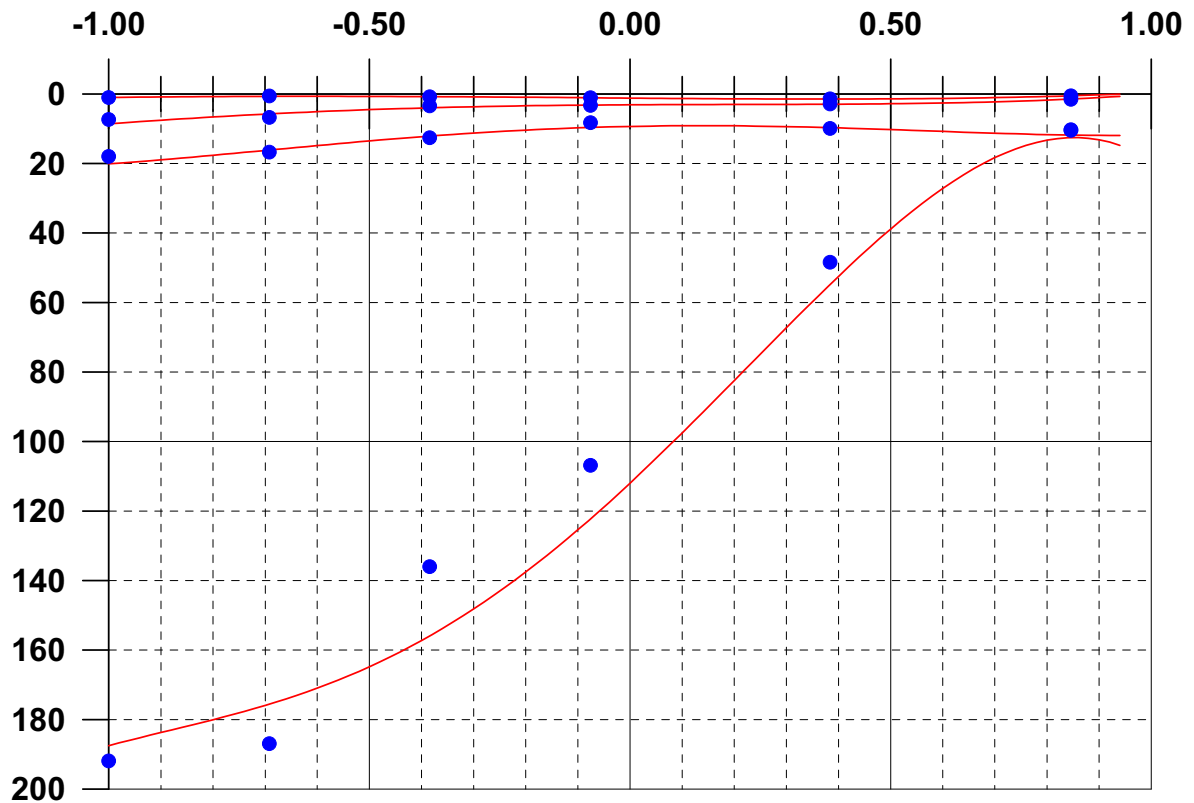
A cellánként konstans függvények szerinti sorfejtésen alapuló eljárással is feldolgoztuk az adatrendszert. A módszer alapján a mérési vonalak helyén várhatjuk a vastagságokat, illetve (az ez esetben is laterálisan változatlanok feltételezett) fajlagos ellenállásokat. Az eredményeket (teli körök) egyben az ötödfokú Csebisev-polinomos közelítéssel is összehasonlíthatjuk, ha a vastagságértékeket az 5.11. ábrán bemutatott függvényekkel együtt tüntetjük fel. Az ábra tanúsága szerint az intervallumon (cellánként) konstans függvények szerinti sorfejtésére alapozott eljárással kapott vastagságok -terepi adatokról lévén szó- figyelemre méltó egyezést mutatnak a Csebisev-polinomok szerinti (általánosított) sorfejtéssel meghatározott vastagságfüggvényekkel. A cellánként konstans közelítéssel kapott eredményeket az 5.10. táblázat mutatja, amely jó egyezést mutat a (Gyulai, Ormos, 1997.a)-ban közöltekkel. Az adattérbeli illeszkedést a 6 mérési vonal teljes adatrendszerén számított relatív adattávolsággal jellemezve 2.16%-os értéket kaptunk, ami jónak mondható.

$h_i(x_1)$ [m]	$h_i(x_2)$ [m]	$h_i(x_3)$ [m]	$h_i(x_4)$ [m]	$h_i(x_5)$ [m]	$h_i(x_6)$ [m]	ρ_i [Ω m]
0.50	1.43	1.07	0.74	0.65	0.99	23.06
0.93	1.48	2.10	3.21	5.06	7.58	11.36
10.38	6.76	6.43	8.14	10.40	11.52	20.62
0.73	45.11	112.68	143.82	159.47	167.45	12.57
-	-	-	-	-	-	50.38

5.9. táblázat. A Csebisev-polinomok szerinti sorfejtés eredménye

$h_i(x_1)$ [m]	$h_i(x_2)$ [m]	$h_i(x_3)$ [m]	$h_i(x_4)$ [m]	$h_i(x_5)$ [m]	$h_i(x_6)$ [m]	ρ_i [Ω m]
0.54	1.37	1.07	0.79	0.60	1.00	23.4
0.97	1.48	2.22	2.62	6.14	6.34	11.0
8.76	7.07	4.97	9.16	9.98	10.61	18.9
0.20	38.5	98.5	123.4	170.2	173.9	12.5
-	-	-	-	-	-	36.7

5.10. táblázat. A cellánként konstans közelítés eredménye



5.11. ábra

5.5. Az eredmények értékelése

Ebben a fejezetben kétdimenziós szerkezetek inverziós vizsgálatára lokálisan 1D előremodellezésen, valamint általánosított sorfejtéses diszkretizáción alapuló eljárást vezettem be. A lokális vastagságokat a valódi vastagságfüggvénynek a mérési vonal x koordinátája körüli $x \pm \Delta$ intervallumon számított integrálközepével definiáltam. Ezáltal elérhetővé vált, hogy az inverziós eljárásba a vastagságfüggvényeknek nem csupán az x koordinátánál felvett helyettesítési értékéről, hanem a teljes integrációs intervallumról vontunk be információt. A vastagságfüggvények diszkretizációjára ortogonális bázisfüggvényeket javasoltam. Az eljárást mind független, mind pedig együttes inverziós változatában megfogalmaztam. A bázisfüggvények két speciális választása mellett numerikusan szimulált adatrendszer felhasználásával az eljárást teszteltem.

Bemutattam, hogy a 2D szerkezetek lokálisan 1D közelítésben történő inverziós vizsgálatára különösen alkalmas a tomográfiában általánosan alkalmazott cellánként

konstans függvények, mint ortogonális bázisfüggvényrendszer szerinti sorfejtés. Az ezen függvényekkel felépített általánosított sorfejtés algoritmus nagyon előnyös tulajdonsága, hogy benne a sorfejtési együtthatók közvetlen jelentéssel (a mérési vonal alatti vastagság) bírnak. Ezáltal a sorfejtési együtthatókra, mint változókra épülő inverziós eljárás közvetlenül a vastagság adatokra szolgáltat becslést, varianciát és korrelációs jellemzőt. További előnyös tulajdonsága az algoritmusnak, hogy a helytől függetlennek feltételezett közetfizikai jellemzők (fajlagos ellenállás, sebességek) csatolást létesítenek a lokális vastagságok (sorfejtési együtthatók között). Így még formálisan független inverziós esetben is nagyon stabil és figyelemre méltó pontosságú eljárásra jutunk. Az algoritmust 1%-os Gauss-zajjal terhelt szintetikus adatrendszer segítségével teszteltem. Vizsgáltam az eljárás pontossági jellemzőit a mérési vonalak számának függvényében. A bemutatott eredmények igazolták, hogy az intervallumon konstans függvényeket alkalmazó általánosított sorfejtés eljárás pontossága (D , D_h) és megbízhatósága (átlagvariancia, korrelációs norma) egyaránt javul a mérési vonalak számának növekedtével. Ez a tendencia mind a független, mind az együttes inverziós eljárás esetében érvényesült. Ugyanakkor megállapítottam és számszerűen igazoltam, hogy az együttes inverziós eredmények a jelen fejezetben javasolt (2D szerkezetek lokálisan 1D közelítésén alapuló általánosított sorfejtés) algoritmusban is lényegesen pontosabbak (D , D_h) és megbízhatóbbak (átlagvariancia, T), mint a független (VESZ) inverziós esetben.

Numerikus vizsgálataim következő lépésében megvizsgáltam az integrálközepes, Csebisev-polinom szerinti sorfejtésen alapuló eljárás diszkretizációs hibáját, és azt találtam, hogy $P \geq 5$ esetén a választott modell elfogadható közelítését valósíthatjuk meg. 1% Gauss-eloszlású zajjal terhelt szintetikus adatrendszer felhasználásával tanulmányoztam az inverziós eredmények pontosságának a mérési vonalak számától, illetve a polinom fokszámától való függését, mind a független, mind pedig az együttes (VESZ-refrakciós) inverzió esetében. Megállapítottam, hogy a mérési vonalak számának csökkentésével a vastagságfüggvény rekonstrukciójának pontossága csökken. A polinom fokszámának $P=5$ és $P=7$ esetét vizsgálva bemutattam, hogy a nagyobb fokszám pontosabb vastagságfüggvény (D_f) rekonstrukciót tesz lehetővé. Ez a tendencia mindaddig tart, amíg elegendő számú mérési vonal adatrendszerét vonjuk inverzióba ($J > P$). Eredményeim igazolták, hogy a mérési vonalak számának növelése egy határon túl már nem indokolható,

például a 11 és 21 vonal felhasználásával kapott eredmények nem mutatnak a mérési vonalszám (több mint kétszeresére) növelésével arányos javulást.

A Csebisev-polinomos sorfejtésre alapozott inverziós eljárás mind független, mind pedig együttes inverziós változatában felépíthető. A két változat összehasonlításával számszerűen igazoltam, hogy a VESZ-refrakciós együttes inverziós eljárás a vastagságfüggvények lényegesen pontosabb rekonstrukcióját teszi lehetővé.

Az általánosított sorfejtéses eljárást terepi adatokon is teszteltem egy Korlát község közelében végzett geoelektromos mérés adatainak felhasználásával. Ötödfokú Csebisev-polinom közelítésben öt réteges modell feltételezésével meghatároztam a réteghatárok mélységfüggvényeit és a (laterálisan konstans) fajlagos ellenállásokat. Eredményeim a szakirodalomban ugyanezen adatrendszer feldolgozásával közölt mélységfüggvényeket igen jó közelítéssel visszaadják.

A cellánként konstans függvényeket bázisfüggvényként használó algoritmust a terepi adatrendszeren sikerrel alkalmaztam. Az így meghatározott lokális vastagságok (réteghatár mélységek) jól egyeznek a Csebisev-polinomos vizsgálat mélységfüggvényeivel és az irodalmi előzményként említett publikáció mélység adataival.

ÖSSZEFOGLALÁS

A jelen doktori értekezésben egy nemzetközileg intenzíven kutatott problémakör, az együttes geofizikai inverzió néhány kérdésével foglalkoztam. Az irodalmi előzményekből és a ME Geofizikai Tanszékén folyó inverziós kutatások eredményeiből kiindulva, illetve azokra támaszkodva elsőként a DC geoelektromos és Love-diszperziós adatoknak a refrakciós szeizmikus menetidőkkel történő együttes inverzióját vizsgáltam. A *Vozoff és Jupp (1975)* valamint *Dobróka et al. (1991)* által bemutatott általános eljárást követve algoritmust és Pascal nyelvű programot dolgoztam ki az előzőekben felsorolt három adatrendszer együttes inverziójára. Az inverziós eljárások linearizált, illetve globális optimalizációs módszerekre épültek.

Bevezettem egy általánosított objektív függvényt, amelyben eltérésvektor L_p normáját a paramétervektor L_p normájának konstansszorosával egészítettem ki. Az így kapott függvény kevert határozottságú problémák megoldására alkalmas mind a legkisebb négyzetek (L_2 minimalizáció), mind pedig legkisebb abszolút értékek (LAD, L_1 minimalizáció) módszere számára. További általánosítást jelentett, hogy ebben a függvényben -együttes inverzió esetén- a kombinált adatvektor és válaszgyenlet szerepel. Az általánosított objektív függvény minimalizálására linearizált és globális (Simulated Annealing) eljárást egyaránt kidolgoztam. A linearizált inverziós algoritmus általános esetben az iteratív újrasúlyozás módszerén (*Scales, 1988*) alapul.

Szintetikus adatok és terepi adatrendszer segítségével mind a linearizált, mind a globális inverziós eljárást teszteltem. Numerikus vizsgálataimat egydimenziós szerkezeten egyetlen mérési vonal feltételezésével generált Gauss-eloszlású, illetve kiugró zajokat is tartalmazó adatrendszeren kezdtem. Összehasonlítást tettem a linearizált önálló geoelektromos, a geoelektromos-refrakciós, valamint a geoelektromos-refrakciós-Love diszperziós együttes inverziós eljárások között. Az összehasonlítás kvantitatív jellemzőjeként az adat- és modelltérbeli relatív távolságokat, valamint LSQ inverzió esetén a variancia, illetve korrelációs paramétereket használtam. Számszerűen megmutattam,

hogy az előbbi kombinációkban az inverzióba vont módszerek számának növekedtével a paraméterbecslés pontossága és megbízhatósága javul. Kiugró hibákkal terhelt adatrendszer segítségével bemutattam és számszerűen igazoltam, hogy a LAD-IRLS eljárással felépített együttes inverziós algoritmus megfelelően stabil és az LSQ módszernél lényegesen jobb paraméterbecslést szolgáltat.

Az együttes inverzió egy nagyon aktuális részfeladatban, a geoelektromos értelmezés belső ekvivalencia problémáinak feloldásában különösen hasznos segítséget nyújt. Értekezésemben bemutattam, hogy mind konduktív, mind pedig rezisztív típusú ekvivalens modelleken a geoelektromos adatrendszerrel kombinált refrakciós szeizmikus menetidők együttes inverziója az ekvivalencia tartományt jelentősen lecsökkentik és ezt a hatást egy harmadik, például Love-diszperziós adatrendszer bevonásával tovább növelhetjük. A szimulált és terepi adatokon végzett vizsgálatok meggyőzően bizonyítják az együttes inverzió szükségességét és hatékonyságát. Ezen túlmenően szeizmikusan és geoelektromosan egyaránt "labilis" modellen végzett vizsgálataimban megmutattam, hogy a szeizmikus-geoelektromos együttes inverzió még akkor is stabil eredményre vezet, ha külön-külön mind a geoelektromos, mind a szeizmikus modell problematikus.

Az általánosított -együttes inverzió keretében kombinált adatrendszeren és válaszgyenleten definiált- objektív függvény Simulated Annealing módszerrel történő minimalizálásával az együttes inverziós kutatásokba globális optimalizációs eljárást vezettem be, amely egyik speciális határesetként a hagyományos SA-t adja vissza, további határesetekben pedig három új (módosított SA: LAD-SA, LAD₁-SA, LAD₂-SA) együttes inverziós eljárásra vezet. Szintetikus és in-situ adatok segítségével teszteltem az új eljárást, és bemutattam, hogy mind Gauss-eloszlású, mind kiugró hibával terhelt adatrendszer esetén stabil és megfelelően pontos inverziós eredményre vezet. Energiafüggvényként az általánosított objektív függvény speciális eseteit véve -az eltérésvektor L_2 , illetve L_1 normáját minimalizálva végeztem inverziós együttes inverziós vizsgálatokat. Eredményeim igazolták az LSQ, illetve LAD eljárások linearizált inverzió során történt összehasonlításánál kapott eredményeket SA algoritmus esetén is.

Kétdimenziós szerkezetek inverziós vizsgálatára általánosított sorfejtéses eljárást vezettem be. A direkt feladat közelítő megoldásaként az adott mérési vonal alatt a vastagságfüggvény (alkalmasan választott intervallumon számított) integrálközepét vastagságadatként használó egydimenziós előremodellezést alkalmaztam. A sorfejtésre két speciális esetben választottam függvényeket: egyrészt Csebisev-polinomokat, másrészt pedig cellánként (intervallumon) konstans függvényeket. Ez utóbbi esetben bemutattam, hogy a sorfejtési együtthatók (egyben az inverziós eljárás ismeretlenjei) közvetlen jelentéssel bírnak: a lokális vastagságokkal egyeznek meg. Az így felépített eljárás speciális esetben az úgynevezett kollektív inverziós módszerbe megy át. Hasonlóan, ha az integrálközep számításánál felvett intervallummal zérushoz tartunk és bázisfüggvények gyanánt hatványfüggvényeket használunk, geoelektromos adatok inverziójára vonatkoztatva általánosított sorfejtéses eljárásunk a *Gyulai, Ormos (1997.a)*-ban közölt eljárását adja vissza.

Az általánosított sorfejtéses eljárást szintetikus és in-situ adatok segítségével egyaránt teszteltem, mind a Csebisev-polinomokat, mind pedig cellánként konstans függvényeket bázisfüggvényként alkalmazó változatában. Azt tapasztaltam, hogy a változó vastagságú 2D szerkezetek vastagságfüggvényeit nagyon pontosan és mindenben megfelelő stabilitással szolgáltatja az eljárás. A Csebisev-polinomok fokszámától, valamint az alkalmazott mérési vonalak számától való függésében az eljárást részletesen vizsgáltam. Megmutattam, hogy a vastagságfüggvény rekonstrukciójának pontossága mind a modelltávolság, mind pedig az átlagvarianciák vonatkozásában javul a mérési vonalak számának növelésével. Ugyanakkor azonban megállapítható volt, hogy a mérési vonalak besűrítése egy bizonyos határon túl már nem hoz arányos javulást.

Az általánosított sorfejtéses eljárást együttes inverziós változatában is teszteltem. Bemutattam, hogy a geoelektromos adatrendszer refrakciós adatokkal egyesítve - hasonlóan az egyszerű 1D vizsgálatokhoz- 2D szerkezetek inverziós kutatásában is jelentős előnyökre számíthatunk, mind a pontosság, mind a stabilitás vonatkozásában.

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet mondok tudományos vezetőmnek, dr. Dobróka Mihály egyetemi tanárnak, a műszaki tudomány doktorának, hogy szakmai vezetésével, mindenkori segítségével támogatta munkámat, és az inspiratív konzultációk során tanácsaival, ösztönző figyelmével hozzájárult dolgozatom megszületéséhez.

Köszönetemet fejezem ki dr. Gyulai Ákosnak, a műszaki tudomány kandidátusának, Fancsik Tamásnak, Rita deNardis-nak, valamint dr. Ahmed Amrannak a szakmai együttműködésért. Külön köszönöm Fancsik Tamásnak azt az időszakot, amelyben baráti hozzáállásával és a hasznos konzultációkkal mindig a segítségemre volt.

Megköszönöm a Geofizikai Tanszék oktatóinak, kutatóinak és dolgozóinak a bátorító és barátságos légkört, valamint a megtisztelő figyelmet, amellyel munkámat kísérték. Külön köszönöm Kopcsa Józsefnének dolgozatom anyagának gondos áttekintését.

A Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszéke és a Ruhr Egyetem Geofizikai Tanszéke közötti sokéves együttműködésben résztvevő kutatóknak, nevezetesen dr. hc. dr. Lothar Dresen-nek, a Ruhr Egyetem Geofizikai Intézete professzorának, dr. Gyulai Ákosnak, dr. Dobróka Mihálynak és dr. Ormos Tamásnak külön megköszönöm a lehetőséget, hogy meghívott kutatóként csatlakozhattam legutóbbi projektjük vizsgálatához, és munkámban támaszkodhattam a projekt keretében elért számos eredményre.

Megköszönöm dr. Ettore Carderelli-nek, a római Università degli studi "La Sapienza" Egyetem Geofizikai Intézete oktatójának, illetve dr. Marcello Bernabini professzornak, az említett Intézet vezetőjének a számos terepi refrakciós adatrendszer rendelkezésre bocsájtását és a feldolgozásban nyújtott önzetlen segítséget.

Köszönetemet fejezem ki az MGE Magyar Geofizikusokért Alapítványnak és a Gyulay Zoltán Alapítványnak a doktori képzés során nyújtott anyagi támogatásért. Ezúton mondok köszönetet a Magyar Soros Alapítványnak, hogy doktori képzésem utolsó évében támogatásában részesített, és ezáltal lehetővé tette annak eredményes és mielőbbi lezárását.

Végül, de nem utolsó sorban mondok köszönetet Édesanyámnak és Édesapámnak. Az ő szerető támogatásuk nélkül ez a dolgozat meg sem születhetett volna.

IRODALOMJEGYZÉK

- Ádám O. 1987: Szeizmikus kutatás II. Tankönyvkiadó, Budapest
- Amran A. 1996: Felszínközeli összetétel vizsgálata Love-típusú felületi hullámok diszperziós adatai alapján. Doktori (PhD) értekezés.
- Basu A., Frazer L.N. 1989: Rapid determination of critical temperature in simulated annealing inversion. *Science* **249**, 1409-1412
- Beard L.P., Morgan F.D. (1991): Assessment of 2-D structures using 1-D inversion. *Geophysics*, **56** (6), 874-883
- Bodoky T., Bodoky A. 1982: Numerical modelling of seismic seam waves. Proceedings of the 27th Int. Geoph. Symp. Bratislava pp. 41-52
- Buchanan D.J. 1987: Dispersion calculations for SH and P-SV waves in multilayered coal seams. *Geophysical Prospecting* **35**, 62-70
- Dittmer J.K. and Szymanski J.E. 1995: The stochastic inversion of magnetics and resistivity data using the simulated annealing algorithm. *Geophysical Prospecting* **43**, 397-416
- Dobróka M., Ormos T. 1982: Absorption-dispersion relations for Love channel waves. *Geophysical Transactions* **29**, 117-128
- Dobróka M. 1987: Love-típusú telephullámok elmozdulásfüggvényei és abszorpciós-diszperziós tulajdonságai. I. Rész: horizontálisan homogén földtani szerkezet. *Magyar Geofizika* **28** (1), 20-33
- Dobróka M., Gyulai Á., Ormos T., Csókás J., Dresen L. 1991: Joint inversion of seismic and geoelectric data recorded in an underground coal mine. *Geophysical Prospecting* **39**, 643-665
- Dobróka M. 1994: Változó rétegvastagságú inhomogén szeizmikus hullámvezetőben terjedő Love-típusú hullámok diszperziós relációja: az abszorpciós-diszperziós jellemzők inverziója. Doktori értekezés.
- Dresen L., Kerner C. And Kühbach B. (1985): The influence of an asymmetry in the sequence rock-coal-rock on the propagation of Rayleigh seam waves. *Geophysical Prospecting* **33**, 519-539
- Ghosh D.P. 1971: The application of linear filter theory to the direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements. *Geophysical Prospecting* **19**, 192-217
- Gyulai Á., Ormos T. 1997.a: Vertikális elektromos szondázások kiértékelése 1.5-D inverziós módszerrel. *Magyar Geofizika* **38** (1), 25-29

- Gyulai Á., Ormos T. 1997.b: Újabb eredmények a VESZ adatok 1.5-D inverziós kiértékelésében. *Magyar Geofizika* **38** (4), 257-264
- Hering A., Misiék R., Gyulai Á., Ormos T., Dobróka M. and Dresen L. 1995: A joint inversion algorithm to process geoelectric and surface wave seismic data. *Geophysical Prospecting* **43**, 135-156
- Inman J.R. 1975. Resistivity inversion with ridge regression. *Geophysics* **40**, 798-817
- Kis M. 1993: Szeizmikus és geoelektromos adatrendszerek joint inverziója. Ifjú Geofizikusok Ankétja, Csopak, 1993. április 20-21.
- Kis M. 1994: Refrakciós időadatok és felületi Love-hullám diszperziós adatok együttes inverziója. Diplomaterv.
- Kis M., Amran A. 1995: Refrakciós időadatok, felületi hullám diszperziós adatok és egyenáramú geoelektromos adatok joint inverziója. *Magyar Geofizika* **36** (4), 289-296
- Kis M., Dobróka M., Amran A.: Joint inversion of geoelectric, refraction- and surface wave seismic data. EAEG 57. International Conference, Glasgow, 29th May-3rd June 1995
- Kis M. 1996: Geofizikai adatok globális optimalizációja a Simulated Annealing módszer alkalmazásával. *Magyar Geofizika* **37**, 170-181
- Koefoed O. 1979: *Geosounding Principles 1. Resistivity Sounding Measurements*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam-Oxford-New York
- Lines L., Treitel S. 1984: Tutorial: A review of least squares inversion and its application to geophysical problem. *Geophysical Prospecting* **32**, 159-186
- Lines L., Schultz A.K., Treitel S. 1987: Cooperative inversion of geophysical data. 57th SEG Meeting, New Orleans, Expanded Abstracts, 814-816
- Menke W. 1984: *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press Inc.
- Meskó A. 1989. *Bevezetés a geofizikába*. Tankönyvkiadó, Budapest
- Metropolis N., Rosenbluth M.N., Teller A.H. and Teller E. 1953: Equation of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Phys.* **21**, 1087-1092
- Militzer H., Weber F. 1987: *Angewandte Geophysik. Band3: Seismik*. Akademie-Verlag Berlin
- Misiék R., Liebig A., Gyulai Á., Ormos T., Dobróka M. and Dresen L. 1997: A joint inversion algorithm to process geoelectric and surface wave seismic data. Part II: applications. *Geophysical Prospecting* **45**, 65-86

-
- Ormos T., Gyulai Á., Kis M., Dobróka M., Dresen L. 1998: A new approach for the investigation of 2D structures, method development and case history. 60th EAEG Meeting, Leipzig, 8-12 June 1998
- Pilant W.L., Knopoff L. 1970: Inversion of phase and group slowness dispersion. *Journal of Geoph. Research* **75**, 2135-2136
- Rothman D.H. 1985: Nonlinear inversion, statistical mechanics, and residual static estimation. *Geophysics* **50**, 2784-2796
- Rothman D.H. 1986: Automatic estimation of large residual statics corrections. *Geophysics* **51**, 332-346
- Salát P., Tarcsai Gy., Cserepes L., Vermes M., Drahos D. 1982: A geofizikai interpretáció információs-statisztikus módszerei. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Scales J.A., Gerztenkorn A., Treitel S. and Lines L.R. 1988: Robust optimization methods in geophysical inverse theory. 58th SEG meeting, Anaheim, Expanded Abstracts, 827-830
- Sen M.K. and Stoffa P.L. 1991: Nonlinear one-dimensional seismic waveform inversion using simulated annealing. *Geophysics* **56**, 1624-1638
- Sen M.K., Bhattacharya B.B. and Stoffa P.L. 1993: Nonlinear inversion of resistivity sounding data. *Geophysics* **58**, 496-507
- Sen M.K. and Stoffa P.L. 1997: *Advances in Exploration Geophysics*. Vol. 4. Global optimization methods in geophysical inversion. Elsevier Science Ltd.
- Steiner F. 1977: Geológiai ismeretek figyelembevétele gravitációs és mágneses adatrendszerek általános kvantitatív értelmezésében. *NME Közleményei, I. Sorozat, Bányászat* **23**, 185-208.
- Steiner F. (ed.) 1997: *Optimum methods in statistics*. Akadémiai kiadó, Budapest
- Takács E. 1987: *Geofizika. Geoelektromos kutatómódszerek. I. rész*. Tankönyvkiadó, Budapest
- Vozoff K., Jupp D.L.B. 1975: Joint inversion of geophysical data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* **42**, 977-991
- Zanzi L. 1990: Inversion of refracted arrivals: a few problems. *Geophysical Prospecting* **38**, 339-364
- Zeyen H., Pous J. 1993: 3-D joint inversion of magnetic and gravimetric data with a priori information. *Geophysical Journal International* **112** (2), 244-256