

MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR



**KINEMATIKAI HAJTÓPÁROK GYÁRTÁSGEOMETRIÁJÁNAK
FEJLESZTÉSE**

PhD ÉRTEKEZÉS

KÉSZÍTETTE:

Óváriné dr. Balajti Zsuzsanna
egyetemi adjunktus

SÁLYI ISTVÁN GÉPÉSZETI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA,
GÉPÉSZETI ANYAGTUDOMÁNY, GYÁRTÁSI RENDSZEREK ÉS FOLYAMATOK
ALPROGRAM

DOKTORI ISKOLAVEZETŐ:

DR. PÁCZELT ISTVÁN
az MTA rendes tagja
a műszaki tudomány doktora

TÉMAVEZETŐ:

Dr. DUDÁS ILLÉS
a műszaki tudomány doktora

MISKOLC, 2007

Tartalomjegyzék

ELŐSZÓ	3
JELÖLÉSEK JEGYZÉKE	4
1. BEVEZETÉS	7
1.1. A kutatómunka tárgya	7
1.2. A kutatások előzményei, eredményei	8
1.3. A disszertáció célja	9
2. SZAKIRODALOM ELEMZÉSE	13
2.1. A csigahajtás története	13
2.2. A térbeli hajtások fogazáselméletének fejlődése	15
2.3. Hengeres csavarfelületek	17
2.3.1. Vonalfelületű hengeres csigahajtások	17
2.3.2. Ívelt profilú csavarfelületek	18
2.3.2.1. Az ívelt profilú csigák gyártásának fejlődése	20
2.3.2.2. A tengelymetszetben körív profilú hengerescsiga gyártásgeometriája	21
2.4. Kúpos csavarfelületek	23
2.5. Szerszámfelületek	25
2.6. A téma irodalmából a disszertáció témájához illeszkedő általános következtetések	25
2.7. a kutatómunka során felhasznált matematikai eszköztár	26
2.7.1. Homogén koordináták	26
2.7.2. Interpoláció paraméteres görbével	26
2.7.2.1. Egyenletes paraméterezés	26
2.7.2.2. Húrhossz szerinti paraméterezés	26
2.7.2.3. Interpolációs görbék	27
3. ÁLLANDÓ EMELKEDÉSŰ KÚPOS ÉS HENGERES CSIGA-HAJTÁSOK ÉS MEGMUNKÁLÁSOK GYÁRTÁSGEOMETRIÁJÁNAK VIZSGÁLATÁRA KIFEJLESZTETT, VÁLTOZÓ TENGELYTÁVÚ ÚJ MATEMATIKAI MODELL	29
3.1. A kapcsolódó felületepárok burkolás révén történő meghatározása, érintkezési görbék	29
3.1.1. A tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga geometriai megadása	33
A tengelymetszetben körív alkotójú csavarfelület elemzése, egyenlete	34
3.1.3. Kúpos csavarfelületek típusai, egyenletei	39
3.2. Továbbfejlesztett, változó tengelytávú gyártás kinematikai modelljének matematikai leírása az állandó menetemelkedésű hengeres, kúpos csavarfelületek, illetve csigák és szerszámaik vizsgálatára	42
3.2.1. Az ismertett modell alkalmazási lehetőségei	49
3.2.2. Az új, közös tengelyű hengeres és kúpos csigák hajtásaik és megmunkálásaik kezelésére kifejlesztett új modell alkalmazási területének összefoglalása	64
4. SZERSZÁMFELÜLETEK GEOMETRIAI VIZSGÁLATA, MATEMATIKAI ELŐÁLLÍTÁSA, PONTOKKAL ADOTT VEZÉRGÖRBÉJÉNEK BÉZIER-GÖRBÉVEL TÖRTÉNŐ MODELLEZÉSE	68
4.1. A köszörűkorong szerszámfelületének meghatározása tengelymetszetben körív profilú csiga megmunkálása esetén	68

4.1.1.	A tengelymetszben körív profilú csiga és a megmunkáló köszörűkororn karakterisztikus görbéjének meghatározása megmunkálás közben	79
4.1.2.	Kinematikai felületek gyártásához szükséges szerszámprofilok meghatározása interpolációs görbe alkalmazásával	80
4.1.2.1.	A köszörűkorong profilra illesztett interpolációs görbe paraméterezése	80
4.1.2.2.	A köszörűkorong profil analitikus meghatározás Ferguson- spline alkalmazásával	81
4.1.2.3.	A köszörűkorong profil analitikus meghatározása Bézier- görbe alkalmazásával	81
4.2.	Az inverz (indirekt) feladat eredményei	87
5.	TÉRBELI HENGERES ÉS KÚPOS CSIGAHAJTÁSOK HORDKÉPÉNEK ELEMZÉSE, MEGHATÁROZÁSA	99
5.1.	A hordkép beállítása	99
5.2.	Lokalizált hordkép kialakítása	100
5.3.	A kapcsolódási viszonyok meghatározása a hordkép vonatkozásában	101
5.4.	Érintkezési vonalak elhelyezkedésére ható geometriai paraméterek vizsgálata tengelymetszben körív profilú csiga és csigakerék vizsgálata esetén	105
5.5.	Az új modell hasznosítása	114
6.	AZ ÉRTEKEZÉS EREDMÉNYEINEK ÖSSZEFOGALÁSA, TÉZISEK	115
7.	TOVÁBBFEJLESZTÉSI IRÁNYOK, LEHETŐSÉGEK	117
8.	SUMMARY	118
9.	IRODALOMJEGYZÉK	120
9/a.	PUBLIKÁCIÓK AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁBAN	125
M1.	melléklet	127
M2.	melléklet	146
M3.	melléklet	148

ELŐSZÓ

1989 óta a Miskolci Egyetem - korábban Nehézipari Műszaki Egyetem – Ábrázoló Geometria Tanszékén dolgozom egyetemi adjunktusként, doktoranduszként pedig a Gépgyártástechnológiai Tanszéken. E minőségben nyílt lehetőségem arra, hogy a csigahajtás terén korábban megkezdett munka [65, 77, 78] eredményeire támaszkodva áttekintsem a tématerületet és a közös jegyek alapján keressem a hiányzó részek megoldását. A disszertáció hézagpótló munka, az eddig megjelent publikációk között pótolni igyekszik egy űrt, a matematikai eszköztár felhasználásával. A dolgozat felépítése, tárgyalás módja egyszerre elméleti és gyakorlati, amely 6 fő fejezetből áll. Az irodalomjegyzék a témához kapcsolódó több mint 149 munkát és 30 db saját publikációt sorol fel.

Kutatómunkám során az eredmények megszületésében közvetve vagy közvetlenül sokan voltak a segítségemre, amelyért mindannyiukat hálás köszönet illeti.

Már hallgató koromban érdekelt a Monge-féle ábrázolás gyakorlati alkalmazásának lehetősége és a technológia kapcsolatának kutatása, amelyben nagy szerepe volt tanáromnak Dr. Szabó József egyetemi docensnek (Debreceni Kossuth Lajos Egyetem). Később a Miskolci Egyetem Ábrázoló Geometriai Tanszékén Dr. Drahos István professzor vezetésével indult a Monge-féle ábrázolás rekonstruálhatóságának biztosítása matematikai úton, korrekten történő meghatározása. Ezirányú munkámat a Gépgyártástechnológiai Tanszéken Dr. Dudás Illés professzor vezetésével a gyártásgeometriával való összekapcsolás irányában folytattam.

Kutató tevékenységem különböző fázisaiban konzultációs lehetőséggel segített több neves professzor, akiknek név szerint is köszönöm tevékenységét, így Dr. Lévai Imrének, aki állandó konzultálást biztosított számomra, valamint a Budapesti Műszaki Egyetem Gépszerkezettani Intézettel szoros együttműködés keretében Dr. Bercsey Tibor intézetigazgatónak és Dr. Horák Péter kollégának, valamint Dr. Faydor L. Litvin (Illionis Egyetem, Chicago) professzornak, mivel megjelent munkája alapvetően segítette a kutatási tevékenységemet.

Köszönet illeti doktorandusz társaim közül Dr. Bányai Károlyt, Felhő Csabát, valamint Szabados Gábort, akik a program kialakításában támogattak.

Köszönöm - Gépgyártástechnológiai Tanszéken működő - a "Magyar Tudományos Akadémia Miskolci Egyetem Gépgyártástechnológiai Tanszéki Kutatócsoport" munkatársainak a különböző programok futtatásában nyújtott segítségét.

A disszertáció témáihoz szorosan kötődtek a [146, 147, 148, 149] OTKA kutatási projektek, amelyek többek között a kutatás pénzügyi támogatását adták, és egyben részt vehettem a kutatómunkában is.

Ezúton fejezem ki köszönetemet a Sályi István Doktori Iskolának, ezen belül Dr. Páczelt István akadémikusnak az iskola vezetőjének, hogy támogatta munkámat.

Végül itt köszönöm meg családomnak a disszertáció elkészítése során nyújtott támogatásukat.

JELÖLÉSEK JEGYZÉKE

a, c	[mm]	a szerszámhoz kötött álló koordináta-rendszer O_2 origójának y és x irányú koordinátái a K_0 álló koordináta-rendszerben
a_0, a_1	[mm]	köszörűkorong, illetve a kerék, és a csiga tengelyének állandó, vagy kezdő távolsága
a_k	[mm]	köszörülési tengelytáv
\mathbf{b}		Bézier-görbe
$\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_i, \dots, \mathbf{b}_n$		a Bézier-görbe kontrollpontjai
b_1	[mm]	a csiga fogazott hossza
d_{01}	[mm]	a csiga osztóhenger átmérője
d_{02}	[mm]	a kerék osztókörének átmérője
d_{f1}, d_{a1}	[mm]	a csiga fejhenger átmérője
d_{g1}	[mm]	a csiga gördülőhenger átmérője
d_{g2}	[mm]	a kerék gördülőkörének átmérője
d_{l1}, d_{f1}	[mm]	a csiga lábhenger átmérője
F		származtató felület
$\mathbf{g}(u_i)$		interpolációs görbe
h_{f1}	[mm]	a csiga lábmagassága
h_{al}	[mm]	a csiga fejmagassága
h_{sz}	[mm]	a szerszám fejhenger és rádiusz középpontjának távolsága
$i_{2,1}$		áttétel megmunkálás elemzéséhez [$i_{2,1}=(\varphi_2/\varphi_1)$]
K	[mm]	a profilsugar középpontjának távolsága a csiga tengelyvonalától
$K_0(x_0, y_0, z_0)$		álló koordináta-rendszer, a megmunkáló szerszám gép koordináta-rendszere
$K_1(x_1, y_1, z_1)$		a lineáris mozgást végző gépasztalhoz kötött koordináta-rendszer
$K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$		a csavarfelülethez kötött forgó koordináta-rendszer
$K_2(x_2, y_2, z_2)$		a szerszámhoz kötött álló koordináta-rendszer
$K_{sz2}(x_{sz2}, y_{sz2}, z_{sz2})$		a forgástest alakú szerszám generálgörbéjének koordináta-rendszere
$K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$		a szerszámhoz kötött forgó koordináta-rendszer
$K_k(x_k, y_k, z_k)$		segéd koordináta-rendszer
$K_{sz1}(\xi, \eta, \zeta)$		a csavarfelület generálgörbéjének koordináta-rendszere
$K_{\Sigma 1}, K_{\Sigma 2}, K_{\Sigma i}, K_{\Sigma m}$		az 1-es, a 2-es, az i -edik, az m -edik felület fogfelületéhez kapcsolt koordináta-rendszer
m	[mm]	modul
$\mathbf{M}_{1F,2F}$		a K_{2F} és a K_{1F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrix
$\mathbf{M}_{2F,1F}$		a K_{1F} és a K_{2F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrix

$\mathbf{M}_{2F,20}$		a K_{20} és a K_{2F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrix
$\mathbf{n}^{(1)}$		a csavarfelület normálvektora
$\mathbf{n}^{(2)}$		a szerszámfelület, illetve a csigához kapcsolódó kérék fogfelületének a normálvektora
n_1	$[\text{min}^{-1}]$	a csiga fordulatszáma
n_2	$[\text{min}^{-1}]$	a csigakerék (spiroidkerék) fordulatszáma
\mathbf{n}_{1F}		a csavarfelület normálvektora a K_{1F} koordináta-rendszerben
\mathbf{n}_{2F}		a szerszámfelület normálvektora a K_{2F} koordináta-rendszerben
$0_0, 0_1, 0_2, 0_{1F}, 0_{2F}, 0_k$		az indexnek megfelelő koordináta-rendszerek origói
p	$[\text{mm}]$	emelkedési paraméter
p_a	$[\text{mm}]$	axiális irányú emelkedési paraméter
p_r	$[\text{mm}]$	radiális irányú emelkedési paraméter
p_t	$[\text{mm}]$	tangenciális irányú emelkedési paraméter
p_x	$[\text{mm}]$	csiga axiális osztása
p_z	$[\text{mm}]$	menetemelkedés
$\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_i, \dots, \mathbf{p}_n$		pontsor
$\mathbf{P}_{1h}, \mathbf{P}_{1k}, \mathbf{P}_{1s}, \mathbf{P}_{1a}$		a „kinematikai leképezés mátrixa”, a direkt eljárásnál (a hengeres csiga és a kúpos csiga esetén az újonnan kifejlesztett modellben)
$\mathbf{P}_{2h}, \mathbf{P}_{2k}, \mathbf{P}_{2s}, \mathbf{P}_{2a}$		a „kinematikai leképezés mátrixa”, az indirekt eljárásnál (a hengeres csiga és a kúpos csiga esetén az újonnan kifejlesztett modellben)
r_D	$[\text{mm}]$	a csiga torokkör sugara (konvolut)
\mathbf{r}_g		a csigafelület generálógörbéje
\mathbf{r}_{gsz2}		a szerszámfelület generálógörbéje
\mathbf{r}_{2F}		a szerszámfelület futópontjának helyvektora
r_a	$[\text{mm}]$	a csiga alapkör sugara
R_{sz}	$[\text{mm}]$	a szerszám sugara
S_1	$[\text{mm}]$	a csiga fogvastagsága az osztóhengeren
S_{1F}	$[\text{mm}]$	a csiga foglábvastagsága
S_{2F}	$[\text{mm}]$	a csigakerék foglábvastagsága
\mathbf{t}		érintő vektor
x_2		fajlagos szerszámállítás, profileltolás tényező
(x_1, x_2, x_3, x_4)		rendezett számnégyes, pont homogén koordinátái
u_0, u_1, \dots, u_n		paraméterek (görbe)
$\mathbf{v}_{1F}^{(1,2)}$	$[\text{m}/\text{min}^{-1}]$	a csavarfelület és a szerszám felület közötti relatív sebesség vektor a K_{1F} koordináta-rendszerben
$\mathbf{v}_{2F}^{(1,2)}$	$[\text{m}/\text{min}^{-1}]$	a csavarfelület és a szerszám felület közötti relatív sebesség vektor a K_{2F} koordináta-rendszerben
\mathbf{v}_k	$[\text{m}/\text{min}^{-1}]$	a csiga kerületi sebessége
\mathbf{v}		vándorlási sebesség vektor
Z_1		a csiga bekezdéseinek száma, fogszám

z_2		a csigakerék fogszáma
z_{ax}	[mm]	a csavarfelület axiális eltolása a megmunkálási helyzetbe
α	[°]	alkotószög - a szerszámnak a csavarfelület profiljára való döntésének szöge - a jellegzetes metszetben, pl.: evolvens csavarfelület köszörülése sík homlokfelületű koronggal
β	[°]	alkotószög a torok, illetve alaphenger sugár magasságában levő alkotósíkban (spiroidcsiga)
β_A, β_B	[°]	a csomópontok szögei
β_{AB}	[°]	a csomópontok szögeinek összege
β_j, β_b	[°]	a kúpos csiga jobb, illetve bal fogprofiljának profilszöge
γ/γ_0	[°]	a csiga osztókúpján/osztóhengerén mért közepes emelkedési szög
δ_1	[°]	a kúpos csiga fejkúpjának félkúpszöge
δ_{ax}	[°]	a profilérintő szöge
ρ_k	[mm]	a köszörűkorong tengelymetszeti profiljának sugara
ρ_{ax}	[mm]	a körívprofilú csiga fogprofiljának sugara tengelymetszetben
$\eta(\text{mm}), \vartheta(^{\circ})$		a csavarfelület belső paraméterei
φ_1	[°]	a csavarfelület elfordulásának szöge (mozgás-, burkolás paramétere)
φ_2	[°]	a szerszám elfordulási szöge
$y_{sz2}(\text{mm}), \psi(^{\circ})$		a forgástest alakú szerszámfelület belső paraméterei
ω_1	[s ⁻¹]	a csiga szögsebessége
ω_2	[s ⁻¹]	a szerszám szögsebessége
ξ, η, ζ		a szerszám K_{sz} koordináta-rendszerének tengelyei
$\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_i, \Sigma_m$		az 1-es, a 2-es, az i-edik, az m-edik felület fogfelülete

1. BEVEZETÉS

A mai technikai szinten a gyártmányok, a technológia és a gyártóeszközök tervezését a számítógéppel segített, vagy teljesen automatizált rendszerek veszik át. A mérnöki munka számítógépes segítése a legfontosabb feltétel a gyártás hatékonyságának és a termékek minőségének növelésében.

A gépipar számos területén használják a csavarfelületeket, - csigahajtópárok, mozgatóorsók, csavarszivattyúk, csavarkompresszorok, fogazószerszámok, stb. formájában - ennek megfelelően sok intézetben, vállalatnál foglalkoznak ezek tervezésével, gyártásával, minősítésével, alkalmazásával.

Sajnos mind az irodalomban fellelhető elméleti és gyakorlati problémákat tárgyaló rész elkülönülése, mind a technikai adottságok különbözősége miatt nem tervezik, nem gyártják mindenütt - geometriai szempontból - helyesen a csavarfelületeket, vagy nem feltétlenül a legjobb megoldást választják.

Az 1970-es években, a Diósgyőri Gépgyárban (DIGÉP) jelentős csigahajtómű fejlesztési munka folyt, melynek eredményeként az ívelt profilú csigahajtás továbbfejlesztése látszott célszerűnek [57].

E tématerületen - a gyártásfejlesztés, a hajtópárok geometriai és a hajtómű teljes ellenőrzése és minősítése, valamint a szerszámozás terén végzett kutatások eredményeit [39, 50] a disszertációhoz felhasználhattam.

A kedvező hidrodinamikai viszonyokkal rendelkező korszerű nagy teherbírású és jó hatásfokú hajtópárokkal a hajtóművekben fellépő energiavesztéseket jelentősen lehet csökkenteni. A teljesítményvesztés szempontjából nem közömbös ugyanis - és ez valamennyi hajtástípusra érvényes -, hogy a lehetséges fogazatgeometriai jellemzők közül azok kerüljenek alkalmazásra, melyek kedvező kapcsolódási viszonyokat eredményeznek.

Az irodalomra és az e területen végzett saját kutatómunkám eredményeire építve a **jelen dolgozat témája a műszaki gyakorlatban sokcélúan felhasználható különböző típusú csavarfelületek gyártásgeometriai problémáinak – egzakt matematikai megoldással – történő tárgyalása, a megvalósítás egységes koncepciójának kidolgozása, a geometriailag szabatos tervezés, gyártás és ellenőrzés érdekében.**

E sokrétűen felhasználható, felületgeometriai szempontból helyes tervezéséhez, gyártásához olyan kinematikai modellt célszerű megfogalmazni, amely alapul szolgálhat a kutatási témához kapcsolódó CAD/CAM/CAQ/CIM rendszerek kialakításához.

1.1. A kutatómunka tárgya

A hengeres és kúpos csigahajtások gyártásgeometriájának újszerű leírása. A gyakorlatban vannak közelítő megoldások, de a gyártási pontosság növelése érdekében ezen eljárások bővítésére irányul a munkám, hiszen erre a tudomány és a technika fejlődése egyben lehetőséget is ad és igényt is támaszt.

- 1) A hagyományos menetkőszőrű gépek változó tengelytáv mellett nem képesek dolgozni, így az állandó szögsebesség a változó kerületi sebesség többek között profiltorzulást okoznak, valamint a nagyobb nyílásszögű kúpos felületek megmunkálására sem alkalmasak. Ezért indokolt a változó tengelytávval való megmunkálással foglalkozni. A disszertációban egy állandó emelkedésű hengeres és kúpos csavarfelületek geometriailag helyes megmunkálásához szükséges elmélet, azaz a hengeres, és a kúpos csavarfelületek, és a hozzájuk szükséges szerszámok gyártásgeometriájának kezelésére alkalmas **új kinematikai modellt kifejlesztése készült el** változó technológiai tengelytáv esetén. Az új kinematikai modellben a

korábbiaktól eltérően az a technológiai tengelytáv gyártás közben változhat úgy, hogy a kúpos és a hengeres csavarfelület közös tengelyen vannak értelmezve. Ezen modell felfogás egy új CNC gép létezését feltételezi (szabadalmaztatása folyamatban van), amellyel változó tengelytáv ($a_1 = a_0 \pm p \cdot \phi_1$) esetén a geometriailag helyes gyártás lehetséges.

- 2) Az edzett csigák gyártásához szükséges köszörűkorong profil meghatározása – ezidáig a hagyományos eljárással – pontonként történt, vagyis az adott, nagy számítás igényű numerikus módszerrel megtalált pontokat használták. Így **a korongprofil pontossága a számított pontok sűrűségétől is függ**, hiszen a CNC körív interpoláció esetében az illeszkedő körívek meghatározásához például a körívek kezdő és végpontjai a numerikus módszer által talált pontok szerint lettek meghatározva. **A számított pontokra illesztett interpolációs görbével tervezhetővé tehetőek** az illeszkedő körívek kezdő és végpontjai az interpolációs görbe görbületétől, azaz a másodrendű derivált függvényről függően. További analitikus módszerek kifejlesztésére ad lehetőséget **a CNC körív interpoláció esetében**, ha a körívek végpontjai nem a numerikus módszertől függően megtalált pontoktól függenek, hanem a pontok interpolációs görbéjének egyenletéből kiszámítható görbületi sugárnak megfelelően határolhatók be. **Az explicit formában meghatározott matematikai függvény segít a kívánt sűrűségű pontsor alkalmazásával a gyártási pontosság javításában.**
- 3) Az új kinematikai modellben a direkt eljárás folyamatában **a hengeres csigák megmunkálása esetén a köszörűkorong kopásból adódó változó tengelytáv, egyben a korongprofil utánszabályozása miatt változatlan profil figyelembevételével a karakterisztikus görbe-változások vizsgálatának módszere**, amely alapjául szolgálhat az alámetszés és az elhordás elkerülésének.
- 4) Az új kinematikai modellben az indirekt eljárás folyamatában **a hagyományos gyártás során a csigáról lefejtett korong felületének, illetve az azzal köszörült, tengelymetszetben ívelt profilú csiga felületének meghatározásához szükséges matematikai eljárás kimunkálása**, mely az elméleti csavarfelülettel történő összevetésre, a koronglefejtés paramétereinek optimalására ad alapot. Az eljárás alapjául szolgál a csigaprofil torzulás elkerülése érdekében végzendő korongszabályozás beállításának meghatározásához.
- 5) **Hordkép lokalizálás** és geometriai paraméterek kapcsolatának feltárása.

1.2. A kutatások előzményei

- *Dudás Illés 1972, 1982, 1991 disszertációi, valamint az alábbi kutatási munkák, projektek:*
 - "Fogazott hajtópárok és hajtások optimalása, kapcsolódás elméletének és tribológiájának továbbfejlesztése " OTKA - Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok - T 000655 BME-ME, (Témavezető: **Bercsey T., Dudás I.**, A kutatás időtartama: 1991-94.
A teherbírás és a veszteség szempontjából optimális fogazatok tervezése témában a BME Gépszerkezettani Intézet és a csavarfelületű fogazott elemek gyártásgeometriájának, megmunkálásának és ellenőrzésének kidolgozására a ME Gépgyártástechnológiai Tanszéke közös kutatást végzett.
 - "Optimális kapcsolódás kialakulásának feltételrendszere" OTKA - Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok - T 019093. A kutatás időtartama: 1996-99. (Témavezető: **Dudás I.**)
 - "Gépipari technológiák komplex analízise, különös tekintettel a bonyolult geometriai alakzatok gyártásgeometriájára és a számítógéppel segített gyártástechnológia kutatási

területeire", MTA ME Gépgyártástechnológiai Kutatócsoport. A kutatás időtartama: 1996-98. (Témavezető: **Dudás I.**)

- "3D-s mérési rendszer kifejlesztése CCD kamerák használatával", Japán-Magyar közös kutatási projekt, Monbusho támogatás. A kutatás időtartama: 1995-97. (Témavezető: **Dudás I.**)
- "CCD kamerás mérési rendszerek kifejlesztése a gépipari minőségbiztosítás területén" OTKA - Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok - 026566. A kutatás időtartama: 1998-2001. (Témavezető: **Dudás I.**)
- "Új geometriájú spiróid hajtások kutatása, gyártásgeometria kidolgozása." OTKA - Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok - T038288. A kutatás időtartama: 2001-2005. (Témavezető: **Dudás I.**)
- „A gyártásgeometria és a kapcsolódás jellemzőinek komplex vizsgálata korszerű csigahajtások esetében” OTKA K 63377. A kutatás időtartama: 2006-2008. (Témavezető: **Dudás I.**)

1.3. A disszertáció célja

A korábbiaktól eltérően a csigahajtások, és gyártásuk vizsgálatára olyan új kinematikai modell kimunkálása, ahol a technológiai tengelytáv gyártás közben változhat úgy, hogy a kúpos és hengeres csavarfelületek egy közös tengelyen legyenek értelmezve. Az új kinematikai modell felhasználásával a gyártáshoz szükséges matematikai vizsgálatok módszereinek kimunkálása.

– *Az alábbi feladatok megoldását tűztem ki célul:*

- 1) Állandó emelkedésű csavarfelületek geometriailag helyes megmunkálásához szükséges elmélet kidolgozását, azaz a hengeres, és a kúpos csavarfelületek, és a hozzájuk szükséges szerszámok gyártásgeometriájának kezelésére alkalmas **matematikai modell kifejlesztését egy új kinematika esetére ($a_1 = a_0 \pm p \cdot \varphi_1$ változó technológiai tengelytáv esetén).**
- 2) **A geometriailag egzaktan meghatározott szerszámprofil gyártásának pontosságra vonatkozó hatásvizsgálatát újszerű matematikai alapokra helyezését.** A numerikus úton számított pontokkal meghatározott szerszámprofil (köszörűkorong) – a korábbiaktól eltérően - **egy explicit formájú függvénnyel történő meghatározását azért, hogy a CNC körívinterpolációhoz a pontsűrűség megválasztása kedvezővé tehető legyen.**
- 3) Az alámetszést és elhordást elkerülő egzakt gyártáshoz vizsgálat módszerének kidolgozása **a direkt eljárás során** a kopás következtében **a szerszám változó átmérője hatásának figyelembevételével.**
- 4) Az **indirekt** eljárás során a csigáról lefejtett korong felületének, illetve az azzal köszörült, tengelymetszetben ívelt profilú csiga felületének meghatározása, mely összevetve az elméleti csavarfelülettel, a koronglefejtés paramétereinek optimalására ad alapot. Olyan eljárás kimunkálása, mely alkalmas a **csigaprofil torzulás** elkerülése érdekében végzendő **korongszabályozás** beállításának meghatározásához.
- 5) Regressziós fogfelületek numerikus számítással kapott, a hordkép elhelyezkedését meghatározó pontjainak geometriai vizsgálata. A pontokkal **adott hordkép határoló görbéinek matematikai modellezése.** Jellegzetes görbék (érintkezési görbék) vizsgálata különböző geometriai paraméterértékek esetén. Érintkezési görbék esetében az elhelyezkedés meghatározása, vizsgálata az előírt kapcsolódási feltételek alapján. A **hordkép lokalizáláshoz** vizsgálati módszer kidolgozása.

– *A kitűzött feladatok megoldásának módszere*

A hengeres és kúpos csavarfelületek és szerszámaik geometriájának vizsgálatára a Dudás-féle [50] összevont általános matematikai modell (HeliMAT) ismeretében egy új kinematikai modell került kifejlesztésre, amely alkalmas a hengeres és kúpos csigahajtások, és megmunkálásuk egy matematikai modellben való kezelésére a hengeres és kúpos csigák azonos tengelyvonala esetén. A kinematikai modell kimunkálására alkalmazott matematikai eszközök, úgy, mint a homogén koordinátájú pontok transzformációs mátrixainak műveletei - mátrix-mátrix, mátrix-vektor szorzások – eredményének ellenőrzése a DERIVE szoftverrel történt.

Mindezek ismeretében olyan matematikai megoldások keresése vált lehetővé, amelyek révén a kitűzött célok matematikai vonatkozásban egzakt módon kezelhetők.

A célkitűzések eléréséhez készült egy áttekinthető táblázat, amely a különféle, a gyakorlatban kinematikai és szerszámfelületként leggyakrabban használt állandó emelkedésű hengeres és kúpos osztófelületű csavarfelületeket foglalja össze. A táblázatból látható az is, hogy az állandó emelkedésű hengeres és kúpos csavarfelületek átfogják a gyakorlatban előforduló felület típusok jelentős részét. Ezen csavarfelületek alkalmazását tekintve:

- *A kötőmenetek* általában a gépelemek összekapcsolására, rögzítésére szolgálnak. A gyártásgeometria szempontjából ezek a csavarfelületek kevésbé igényesek, így e helyen nem foglalkozunk velük.
- *A kinematikai* elemek működő felületei hengeres-, kúpos-csigákon (spiroid csigák) emelő-, szállítóelemeken, golyósorsókon, stb. helyezkednek el. A kúpos csavarfelületeket az ISO nem tartalmazza, ezért az elnevezések, típusokba való sorolás egyéninek tekinthető [41], amely azonban a későbbi szabványosításnál figyelembe vehető.
- *A szerszámfelületek*, szerszámok forgácsoló fő- és mellékfelületei, amelyek lefejtő-, tárcsa-, ill. alakmarók, menetmegmunkáló szerszámok és köszörűkorongok felületeiként, stb. szolgálnak.

A szerszámprofil (köszörűkorong) matematikai leírása a diszkrét ponthalmazra illesztett interpolációs görbékkel számos megoldási lehetőséget kínál aszerint, hogy milyen más információk ismertek még a görbe létrehozásához. Ilyen adat lehet: az érintőirány - az érintővektor - a simuló kör, stb. . A feladatnak végtelen sok megoldása létezik, és nincs egyetlen sem, amelyik minden szempontnak megfelel, ezért a feladat az optimális megoldás megkeresése. Fontos szempont a **folytonosság**, mely nem csupán vizuális folytonosság, hanem geometriai folytonosság kell, hogy legyen, valamint a lehető legegyszerűbb, **minél kisebb fokszámú explicit** forma.

A direkt eljárás során a tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga köszörűkoronggal történő megmunkálásának kopásából adódó változó korongátmérő, azaz változó tengelytáv, a korong utánszabályozása miatt változatlan profillal történő karakterisztikus görbék meghatározására készült számítógépes program az alámetszés vizsgálatához ad alapot.

Az indirekt eljárás folyamatában az alakos korongprofilnak a **Dudás-féle** mechanikus lefejtő-szabályozókészülékkel történő korongszabályozás és az azzal történő csiga megmunkálás matematikai elvének kidolgozása alapján számítógépes programmal a korongprofil elemzése és az azzal megmunkált csigaprofil meghatározása.

Új geometriai eljárás a hordkép határoló görbéinek analitikai meghatározására egy-egy interpolációs görbével, a vizsgálatok és a gyártás egzaktabbá tételének elősegítésére.

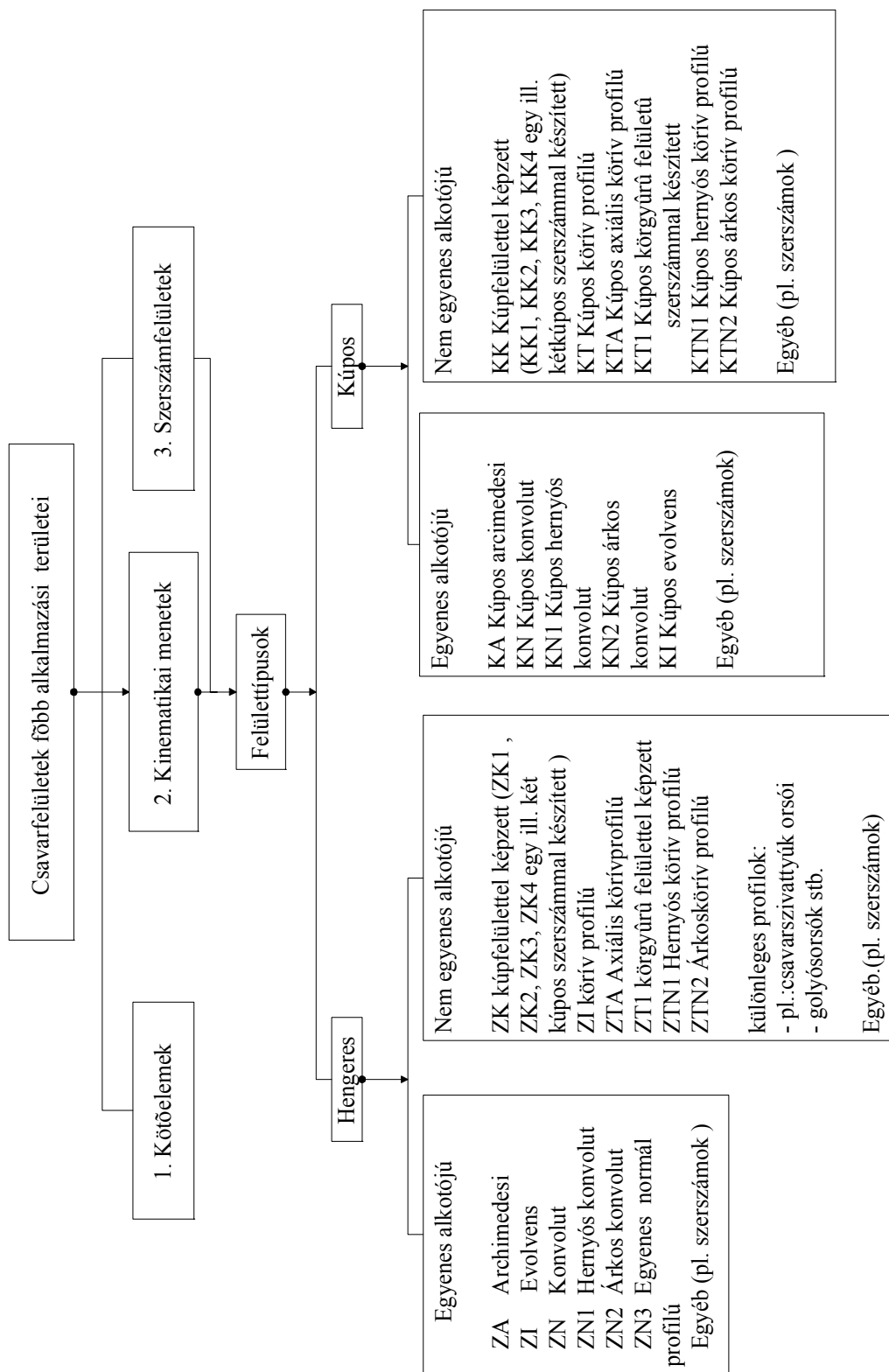
A program, a bemenetként átadott adatokból kiszámolja az eljárás megkezdéséhez szükséges implicit formájú egyenletrendszert, mellyel meghatározásra kerül az érintkezési pontok halmaza. Az eredményül előállt ponthalmazt egy-egy érintkezési görbe sorbarendezett pontjainak sorbarendezett csoportjává alakítja. Meghatározásra kerül az érintkezési csomópontok helyzete és nyílásszöge, a hordképet meghatározó úgynevezett szélső pontsorra

illeszkedő Bézier-görbe egyenlete, valamint a területarányok vizsgálata is megtörténik. Végül az eredmények kiírásával, a változatok értékelése, majd az optimum megkeresésével zárul a folyamat.

Várható eredmények

- új kinematikai modell,
- szerszámprofilok explicit formában történő meghatározása,
- megmunkálás esetén változó tengelytávból adódó különböző karakterisztikák meghatározása,
- ívelt csigaprofil meghatározása visszafejtéssel,
- hordkép lokalizálás, érintkező felületek elemzése.

A tervezés során a **Gohman, H. I.** illetve **Litvin, F. L.** által továbbfejlesztett fogazásgeometriai, kapcsolódáselméleti eredményeket felhasználva differenciálgeometriai, a koordináta-rendszerek transzformációjához koordináta geometriai eljárásokat alkalmazásával jól algoritmizálhatók a csavarfelületek gyártásgeometriai problémái is.



1.1. ábra
Csavarfelületek főbb alkalmazási területei az új kinematikai modell kialakításához

2. SZAKIRODALOM ELEMZÉSE

2.1. A csigahajtás története

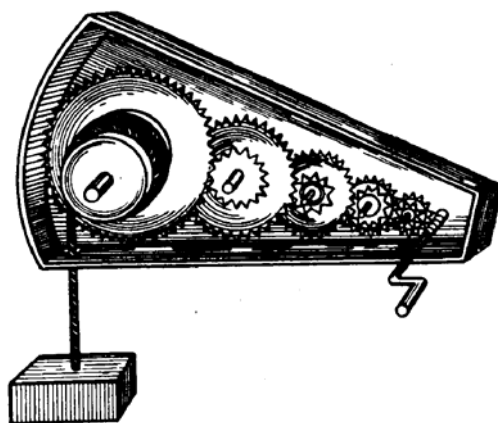
Az első pun háború első évében (i.e. 264-ben) került Szirakuza trónjára II. Hieron és i.e. 261-ben szövetséget kötött Rómával. E szövetséget haláláig, i.e. 214-ig híven és következetesen megtartotta.

Hieron bölcsen tudta azt is, hogy hiába van „hű” szövetségese, csupán saját erejében bízhat, és ezért lázas „flottaépítési programba” kezdett, amelynek keretében egy eddig még soha nem látott méretű hadihajót épített.

H. W. Van Loon „A hajózás története” (*The Ships*) című műve szerint az akkori hajók átlagban 20-30 tonnásak voltak, és így valószínűleg Hieron óriáshajója sem lehetett 40-50 tonnánál nagyobb.

Akkoriban a hajóépítők igen nehezen birkóztak meg a feladattal, főleg amikor a hajó elkészült és a szárazdokkból vízre kellett bocsátani. Hieron Archimedeshez fordult segítségért.

Archimedes Hieron felkérésének eleget téve egy titokzatos emelőgépet készített, amellyel néhány rabszolga a vízrebocsátást könnyedén elvégezte.



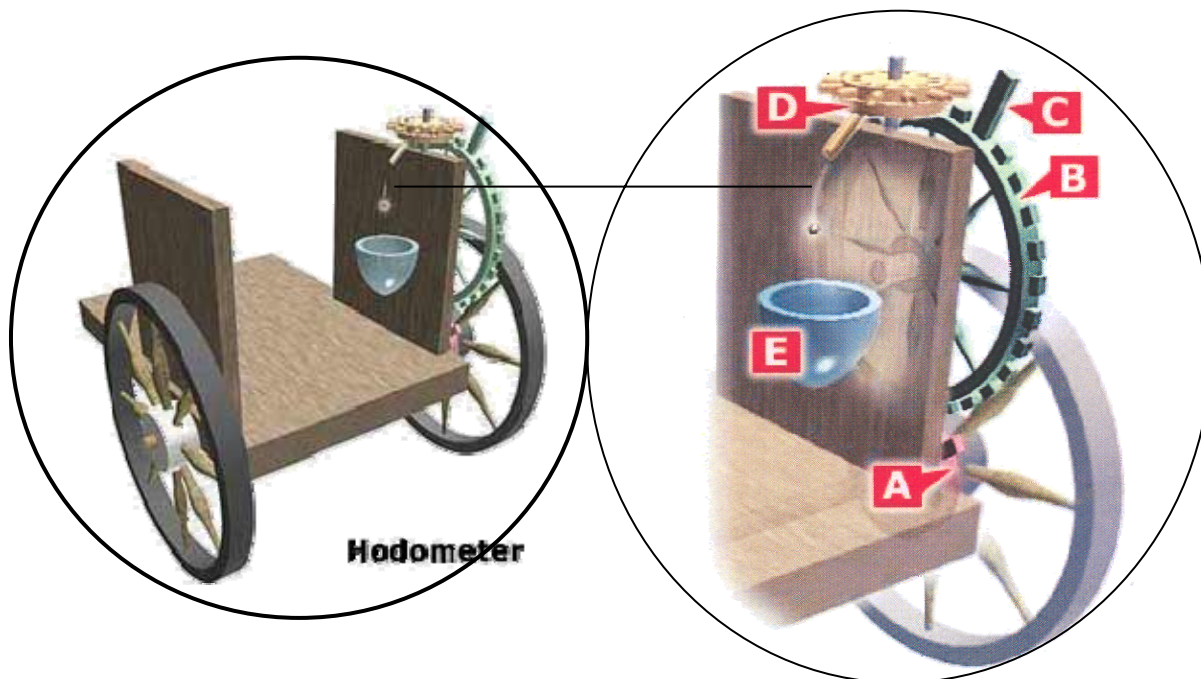
2.1. ábra
Archimedes barulkonja (Reuleaux)

Archimedes ekkor tette Hieronnak azt a világhírűvé vált kijelentését: „Adjatok nekem egy biztos pontot és kiemelem sarkaiból a világot!”.

Az i.u. 3. évszázadban alexandriai Pappus nagy gyűjteményes munkát írt, amelynek 8. könyvében részletesen leírta a négy homlokkerékpárból és egy csiga-csigakerékpárból álló barulkont, mint Archimedes találmányát.

A következő szerző, aki a csigahajtásról hírt ad, Vitruvius római építész, aki „De Architectura” című könyvében, amely i. e. 30-16 évvel jelent meg, leírja a „hodometer”-t, amely a római bérkocsikra volt felszerelve és minden megtett mérföldnyi út után egy kis golyót ejtett le egy fiókba. Az út végén csak meg kellett számolni a golyókat és eszerint fizetni a viteldíjat, amivel ez az ókori „taxameter” minden vitát lehetetlenné tett. (2.2. ábra)

Vitruvius ma is meglevő eredeti írása szerint ugyanis a kocsí tengelyére szerelt egyetlen fog (ütőfog) egy több fogú homlokkerékkel kapcsolódik, hogy az áttétel nagy legyen.



2.2. ábra

A hodometer elképzelt formája [149],

ahol: A: tengelyre szerelt ütőfog; B: fogaskerék; C: ütőfog; D: mérőkerék; E: tartály

Az első eredeti jelentős és műszaki szempontból értelmezhető csigahajtás-rajzok Leonardo da Vinci (1452-1519) ezernyi vázlata és jegyzete között maradtak az utókorra. Vázlatai között csigakerekek és csigák, sőt meglepő módon még globoid csiga is szerepel.

Azt lehet mondani, hogy **Archimedes óta egyetlen tudós sem foglalkozott a csigahajtással**, de még olyan technikus is keveset, aki tudományosan többé-kevésbé képzett volt és az általános eredményeket e speciális területen alkalmazta, vagy legalábbis ezt megkísérelte volna.

Erre Archimedes óta évezredekig nem is volt szükség a villamos motor elterjedéséig.

A csigahajtás méretezésével csak akkor kezdtek elméleti alapon is foglalkozni - főleg Bach és Striebeck -, amikor villamosmotorokkal kellett volna közvetlenül hajtani. Az egyenesfogú homlokkerekek méretezése ez idő tájt ott tartott, hogy hajlításra méretezték a fogait úgy, ahogy azt először *Tredgold* angol mérnök javasolta (1882), vagyis a $P = kbt$ formulával, ahol k az összes „tapasztalati tényezők” sommás foglalata volt.

Matematikában és geometriában járatos technikusok megkísérelték kidolgozni a csiga geometriáját. A módszer azonban, ahogy ezt kidolgozták, tisztán geometrikus volt.

A geometrikus szemlélet mind a mai napig érvényben van, amelyet a fogazótechnikushoz illőbb funkcionális szemlélet még nem váltott fel. Szeniczai Lajos [133] munkájában éppen az az új gondolat, hogy a csigahajtások geometriáját az utóbbi szempontból vizsgálja, tekintet nélkül arra, hogy a csiga bármilyen metszetében evolvens profilú-e avagy nem. Wildhaber elmélete, mint egyeduralgó geometrikus szemlélet különösen a német szaktudományt erősen foglalkoztatta, mert úgy képzelték, hogy az evolvens csiga, éppen azért, mert geometriája a ferdefogú fogaskerékével azonos, meg fogja hozni a csigahajtás problémájának teljes megoldását. Így pusztán ez az evolvens praktikum több évtizeden keresztül

foglalkoztatta a német technikusokat annyira, hogy ez idő alatt minden más irányú kutatással felhagytak, és például a globoid csigahajtást teljességgel elhanyagolták.

Az első globoid csigahajtást Buckingham szerint az angol *Hindley* készítette 1765-ben. Amerikában először 1873-ban *Hughes* és *Philips*, Franciaországban 1884-ben *Crozef-Fourneyron* készítettek globoid hajtóművet. Az egyenes fogfelületű hengeres kerékkel kapcsolódó globoid csigát *Wildhaber* használta először 1922-ben műszerskálák pontos mozgatására. Később e Wildhaber-féle hajtóműveket nagyobb terhelésekre is kidolgozták. Litvin az egyik munkájában megjelenti a fogaskerekek történetének jelentősebb eseményeit, személyiségeit.

Az előző hagyományok és a különböző tudományok fejlődése azt eredményezte, hogy **Európában, így Angliában, Németországban, Oroszországban** és köztük **Magyarországon** is elsősorban a **hengeres csigahajtás** terjedt el.

A **globoid csigahajtás** elsősorban az **USA-ban** és a **volt Szovjetunióban** terjedt el, de természetesen **Németországban** és **Magyarországon** is foglalkoznak vele.

A különleges csigahajtások kategóriába tartozik a spiroid csigahajtás, amely **Amerikában** lett szabadalmaztatva, de sikereket értek el vele **Oroszországban, Németországban, Bulgáriában** és **Magyarországon** is.

A történelmi áttekintés után megállapítható, hogy a csigahajtás jelentős mértékű fejlesztése elsősorban a XIX. század végére, illetve a XX. századra esik. Ennek a fejlesztésnek irodalmi áttekintését és lényeges lépéseit a 2.2., 2.3., 2.4. fejezet tartalmazza.

2.2. A térbeli hajtások fogazáselméletének fejlődése

A síkbeli fogaskerekek, illetve fogazás elméletének kutatása, az eredmények rendszerezése évtizedekig - néhány területen évszázadokig - tartott. Az első munkákat a fogazott mechanizmusok elméletének két fő területéről, a fogazott elemek kapcsolódási viszonyairól és ezek gyártásgeometriájáról a XIX. század közepén jelentették meg pl. [74, 112]. A francia **Olivier** - kinek kutatásai ezen a területen hosszú ideig egyedülállóak voltak - az 1842-ben megjelent művében **még szétválasztotta a fogfelület kapcsolódási elméletét az analitikus és számítási módszerektől. Az ő értelmezése szerint "a fogkapcsolódás kérdése teljes egészében az ábrázoló geometriához tartozik"**. Ezzel szemben az orosz Gohman úgy ítélte meg, hogy "a fogazáselmélet a matematikai tudományág egy különleges része", ahol a kutatónak - ellentétben a matematika más területeivel - szinte "tapogatózva kell haladnia minden egyes lépésnél újabb támpontot keresve".

Függetlenül attól, hogy bizonyos értelemben a két tudós megállapításai túl általánosak voltak, a mai térbeli fogazáselmélet alapjainak megteremtésében vitathatatlanok érdemeik. A térbeli fogazáselmélet alapjait a francia geométer, **T. Olivier** [112] és az előzőekben említett **H. I. Gohman** [74] orosz tudós fektették le munkáikban.

Gohman volt az első, aki a térbeli felületkapcsolódás vizsgálatára az analitikus modellt, a burkolófelületek leírásának matematikai módszerét kidolgozta.

A fogazáselmélet a differenciálgeometria, gyártás, tervezés, mérés technika és a számítógépes módszerek tudományos területeit ötvözi. A fogaskerék technológia fejlesztésével és a számítógépek fogazásban való alkalmazásával, a kutatók a fogazás modern elméletére módosították azt és kiterjesztették annak módszertanát és ipari alkalmazását.

Mára a fogazáselmélet önálló tudományterületté fejlődött. Közvetlenül a századforduló után megjelenő publikációk közül pl. **Distelli** [28], **Stübler** [130], **Altmann** [2], **Crain** [25] munkáit kell megemlíteni, **akik értékes eredményeket értek el az ábrázoló geometria eszközeinek felhasználásával** és ezzel a fogazáselmélet fejlődéséhez jelentősen hozzájárultak.

A vektor-csavar fogalmát **R. Ball** írja le először 1900-ban, **Distelli** az elsők egyike volt, aki az általános csavarmozgást használta kitérő tengelyvonalú fogaskerékpárok fogfelületeinek leírására 1904-ben megjelent munkájában. A hajtáscsavar illetve csavaraxoidok megfogalmazása lehetővé tette az egymáshoz rendelt vonal mentén érintkező fogfelületek gyártásának egyszerű, világos megfogalmazását. Munkájában egyenes vonalú felületekkel foglalkozott [28], amelyek geometriai szempontból a legegyszerűbbek.

Willis, Buckingham, Wildhaber és **Dudley** [68] nemzetközileg is jól ismert nevek ezen a szakterületen. Willis 1841-ben határozta meg a síkgörbék érintkezésének törvényét.

Distelli [28] munkájának általánosításán keresztül sikerült Wildhabernek az elméletet a gyakorlattal összekötnie, lényegében a kinematikai módszer alkalmazása révén továbbfejlesztette a kapcsolódás elméletét. Az ő megállapításait **Capelle** [24] kutatási eredményei kiegészítették és tökéletesítették.

Matematikai módszerek alkalmazásával számtalan kutató mindenekelőtt azt a kérdést vizsgálta, hogy - adott tengelyvonalak és adott szögsebességviszony esetében - egy adott fogfelülethez kapcsolódó felületet matematikailag hogyan lehet meghatározni. Ezeknek a komplikált egyenleteknek a felírása és analitikus ill. numerikus vizsgálata gyakran nehézségekbe ütközött. A zárt burkolófelületekkel megadott felületek területén jelentős kutatásokat végzett pl. **Hoschek** [80]. **Müller** talált alkalmas egyéni módszert a **Grüss** által meghatározott eredményekre építve, elsősorban - síkbeli fogazatok burkoló görbéjének meghatározásához. Ő azonban a matematikai összefüggéseket a térbeli hajtásoknak csupán egyes fajtáira tudta felhasználni.

A kifejlesztett analitikus és geometriai eljárásokat még ma is felhasználják térbeli fogaskerékpár hajtások vizsgálatánál. A kapcsolódás elméleti kérdéseivel foglalkozó kutatók számára mind nyilvánvalóbbá vált, hogy a **kapcsolódási viszonyok vizsgálata az úgynevezett kinematikai módszerrel leegyszerűsíthető.** Ennek alapján - pl.: **Litvin** és a szovjet fogazáselméleti iskola más kiváló képviselői **Kolchin** [84], **Krivenko** [86], dolgoztak ki alkalmas és hatékony módszereket a kapcsolódási egyenletek és érintkezési kritériumok, a görbületi viszonyok és az interferencia-jelenségek meghatározására.

A felsorolt kutatókon kívül feltétlenül meg kell említeni **Bär** [3], **Ortleb** [113], **Wittig** [143], **Jauch** csavarfelületekről szóló munkáit, **Dysont**, aki az általános fogazáselmélettel, valamint **Zalgallert** [144], aki a burkolófelületek elméletével, **Buckinghamot** [23], aki az evolvens csigahajtással foglalkozott.

A gyártásgeometriai kutatások - azaz a megmunkálások gyártástechnológiai kinematikai feldolgozása, rendszerezése és analízise - az utóbbi évtizedekben újabb jelentős impulzusokat kapott. Az alapkérdéseket **Weinhold** [139], **Kienzle**, **Perepelica** világították meg.

A magyar kutatók közül ezen a területen **Szeniczei L.** [133], **Tajnafői J.** [153], **Magyar J.** [103], **Draho I.** [29-35], **Lévai I.** [88-90], **Bercsey T.** [13-18], **Drobni J.** [36-38], **Dudás I.** [39, 43] és **Dudás L.** [68] értek el kiváló eredményeket.

Szeniczei volt az elsők egyike, aki - anélkül, hogy a fogalmat meghatározta volna, a "konjugált felületek" (kapcsolódó, egymást kölcsönösen burkoló felületek) gondolatát felvetette [133]. Magyar J. [103] megvilágította - a vonatkozó külföldi irodalmat megelőzve - csavarfelületű elemeknél a kapcsolódási problémákat. **Tajnafői J.** meghatározta és rendszerezte a fogazás egységes technológiai elméletének az alapjait, a szerszámgépek mozgásleképzési tulajdonságainak elveit [135].

Draho I. különböző szerszámgeometriák, csavarfelületek vizsgálatával és különösen a hypoid kúpkerék geometriai alapjai, valamint a gyártásgeometria analízisének eredményeivel járult hozzá e terület gazdagításához. **Lévai I.** a térbeli hajtások számtalan problémájával foglalkozott. Ő vizsgálta többek között a fogazáselméletet a vonalfelületű, kitérő tengelyű hajtópárok esetén, melyek változó mozgást végeznek. Foglalkozott továbbá a hipoid hajtások tervezésének alapvető kérdéseivel [88-90].

Bercsey T. a kinematikai módszer alkalmazását és egyrészt az egyenes fogfelületű globoidcsiga és egy hiperbolikus kerék kapcsolódási viszonyát elemezte a kinematikai módszer felhasználásával, másrészt a toroid hajtásokat vizsgálta. A módszer alkalmazhatóságát bizonyította be ezen hajtásoknál és így lehetővé tette, hogy más térbeli hajtások kapcsolódási viszonyait [13] hasonló módon elemezzék.

Az evolvens fogazaton alapuló csigahajtópárok változataként Németországban **Bilz** kifejlesztette a hengeres kerekű globoid csigahajtópárok családjába tartozó "TU-ME" globoid hajtást [19], amelynek elméleti vizsgálatát Drahos I. [35] végezte el.

A globoid csigahajtásokkal **Drobni J.** foglalkozott kandidátusi disszertációjában [37], aki köszörülhető globoid csigahajtást dolgozott ki. E területhez kapcsolódik **Siposs I.** [128] munkája, valamint **Dudás L.** Újszerű köszörűgép konstrukciója [67].

Dudás Illés a tengelymetszetben **körív profilú csigát**, valamint a **spiroidhajtást** dolgozta ki, és szabadalmaztatta a gyártási eljárást és annak elméletét.

Dudás Illés a ZTA típusú csigahajtás és a spiroid hajtások elemei gyártásgeometriai problémáinak tisztázásával foglalkozott több publikációjában. A csigahajtópárok fogazatkapcsolódásának számítógépes modellezése, és a spiroid hajtópárok optimalizálása terén [61] az irányításával folyó kutatásokról rangos nemzetközi konferenciákon számolt be. A csigahajtópárok kapcsolódásméletét és gyártásgeometriáját kiemelkedő részletességgel összefoglaló, angol nyelven megjelent könyve [41] nemzetközi szinten is kimagasló értéket képvisel.

Dudás Illés a tengelymetszetben körívprofilú csigahajtópárok hordképlokalizációjával is foglalkozott.

A hordképlokalizáció célja, hogy a pillanatnyi érintkezési vonalak minél nagyobb mértékben a tribológiai viszonyok szempontjából kedvező tartományba essenek, ahol tehát az érintkezési vonal adott pontjához tartozó érintő és a relatív sebesség által bezárt szög $70-90^\circ$ között van. Numerikus összehasonlító vizsgálatai alapján megállapította, hogy ennél a típusú csigahajtópárnál az ívsugár középpontnak a csigatengelytől való távolságának növelése jelentős mértékben, míg a körívsugár növelése lényegesen kisebb mértékben javítja az érintkezési vonalak helyzetét [39]. Az ívelt csiga tribológiájával foglalkozott **Horák P.** [79].

Simon Vilmos különböző térbeli fogazott hajtópárok, többek között hengeres és globoid csigahajtópárok geometriai viszonyait vizsgálta, és optimalizálta a súrlódási veszteség és a teherbírás szempontjából, numerikus módszerek felhasználásával, az elasztotermohidrodinamikai kenési modell alapján [125, 126, 127].

Pay Jenő és **Pay Gábor** a "hordó" csiga fejlesztésével foglalkozott [116, 117, 118].

2.3. A hengeres csavarfelületek

A hengeres csavarfelület vonalfelület (egyenes alkotójú felület), vagy nem vonalfelület, (nem egyenes alkotójú felület) lehet.

A nem vonalfelületű csavarfelületek egyik csoportját alkotják a ZK típusú felületek, melyeknek az a jellemzője, hogy a megmunkáló szerszám kúp meridiángörbéje egyenes vonal, Litvin [94], **Maros-Killmann-Rohonyi** [104], **Niemann, Winter** [109]. Az egyenes alkotójú szerszám elhelyezése - a csavarfelülethez képest határozza meg a ZK típuscsoporton belül a konkrét típust. A szerszám és a megmunkált felület kinematikai viszonyai határozzák meg, hogy a csavarfelület profilja milyen lesz.

2.3.1. Vonalfelületű hengeres csigahajtások

A vonalfelületű csigahajtásokkal igen sok kutató foglalkozott a XX. század elejétől kezdve pl. **Distelli** [28], **Stübler** [130] mint ahogyan korábban említettük. Az utóbbi évtizedekben Európában, USA-ban és Ázsiában egyaránt foglalkoztak – és értek el eredményeket – ezen

hajtások [17, 23, 24, 34, 36, 81, 117, 143] geometriai kialakításának kutatásával, gyártásával, minősítésével.

Magyarországon korábban elsősorban az egyenes alkotójú csavarfelületekkel foglalkoztak a kutatók. A háborút (1945) követő ipari fellendülés azonban igényelte a szakterület intenzív fejlesztését, melyet **Szeniczai L.** kezdeményezett. Az 1957-ben megjelent "Csigahajtóművek" című könyve úttörő munkának számít [133]. A hazai kutatási eredményekről összefoglalóan **Erney Gy.** számolt be [70].

Magyar J. kandidátusi értekezésében [103] többek között az evolvens és konvolut csavarfelületek leképzését és gyártástechnológiai kérdéseit tisztázta.

A Diósgyőri Gépgyárban **Varga I.** foglalkozott a konvolut csavarfelületekkel és ért el eredményeket e területen. Több munka jelent meg **Tajnafoi J.** [135], **Draho I.** [33, 34], **Drobni J.**, **Szarka Z.** [38], tollából, melyek egy-egy részterületet megvilágítva gazdagították szakirodalmunkat. **Tajnafoi J.** kandidátusi értekezésében [153] többek között a fogazáselemeléssel szoros kapcsolatban álló mozgásleképzések alapelveit tisztázta, és rámutatott az alámetszések technológiai gyökerére.

2.3.2. Ívelt profilú csavarfelületek

A hengeres csavarfelületek jellegzetes - egyik legkorszerűbb - csoportját alkotják a körív profilú szerszámmal megmunkált csigák. A szerszám és a csigatest kinematikai viszonyaitól függően a körív profil megjelenhet a csiga működő felületén is (tengely- vagy normálmetszetben [123], esetleg a csigatengellyel párhuzamos valamely síkban), de bizonyos esetekben (pl. körív tengelymetszetű tárcsa alakú szerszámmal történő megmunkálásnál) [41] ez nem szükségszerű.

Az egyenes alkotójú csigák (archimedesi, konvolut, evolvens) és a velük kapcsolt kerekek fogfelületei kevésbé alkalmasak arra, hogy közöttük nagy nyomású folytonos kenőhártya olajfilm alakulhasson ki. Az olajfilm kialakulása szempontjából az lenne a kedvező, ha a hajtás relatív sebességének iránya minél jobban megközelíti a merőlegest a közös érintkezési görbére. Körív profilú csigáknál van lehetőség kedvezőbb feltételeket elérni. Az első ilyen típusú hajtópárt az angol **David Brown** cég gyártotta. Ez a csiga az axiális metszetben domborúan ívelt, míg a vele kapcsolódó kerék profilja a tengelymetszetben homorúan ívelt profilú.

A kenési viszonyok részletes vizsgálata alapján **Niemann G.** megállapítja, hogy a körív profilú csigák kedvezőek e szempontból [109, 110, 111].

Ennek magyarázatára a 2.3. ábrán, [109] alapján feltüntettük az egyenes alkotójú evolvens és ívelt profilú (Cavex) hengeres csigák pillanatnyi érintkezési görbéit. A csiga csúszósebességének (relatív sebességének) vektora közel párhuzamos (2.3.a. ábra) ezekkel az érintkező görbékkel (1, 2, 3 jelű), pontosabban a sebesség vektornak a görbék érintőjével párhuzamos komponense \vec{v}_k nagy. A fenti feltételeket jobban kielégítik az ívelt profilú csigák.

Niemann G. vizsgálatai, és szabadalma alapján dolgozta ki a német Flender cég a Cavex típusú csigahajtásokat [109, 110, 111], melyeknél az érintkező görbéknek és a sebességkomponenseknek egymáshoz viszonyított helyzetét a 2.3 ábra szemlélteti. Az ábrán látható, hogy a kiválasztott érintkezési pontban a pillanatnyi érintkezési görbe érintője majdnem merőleges a relatív sebesség vektorára.

A fogak közötti relatív sebesség irányában a ék alakú hézagnak köszönhető, hogy folytonos hordképes olajfilm alakul ki a hajtó és hajtott fogak között, amely tiszta hidrodinamikus kenést biztosít.

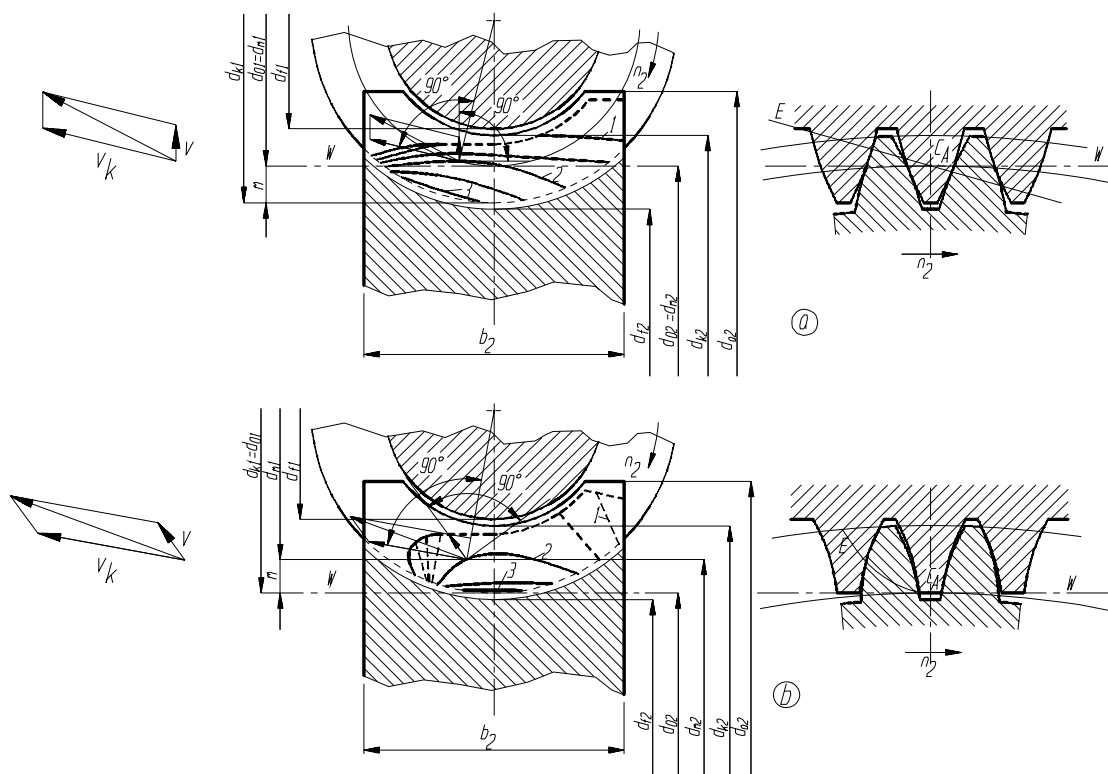
Az ábrában a \mathbf{v}_k a csiga kerületi sebessége és ha az érintkezési pont a rajz síkjába esik, \mathbf{v}_k egyben a relatív sebesség vetülete is. A \mathbf{v} sebesség, amely merőleges az érintkezési vonalra, a

pillanatnyi érintkezési vonal adott pontjának vándorlási sebessége. Ennek a sebességnek a lehető legnagyobbak kell lennie a kedvező kapcsolódási viszony és hidrodinamikai nyomás elérésére.

A 2.4. ábra szerint többnyire kettő, vagy három kerékfog kapcsolódik egyidejűleg. Az érintkezési vonal egy fognál a fog kapcsolatba lépésétől a kilépésig 1, 2, 3 sorrendben változik, illetve megy körül a fogoldalak mentén.

Az ívelt profilú hajtópár további előnye, hogy az érintkező fogfelületek görbületi sugarai a felületi normális azonos oldalára esnek, így homorú felület érintkezik domborúval, emiatt az érintkező felületen fellépő Hertz - feszültség viszonylag kicsi. Az ívelt profilú csigahajtás ezért sokkal nagyobb terhelés átvitelére képes, mint a vele azonos méretű egyenes alkotójú hengeres csigahajtás.

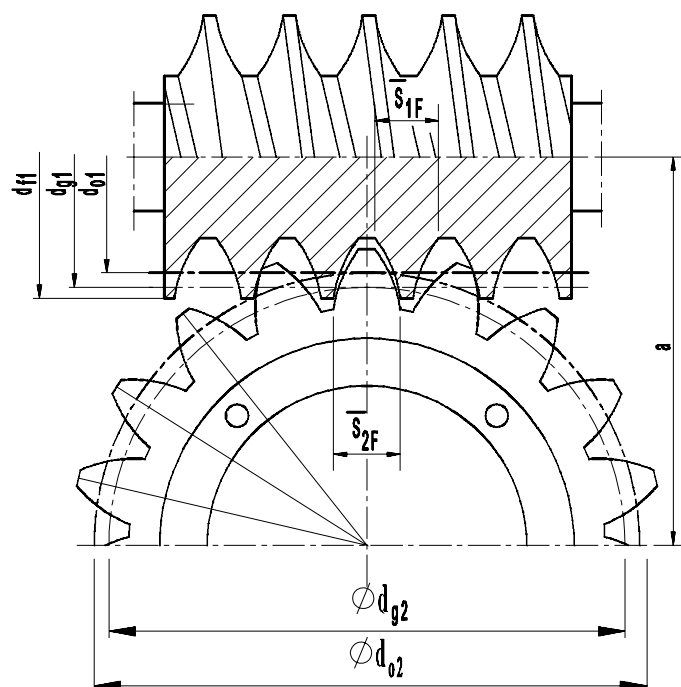
A kisebb fajlagos fogoldal nyomás miatt pedig könnyebben kialakul a hordképes olajfilm. Ez a hajtás - ha a hordkép nem lokalizált - a hőtágulásra és mechanikai deformációkra, pontatlan szerelésre rendkívül érzékeny.



2.3. ábra

Fogkapcsolódás és fogoldalak érintkezési vonalai, E kapcsolóvonal a főmetszetben
 a) ábra evolvens csigahajtás, b) ábra ívelt profilú (Cavex) csigahajtás esetén.

A fő paraméterek azonosak [4, 17, 158].



2.4. ábra

A fogkialakítás elve, a gördülővonal helyzete

Az ívelt profilú csigáknál a csigafog alakja és az ívelési sugár középpontjának célszerű elhelyezkedése (a gördülővonal helyzete) által különösen nagy \bar{s}_{1F} fogláb vastagság érhető el a csigán és a csigakeréken \bar{s}_{2F} . Az egyenes alkotójú csigák és csigakerekek fogláb vastagsága kisebb (2.4. ábra).

A 2.4. ábra alapján a fogkialakítás elve az alábbiakban foglalható össze:

- A csigafogaknak konkáv profiljuk van, egyenes vagy domború helyett,
- A gördülő vonal (d_{g1}) a csigán a fejkör átmérő közelében van, vagy azon kívül esik a fogmagasság közepe (d_{o1}) középpátmérő helyett - mivel az x_2 fajlagos szerszámállítás értéke nagy ($0,8 \leq x_2 \leq 1,5$).

Tapasztalataink szerint a konstrukciós tényezők hatásfok növelő hatását a technológiai tényezők jelentősen javíthatják, illetve kedvezőtlen esetben ronthatják. A kapcsolódó felületek alakpontosságát és érdességét ugyanis a technológiai tényezők határozzák meg. A csigahajtások hatásfoka és élettartama szempontjából döntő jelentőségű a fog alakja és fontos szerepe van a fogazat felületminőségének.

2.3.2.1. Az ívelt profilú csigák gyártásának fejlődése

Az ismert alakköszörülési eljárások vizsgálata

A nagy teljesítmények átvitelére szolgáló csigahajtóművek csigáit a korszerű megmunkálást alkalmazó gyártóművek ma már mindenütt köszörülik.

Ennek következménye az emelkedés, az osztás, (több fogszámú csiga esetén); javuló pontossága és a megmunkált felület érdességének csökkenése. A szerszám korlátozott alakpontosságából és a megmunkálás közelítő módszeréből azonban megmunkálási hiba származik, a megmunkált profil torzul (a csiga alakpontossága romlik) és ennek következtében a hajtás jósága, kinematikai és teherbírási jellemzői is romolhatnak.

a) **Az első szóba jöhető módszer** - körív profilú csigahajtás esetén - **Niemann G.** dolgozta ki, és szabadalmaztatta Németországban [115]. A módszer lényegéből következik, hogy a megmunkálást toroid alakú tárcsaszzerű köszörűkoronggal végzik. Az alkalmazott korong tengelymetszeti profilja körív, amely a csiga normál metszetében tervezett profiljának felel meg, így a köszörűkorong oldalprofil sugara (ρ_k) közelítően a csiga középhenger sugarával egyenlő ($\rho_k \approx d_{01}/2$). A korong és a munkadarab tengelye az osztóhengeren mérhető γ_0 emelkedési szöggel azonos nagyságú szöget zár be. A köszörűkorong tengelyvonala és a csiga tengelyvonala közötti normál transzverzális pedig a fogárok normál metszeti szelvényének szimmetriatengelyében helyezkedik el [36].

A normál transzverzális pontos beállítása köszörüléshez csak olyan gépen lehetséges, ahol a korong a saját tengelyvonala irányában eltolható (pl. Klingelberg-gépen).

A megmunkált felület alakpontosságának ily módon bekövetkező csökkenését ma mikroprocesszor vezérlésű korrigáló berendezéssel igyekeznek a gyakorlati igénynek megfelelő mértékben csökkenteni [138].

b) **A második köszörülési eljárás kidolgozása** és szabadalmaztatása **Litvin F. L.** nevéhez fűződik. Módszere alkalmazásakor a korongfelfogás különleges módon történik [96]. Ebben az esetben a köszörűkorong felülete és a csiga felülete közötti érintkezési vonal már nem tér-, hanem síkgörbe, amely a köszörűkorong tengelymetszeti profiljával azonos. Ez a köszörülési mód azon alapszik, hogy a csavarfelület tárcsaszzerű szerszámmal történő megmunkálásakor két kapcsolási tengely létezik. A kapcsolási tengelyek egyenes vonalak, amelyeken átmegy a szerszám és a csiga érintkezési vonalának pontjaihoz tartozó normális sereg. Egyik ilyen kapcsolási tengely a korong tengelyvonala, a másik ilyen egyenes meghatározott távolságra van a csiga tengelyvonalától és metszi a csiga és a szerszám tengelyvonalának normál transzverzálisát. Ezen módszernél tulajdonképpen egy „archimedesi csőfelületet” kapunk eredményül.

E helyen azon tényezőkre hívjuk fel a figyelmet, amire megmunkálás közben gondot kell fordítani.

A kopott szerszám újraélezésénél a γ_0 menetemelkedésnek megfelelő korong lehúzási síkban elhelyezett lehúzó a szerszámhoz közelítjük, és a korongot szabályozzuk, ezzel a K távolság megváltozik, ezért amennyivel a kölelhúzó a korong felé elmozdítottuk, ugyanannyival a korong tengelyt a munkadarabhoz közelíteni kell. Megállapítható, hogy az egyébként igen pontos köszörülési eljárás csak olyan gépen végezhető el, ahol a köszörűorsó tengelyirányban nagymértékben elállítható.

A körív profilú csigahajtásokkal foglalkozott - a már említett irodalmakon túlmenően - a Szovjetunióban **Krivenko**, I. Sz. [86] és Lengyelországban **Kornberger**, Z.

Meg kell állapítani, hogy Magyarországon - de általában is - kevés számú publikáció jelent meg a körív profilú csigahajtásokra vonatkozóan. Ennek magyarázata lehet az is, hogy a gyártási eljárást szabadalmakkal védik, így érthető az irodalmi szűkszávaság.

Magyarországon **Drobni** J. [36] munkáin kívül megemlítem a Litvin-féle kapcsolási felületek szerkesztésével foglalkozó **Drahos** I. [34], a minősítés vonatkozásában **Bányai** K. [1] munkáját, illetve **Horák** Péter [79] disszertációját.

c) **A harmadik köszörülési megoldás** – **Dudás Illés** [57] nevéhez fűződik (lásd 2.3.2.2.).

2.3.2.2. A tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga gyártásgeometriája [57]

A csiga befejező megmunkálásának elemzése, egzakt megoldása

A csigák menetvágása esztergán előállítja az egzakt csavarfelületet. Ha ezt a csavarfelületet korong alakú szerszámmal köszörüljük, különösen nagy emelkedésű csigáknál, a már elkészült csavarfelületen - a korongnak az esztergakéstől eltérő érintkezési vonala miatt elmunkálás jöhet létre. Az így megmunkált csiga tehát geometriailag nem lesz helyes.

Feladatunk a korong profilját úgy meghatározni, hogy a csigafelület axiális metszetben mindig a kívánt, illetve előírt profilú legyen. Ehhez a korong azon részeit, amelyek a teljes menetszelvényből a hiányzó részeket forgácsolják le, el kell távolítanunk. Ha rendelkeznénk egy olyan profilú gyémánt csigával, mint amelyet köszörülni szeretnénk, a korong profilozása egyszerűen elvégezhető lenne. Ekkor lemorzsolnánk a korong azon részeit, amelyek a hiányzó profilt hozzák létre.

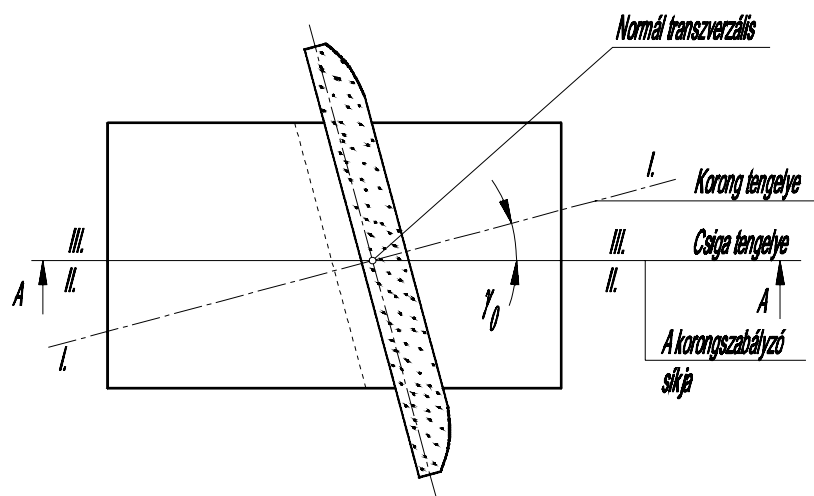
Miután ilyen szerszámunk nincs, és az ilyen gyémánt csiga előállítása költséges, nem is lenne célszerű ennek előállítása. E módszer helyettesítésére szolgál a Dudás Illés által tervezett és javasolt korongszabályozó (lefejtő) berendezés. A készülék lényege, hogy az adott csigának - amelyet köszörülni akarunk - az alkotó kör sugarát (ρ_{ax}) a meghatározott helyzetekbe tudjuk hozni, és le tudjuk gördíteni a köszörűkorong előtt.

A korongot γ_0 közepes emelkedési szöggel bedöntjük, a korongszabályozó készüléket (a lefejtő berendezést) pedig a főorsó tengelyvonalában (csiga tengelye) helyezük el (2.5. és 2.6. ábra).

Különösen nagy menetemelkedés esetén, az alámetszés elkerülésére kisebb ($\gamma > \gamma_0$) szög beállítása lehet indokolt.

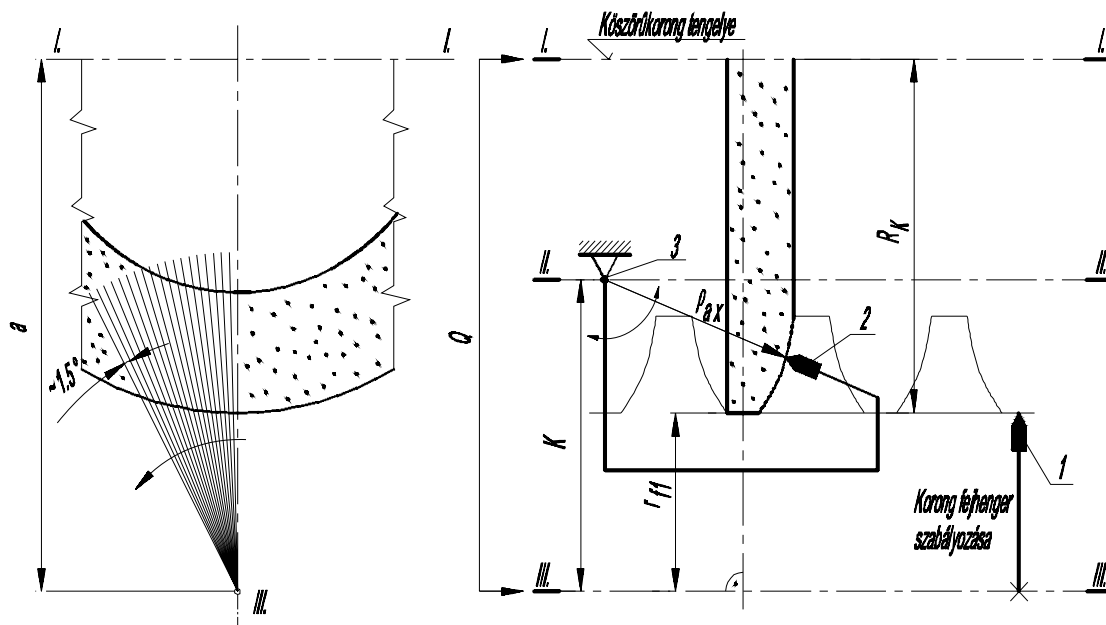
A köszörűkorong I-I tengelye és a csiga III-III tengelye közötti távolság az ismert adatokkal (2.5. ábra) az alábbiak szerint számítható hasonlóan a 2.2 egyenlethez:

$$a = K + R_K - h_{sz} \quad (2.1.)$$



2.5. ábra

A köszörűkorong bedöntése $\gamma = \gamma_0$ osztóhengeri emelkedési szöggel [41, 57]



2.6. ábra

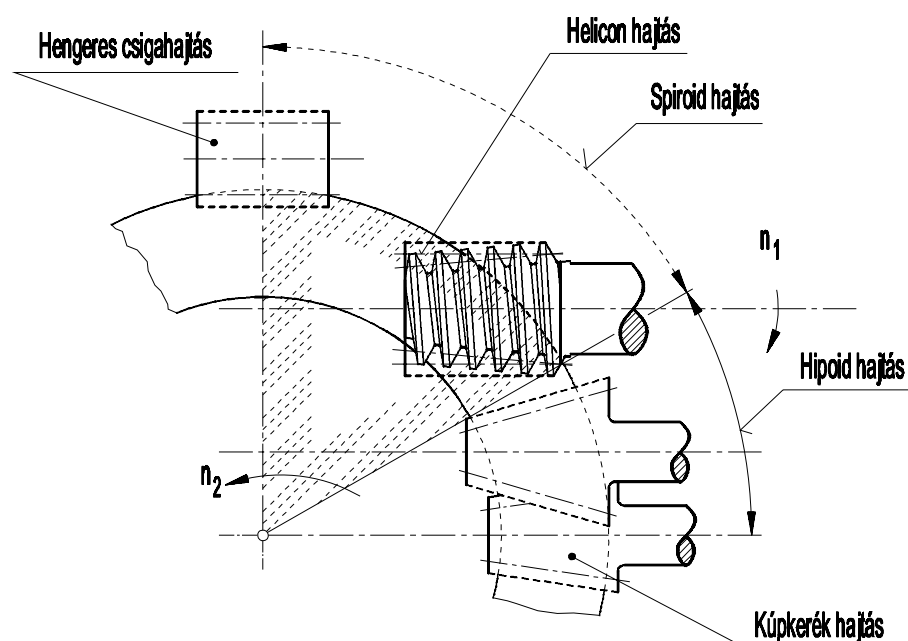
A korongszabályozó készülék elhelyezkedése a fősíkban
a **Dudás féle** lefejtő-szabályozó készülék működésének elve [57]

Az ismertett eljárásnál a csigáról való visszafejtés elvét alkalmaztuk, amely biztosítja, hogy a csigafelületről burkolás révén határozható meg a megmunkáló szerszám, köszörűkorong felülete.

2.4. Kúpos csavarfelületek

A spiroid hajtóművek nagyobb kapcsolószámot (az egyszerre kapcsolatban álló fogak száma) biztosítanak minden más hajtóműnél (pl. kúpkerék, hengeres fogaskerék, csavarhajtás, stb.).

A kitérő tengelyvonalú fogazott hajtások területén eddig megvalósult nagy teherbírású, elsősorban ortogonális tengelyelrendezésű hajtások egyik kevésbé ismert - nem nagy múltra visszatekintő - típusa a spiroid hajtás. Az **Illionis Tool Works** (USA) főkonstruktor **F. Bohle** által elsőként ismertetett spiroid hajtás [21] a hipoid és hengeres csigahajtások közötti tengely-elhelyezési viszonyok határa között alkalmazható kedvezően. Ezt szemlélteti a 2.7. ábra. A hajtópár egy tányérkerékből és - általános esetben - egy ezzel kapcsolódó kúpos csigából áll. Ha a csiga kúpszöge (δ) nullával egyenlő, úgy hengeres csiga és egy tányérkerék kapcsolódása jön létre. A szakirodalom ezt helikon-hajtásnak nevezi. **Bohle** a [21] cikkében a hajtópár paramétereiről, adatairól nem tesz említést, csak néhány technológiai kérdést, valamint az alkalmazási területet, illetve az üzemi tapasztalatokat értékeli. A gyakorlatban eddig megvalósított hajtópárok egy lépcsőben megvalósítható, jellemző áttételi tartománya $i=10-110$, de sajátosan megválasztott jellemzők mellett megvalósult már $i=359$ áttételű hajtópár is (kinematikai hajtás kis modullal).



2.7. ábra

Hajtás típusok a tengely elrendezés szerint

F. Bohle cikkének [21] megjelenését követően számos fejlett országban megkezdődött a spiroid hajtópárok tulajdonságainak elemzése.

A hajtópárok kapcsolódási viszonyainak elemzése mellett a gyártástechnológiai problémák feltárása fokozott jelentőséggel bír, mert csak megbízható, termelékeny fogazási eljárással lehet gazdaságosan biztosítani az elméleti vizsgálatok alapján feltárt kedvező fogazásgeometriai alapparaméterek melletti helyes kapcsolódást.

Párhuzamosan a technológiai fejlesztéssel **Saary, O.** [122] a kinematikai viszonyokat is elemezte a spiroidhajtások esetén.

A spiroidhajtások hozzáférhető kutatási eredményeit és üzemi adatait az **Illinois Tool Works** részéről **Dudley** [69] kézikönyvben dolgozta fel. A megadott táblázatok lehetővé teszik, hogy a tervezők a spiroidhajtások terhelését, hatásfokát, áttételi tartományát, térszükségletét más térigényű hajtásokkal összehasonlítsák. Ez azóta is alapirodalom a spiroid hajtások tekintetében. Ennek alapján arra lehet következtetni, hogy a spiroid hajtások által átvihető terhelés és a lehetséges áttételi tartomány a hipoidhajtásokhoz és a nagyteljesítményű csigahajtásokhoz hasonló, a teljesítmény szerinti fajlagos térszükséglet azonban ettől kisebb.

Az 1960-as években megkezdődött a spiroidhajtások fejlesztése a Szovjetunióban is. A munka egységesítésére pedig 1977-ben szabvány készült (GOSZT 22850-77), amely a jelöléseket és az elnevezéseket tartalmazza. A kutatások kezdetben az archimedesi, majd evolvens vonalfelületű spiroid csigákkal [66, 50] és ezek technológiai és kinematikai kérdéseivel, valamint azok üzemi viselkedésével [90, 100] foglalkoztak.

Bulgáriában a spiroidhajtások fogazásgeometriájával **Abadziev** és **Minkow** foglalkozott. E munkában az egyenes vonalú spiroidhajtások kinematikai-geometriai viszonyainak részletkérdéseit elemzik. Több kutató [90] megpróbálta a spiroidhajtást más hajtástípussal összehasonlítani [84]. Ezen a területen még számtalan kérdés vár magyarázatra, különösen ami a kapcsolódási viszonyok kvalitatív vizsgálatát illeti. A nevezett kutatási munkák lehetővé teszik ugyan a hajtópár fő méreteinek, valamint a fogazásgeometriai alapadatoknak a meghatározását, a kapcsolódás jóságáról azonban csak további vizsgálatokkal lehet tökéletes

képet adni. A spiroid hajtásokkal Magyarországon a BME-n **Hegyháti J.** [76], a Miskolci Egyetemen **Lévai I.** [90], valamint ezek gyártásgeometriájával és szerszámaival **Dudás Illés** [61, 62] és **Dudás László** [67] foglalkozott. Ennek eredményeként vált lehetővé, hogy a legyártott spiroid hajtópárokat a hengeres csigahajtópárokkal összehasonlíthassuk. E munkában a BME Gépszerkezettani Intézete és a Miskolci Egyetem Gépgyártástechnológiai Tanszéke között igen jó együttműködés alakult ki (OTKA T 00655, 1995., témavezető: **Bercsey, Dudás**).

Az MTA Gépészeti Bizottság Hajtástechnikai Munkabizottságának ülésén (Budapest, 1986. V.26.) a tárgyban végzett munkáról is szóló beszámolóban **Dudás Illés** már egy olyan általános algoritmus megalkotásának a lehetőségét veti fel, amely alapján lehetséges a különböző fajta csavarfelületek közös tőről való leszármaztatása. [41]

2.5. Szerszámfelületek

A fogazatokkal foglalkozó szakkönyvek általában csak érintik a hajtóelemek gyártásához nélkülözhetetlen - geometriailag helyesen megszerkesztett - szerszámok tervezését, előállítását.

A fogazott elemek szerszámozása területén Magyarországon **Bali J.** [150], **Bakondi K.** [4], **Draho I.** [30], **Sasi Nagy I.** [151], **Dudás Illés** [39] munkáin kívül igen kevés a megjelent publikációk száma.

A fogazatok előállítása során mind jobban előtérbe kerül a szuperkemény köszőrűkorongok (egyszemcesorral) és a bevonatolt vagy keményfémből előállított szerszámok alkalmazása.

A csavarfelületek megmunkálásának alapvető szerszáma a kellő pontossággal előállított, szabályozott köszőrűkorong, vagy maró [19, 20]. E szerszámok geometriailag helyes előállításához a működési viszonyok **alapvető matematikai elemzése szükséges, azaz kellően kimunkált gyártásgeometriai ismeretre és gyártási eljárásra van szükség.**

2.6. A téma irodalmából a disszertáció témájához illeszkedő általános következtetések

Szólnunk kell még néhány szót **a csigahajtás szakirodalmának általános helyzetéről is.**

Az eddigiekben ismertetett publikációkra általában az a jellemző, hogy a csavarfelületek tárgyalása során jelentős mértékben elkülönülnek az elméleti és gyakorlati problémákat tárgyaló munkák. Kevés az olyan elméleti kutató, aki konkrét gyártással is foglalkozik és kevés az olyan gyakorlati szakember, aki a konkrét problémákat elméleti vonatkozásban is vizsgálja.

Az elméleti munkák pl. az állandó emelkedésű hengeres csavarfelületeket rendszerint vagy egy egyenes alkotó, vagy pedig egy általános burkolófelülettel érintkező görbe - úgynevezett generálogörbe - csavarmozgásából származtatják. A megmunkáló szerszám profilját pedig a folyamatot megfordítva hasonló elven határozzák meg. A gyakorlati problémákat tárgyaló publikációk a gyártási problémákat vetik fel és megadják, illetve értékelik a megoldás módját gyakorlati szinten, de az empirikusan megoldott probléma elméleti magyarázatát, megoldását nem érintik.

Hasonló problémát jelent a hengeres csavarfelületek geometriai ellenőrzése kapcsán megjelent publikációk felfogása is.

A XXI. század elején vagyunk és elvárhatjuk, hogy az olyan technológiák mint a CNC vezérlésű fogazógépek és a 3D-s számítógépes koordináta mérőgépek alapvetően megváltoztassák a jelenleg meglévő fog geometriát, a fogazási technikát, gyártásgeometriát illetve technológiát.

2.7. A kutatómunka során felhasznált matematikai eszköztár

2.7.1. Homogén koordináták

A homogén koordinátákkal egyszerűsíthető a modellezés a számítógépes grafika és a számítógéppel segített tervezés területén végzett kutatómunka. Bevezetése a forgatás és az eltolás egyszerre történő, illetve az időt mint változót bevezetve mindezek időbeli vizsgálatának leírására szolgál. A tér pontjainak homogén koordinátákkal való leírása úgy történik, hogy minden ponthoz rendeljünk egy rendezett (x_1, x_2, x_3, x_4) számnegyest, melynek rangja 1.

Két pont egyenlő, ha az egyik pont koordinátái a másik pont koordinátáinak rendre egy 0-tól különböző skalárszorosa.

Tehát a homogén koordináták száma 4, illetve 3, amikor egy térbeli, illetve síkbeli pontot kívánunk velük leírni.

2.7.2. Interpoláció paraméteres görbével

Egy interpoláló görbe létrehozásakor a kiindulási adatot egy ponthalmaz jelenti, mely pontokon a létrehozandó térgörbének keresztül kell haladnia, ezek az interpolációs pontok. Ezért az első lépés minden esetben az, hogy keressünk egy paramétersokaságot ezen pontokhoz, melyek hozzárendelik a megadott pontokat a térgörbéhez. Egészen pontosan arról van szó, hogy ha adott a $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ interpolációs pontsokaság, akkor $n+1$ darab u_0, u_1, \dots, u_n paramétert rendeljük hozzá. Ez azt jelenti, hogy a létrehozott interpolációs térgörbe – mely áthalad a megadott pontokon a felvett sorrendben – teljesíti a következő egyenletet:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{g}(u_i) \quad 0 \leq i \leq n \quad (2.2.)$$

2.7.2.1. Egyenletes paraméterezés

A legegyszerűbb paraméterezési technika az, amikor a paramétereket az $u_0=0, u_1=1, \dots, u_n=n$ értékek szerint vesszük fel. A hatványozás során előforduló rendkívül nagy értékek elkerülése miatt tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy a $[0, 1]$ értelmezési tartományt kell n részre egyenletesen felosztani. Azt szeretnénk, hogy az előállított görbe mind az első, mint az utolsó interpolációs ponton áthaladjon, ezért az $u_0=0$ és az $u_n=1$ paraméter választással élünk.

Mivel $n+1$ paramétert kell meghatározni, így a $[0, 1]$ tartományt n részre kell felosztani, melyek hossza állandó $\frac{1}{n}$, tehát a paraméterek

$$\begin{aligned} u_0 &= 0 \\ u_i &= \frac{i}{n} \quad 0 < i < n \\ u_n &= 1 \end{aligned} \quad (2.3.)$$

2.7.2.2. Húrhossz szerinti paraméterezés

Ha egy interpoláló görbétől azt várjuk, hogy a lehető legközelebb haladjon az interpolációs pontok által kifeszített nyitott poligonhoz, akkor két egymást követő interpolációs pont közötti távolság közel azonos a létrehozott görbe azon szakaszának ívhosszával. Ezek alapján

az is teljesül, hogy az interpolációs pontok által létrehozott poligon hossza és az interpoláló görbe hossza közel van egymáshoz, így közelítjük az ívhossz szerinti paraméterezést, mely a görbén a paraméter segítségével az egyenletes sebességű mozgást biztosíthatja, melynek a gyártás során kiemelt jelentősége van. Ha a paraméterket aszerint osztjuk ki, hogy az interpolációs pontok milyen távolságra vannak egymástól, akkor jutunk a húrhossz alapú paraméterezéshez.

A paraméterezés úgy történik, hogy az $u_0=0$ paramétert a \mathbf{p}_0 ponthoz, míg a $u_n=1$ paraméter értéket pedig a \mathbf{p}_n ponthoz rendeljük hozzá. A további u_i ($i=1,2,\dots,n-1$) paraméterértékek pedig a következő módon számíthatók:

$$u_0=0$$

$$u_i = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^i |\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_{j-1}| \quad 0 < i < n \quad (2.4.)$$

ahol L a poligon hossza

$$L = \sum_{i=1}^n |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}| \quad (2.5.)$$

2.7.2.3. Interpolációs görbék

A munkánk során az adott pontokon átmenő görbe egyenletének felírásához egyik fontos feltétel a geometriai folytonosság és a jó illeszkedés, amelyek miatt a Ferguson spline egy geometriailag jó megoldást kínált.

A Ferguson-spline:

Az adott $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokhoz u_0, u_1, \dots, u_n paramétereket kell rendelni. Mivel a görbén a pontok egy irányba sűrűsödve helyezkednek el, ezért célszerű a húrhosszal arányos paraméterezést bevezetni.

Keressük az $\mathbf{r}(u)$ görbét, melyen $\mathbf{r}(u_i) = \mathbf{p}_i$ ($i=0,\dots,n$) teljesül, és $\mathbf{r}(u)$ másodrendben folytonosan kapcsolódó harmadrendű ívekből áll.

Egy lehetséges megoldása a feladatnak az úgynevezett **Ferguson-spline, mely egymáshoz másodrendben folytonosan kapcsolódó Hermite-ívekből áll.**

Az adott $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokhoz a t_0, \dots, t_n érintők meghatározása szükséges, de a görbe A másodrendű folytonos kapcsolódás miatt

$$\begin{aligned} \Delta^2 u_i t_{i-1} + 2(\Delta^2 u_i + \Delta^2 u_{i-1}) t_i + \Delta^2 u_{i-1} t_{i+1} = \\ = 3[\Delta^2 u_i (t_i - t_{i-1}) + \Delta^2 u_{i-1} (t_{i+1} - t_i)] \end{aligned} \quad (2.6.)$$

ahol: $i = 1, \dots, n-1$.

Ez egy tridiagonális egyenletrendszer, mely az

$$\begin{aligned}
 \alpha_i &= \Delta^2 u_i, \\
 \beta_i &= 2(\Delta^2 u_i + \Delta^2 u_{i-1}), \\
 \gamma_i &= \Delta^2 u_{i-1}, \\
 \mathbf{q}_i &= 3\left[\Delta^2 u_i (\mathbf{t}_i - \mathbf{t}_{i-1}) + \Delta^2 u_{i-1} (\mathbf{t}_{i+1} - \mathbf{t}_i)\right]
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

jelöléseket bevezetve a

$$\begin{bmatrix} \beta_0 & \gamma_0 & & & & \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \alpha_{n-1} & \beta_{n-1} & \gamma_{n-1} \\ & & & & & \alpha_n & \beta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}_0 \\ \mathbf{t}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{t}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_0 \\ \mathbf{q}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{q}_n \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

alakban írható.

Így a $\mathbf{t}_0, \dots, \mathbf{t}_n$ érintők egyértelműen meghatározhatók. Mindezek alapján az adott pontokból meghatározható a spline.

Az interpoláló Bézier-görbe:

Meg kell keresni azokat a $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$ kontrollpontokat, amelyek által meghatározott Bézier-görbe az adott $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokon halad át, azaz

$$\mathbf{b}(u_i) = \mathbf{p}_i \quad (i=0, 1, \dots, n) \tag{2.9}$$

A Bézier-görbe egyenlete

$$\mathbf{b}(u) = \sum_{j=0}^n B_j^n(u) \mathbf{b}_j, \tag{2.10}$$

ahol

$$B_j^n(u) = \binom{n}{j} u^j (1-u)^{n-j} \tag{2.11}$$

a Bernstein polinomok.

Felhasználva a (2.11)-t, a következő lineáris inhomogén egyenletrendszerrel kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^n(u_0) & B_1^n(u_0) & \cdots & B_n^n(u_0) \\ B_0^n(u_1) & B_1^n(u_1) & \cdots & B_n^n(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_0^n(u_n) & B_1^n(u_n) & \cdots & B_n^n(u_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_n \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

Az $u_i \neq u_j$ feltétel egyértelmű megoldást biztosít minden \mathbf{b}_i -re, így megkapjuk a \mathbf{b}_i kontrollpontjait a $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokon áthaladó Bézier-görbének.

3. ÁLLANDÓ EMELKEDÉSŰ KÚPOS ÉS HENGERES CSIGA-HAJTÁSOK ÉS MEGMUNKÁLÁSOK GYÁRTÁSGEOMETRIÁJÁNAK VIZSGÁLATÁRA KIFEJLESZTETT, VÁLTOZÓ TENGELYTÁVÚ ÚJ MATEMATIKAI MODELL

3.1. A kapcsolódó felületek burkolás révén történő meghatározása, érintkezési görbék

A gyártástechnológia tudományos feldolgozása során az utóbbi években fejlődésnek indult gyártásgeometria alapjait a szakterületen mérvadó magyar kutatók munkáit alapul véve elemzem (például: Dr. **Bercsey** Tibor [15], Dr. **Dudás** Illés [63], Dr. **Horák** Péter [79], Dr. **Tajna**fői József [135,153]).

Tajna

fői J. a gyártásgeometria felületek kialakításának elemzésével és rendszerezésével foglalkozik, a gyártás céljának egyes felületek előállítását tekinti. Felismeri a szerszám – munkadarab pár jelentőségét, szerves kapcsolatát az egyes felületek előállításában, a **származtató felület** nagyon fontos fogalmát [153].

A kinematikai helyettesítés szempontjából minden folytonos megmunkálás relatív mozgások, illetve mozgásinformációk leképezésének fogható fel, így a mozgásleképezés elve – amely különleges kinematikai párok kapcsolódó felületeinek gyártási alapelve – a gyártásgeometria szerves részének tekinthető.

A mozgásleképezésen alapuló tárgyalásmód kiindulása egy zavaró hatásoktól mentes ideális alakítási mechanizmus, melyhez elsősorban a származtató felületet kell definiálni.

A **származtató felület** az alakítás szerszámát helyettesítő új modell, amely a különböző megjelenési formájú szerszámokat egy-egy olyan felülettel helyettesíti, mely ugyanazon relatív mozgásokkal ugyanazon munkadarab-felületeket hoz létre, mint a valódi szerszám.

A származtató felület és a munkadarab-felület kapcsolatát a kölcsönösség, a megfordíthatóság és a teljes kapcsolódás jellemzi. A felületek kapcsolódását csak másodlagosnak tekintve, a vizsgálatok középpontjába a kapcsolódásokat létrehozó mozgásokat helyezve, ez a tárgyalásmód lehetőséget adott egy új, egységes gyártástechnológiai szemléletmód kialakítására. Mivel egyrészt – említett tulajdonságai révén – ez a felületek pár, másrészt a relatív mozgások kinematikailag jól kezelhetők, könnyen, áttekinthetően elvégezhető a kialakuló munkadarab-felületeknek és ezek egymással való kapcsolódásának vizsgálata. Az alakítási mechanizmus bevezetése megteremti a lehetőségét annak is, hogy determinisztikus modellek helyett valószínűségelméleti és információelméleti modellek kerüljenek alkalmazásra. A mozgásleképezések modelljének kidolgozása, az alakítási mechanizmus zajos információtovábbító csatornaként való felfogása hatékony segítséget nyújthat a különleges kinematikai párok pontossági- és hibaanalízisében Tajna

fői szerint.

A munkadarab leképzett Σ_1 felületét geometriai szempontból meghatározza [135]:

- az F származtató felület (szerszámfelület) és
- a szerszám munkadarabhoz viszonyított relatív mozgásai, mely mozgások a szerszámra ható szögsebesség vektorrendszerrel jellemezhetők [152].

Így a Σ_1 munkadarab-felület futópontjának helyvektora a paraméterek sorrendjétől függően a megmunkálás geometriai és kinematikai szempontból kétféleképpen tárgyalható:

- a) **a megmunkálás a származtató felület leképezése a munkadarab felületére**, adott relatív mozgások mellett,
- b) **a megmunkálás a szerszám és a munkadarab közötti relatív mozgások leképezése egy felületek párra**, amelynek egyik eleme a szerszámot helyettesítő származtató felület,

a másik pedig a munkadarab megmunkált felülete. A felületek jelen esetben csak eszközök a kitűzött cél elérésére, az előírt relatív mozgások leképezésére.

A relatív mozgásinformációk két részre oszthatók:

a leképezésben és a visszaképezésben ható állandó mozgásinformációkra, az úgynevezett **statikus relatív mozgásinformációkra**, vagyis a relatív helyzet biztosítására, és a felületre leképezett mozgásinformációkra, az úgynevezett **dinamikus relatív mozgásinformációkra**, amelyek egy része időtől függetlenül is tárgyalható kinematikus relatív mozgásinformáció.

A dinamikus relatív mozgásinformációk leképezése **közvetlenül és közvetett mozgásleképezéssel** valósítható meg.

A **közvetlen leképezésekkel** – Olivier második módszerével – előállított felületpárokat az irodalom **konjugált felületpároknak** nevezi. A megmunkált Σ_1 felület F származtató felülete teljes mértékben egybeesik a Σ_1 felülettel kapcsolódó Σ_m felülettel és a Σ_1 megmunkálása folyamán az F és Σ_1 felületek relatív mozgásinformációi megegyeznek a Σ_1 és Σ_m felületek kapcsolódása során fellépő relatív mozgásinformációkkal.

A **közvetlen mozgásleképezések hátrányaként** kell megemlíteni a következőket:

- minden különböző méretű kapcsolódó párhoz más-más szerszám kell, azaz nagy a fogazószerszám készlet [153],
- a gyártható kapcsolódó párok alakját és méreteit korlátozza a szerszámgépek szerszámtér mérete.

Nagyobb lehetőségek rejlenek a **közvetett mozgásleképezés** módszerében, amelyben a Σ_1 és Σ_m felületeket a velük egybe nem eső F származtató felület képezi le, vagyis a megmunkálás során a közvetett mozgásleképezés származtató felületét helyettesíti egy másik származtató felület úgy, hogy ez a helyettesítő származtató felület a relatív mozgása során az eredeti származtató felület koordinátarendszerében az eredeti származtató felületet hozza létre határfelületként. A helyettesítő származtató felület csak olyan felület lehet, amely relatív mozgásokkal az eredeti származtató felületből származtatható. Az eredeti származtató felület egy ilyen leképezés esetén **közvetítő származtató felületként** jelentkezik, melyben mint elméleti felületen keresztül kapcsolódik a munkadarab és a tényleges leképezést megvalósító helyettesítő származtató felület. E többszörösen végrehajtható felülethelyettesítéssel való leképezés **Olivier** első módszerének alapja.

A közvetett leképezés tehát két, vagy több közvetlen mozgásleképezésből áll. Ez a leképezési mód lehetőséget ad ugyanazon felület előállítására különböző relatív mozgásinformációk mellett, illetve különböző relatív mozgásokat biztosító konjugált párok ugyanazzal a szerszámmal való létrehozására. A leképezést meghatározó fő paraméterek mindegyike – a származtató felület alakja, a származtató felület és a munkadarab relatív helyzete (statikus mozgásinformáció) és a dinamikus mozgásinformáció – nagy szabadságfokot biztosít a létrehozható párok szempontjából.

A **közvetlen leképezéssel létrehozott kinematikai párokra a vonalmenti kapcsolódások a jellemzők, azaz a pillanatnyi mozgásinformáció hordozója térgörbe, a felületmenti és pontszerű kapcsolódás csak pillanatnyi, vagy határhelyzetnek tekinthető. A közvetett leképezéssel gyártott kapcsolódó elemek esetén a térgörbe menti és a pontszerű érintkezés az általános. Felületmenti kapcsolódás ebben az esetben is csak elfajuló esetként valósul meg.**

Az érintkezési vonal, a burkolófelület és a kapcsolómező meghatározása

Legyen adott a K_{Σ_1} rendszerben a Σ_1 felület

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(\eta, \vartheta) \quad (3.1.)$$

egyenlete. A K_{Σ_1} rendszer K_{Σ_2} rendszerhez viszonyított mozgásának a meghatározásához az idő szerint differenciálva az

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{M}_{21} \cdot \mathbf{r}_1 \quad (3.2.)$$

függvényt az

$$\dot{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{v}_2^{(12)} = \frac{d\mathbf{M}_{21}}{dt} \cdot \mathbf{r}_1 \quad (3.3.)$$

egyenletet kapjuk.

Figyelembe véve a viszonylagos mozgás K_{Σ_1} és K_{Σ_2} rendszerben felírt sebességvektorai között fennálló

$$\mathbf{v}_1^{(12)} = \mathbf{M}_{12} \cdot \mathbf{v}_2^{(12)} \quad (3.4.)$$

összefüggést a K_{Σ_1} rendszerben a relatív sebességvektorra a

$$\mathbf{v}_1^{(12)} = \mathbf{M}_{12} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{21}}{dt} \cdot \mathbf{r}_1 \quad (3.5.)$$

kifejezés adódik.

Hasonló levezetések alapján felírhatók a további vizsgálatoknál leggyakrabban használt sebességvektorokat leíró kifejezések.

A fogazott elemek viszonylagos sebességi állapotának ismeretében a kapcsolódási egyenlet az

$$\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{v}_1 = 0 \quad (3.6.)$$

alakba írható,

ahol n_{x1} , n_{y1} , n_{z1} a Σ_1 felülethez tartozó

$$\mathbf{n}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \eta} \times \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \vartheta} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \eta} & \frac{\partial y_1}{\partial \eta} & \frac{\partial z_1}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \vartheta} & \frac{\partial y_1}{\partial \vartheta} & \frac{\partial z_1}{\partial \vartheta} \end{vmatrix} \quad (3.7.)$$

normális,

az x_1 , y_1 , z_1 az \mathbf{r}_1 helyvektor skalár komponensei.

A (3.6) egyenletet az

$$f_1(\eta, \vartheta, \varphi_1) = 0 \quad (3.8.)$$

illetve általánosságban az

$$f_1^i(\eta, \vartheta, \varphi_1^i) = 0 \quad (3.9.)$$

összefüggésre lehet visszavezetni, ahol i az érintkezési vonalak futóindexe. [15]

Az érintkezési vonalak meghatározásához a $K_{\Sigma 1}$ koordináta-rendszerben az

$$\left. \begin{aligned} f_1(\eta, \vartheta, \varphi_1) &= 0 \\ x_1 &= x_1(\eta, \vartheta) \\ y_1 &= y_1(\eta, \vartheta) \\ z_1 &= z_1(\eta, \vartheta) \end{aligned} \right\} \quad (3.10.)$$

egyenleteket kell felhasználni.

A φ_1 mozgásparaméter rögzített értéke esetén a csiga felületének egyenlete, illetve a kapcsolódási egyenlet lehetőséget ad valamelyik paraméter eliminálására és így az adott φ_1 értékhez tartozó egy paraméteres vektor-skalár függvény, azaz az érintkezési vonal egyenletének felírására. Amennyiben a kapcsolódási egyenletből rögzített φ_1 érték mellett a felületi paraméterek közötti függvénykapcsolat explicit formában nem állítható elő, úgy a felületi paraméterek egyikének a valóságos fogfelülethez tartozó értelmezési tartományon belül különböző értékeket adva a (3.8) egyenletből kell kiszámítani a másik paraméter értékeit. Felhasználva a $\varphi_1 = \text{áll.}$ értékeknek megfelelő felületi paraméter értékpárokat, a (3.10) egyenletekből meghatározhatók az érintkezési vonal koordinátái.

Az első tag felületseregének burkolófelületeként kialakuló második tag fogfelület egyenletei az $K_{\Sigma 2}$ rendszerben ezek után az

$$\left. \begin{aligned} f_1(\eta, \vartheta, \varphi_1) &= 0 \\ \mathbf{r}_1 &= \mathbf{r}_1(\eta, \vartheta) \\ \mathbf{r}_2 &= \mathbf{M}_{21} \cdot \mathbf{r}_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.11.)$$

kifejezésekkel adhatók meg, ahol az \mathbf{M}_{21} mátrix \mathbf{M}_{12} inverze. **Az érintkezési vonalak álló koordinátarendszerbeli**

$$\left. \begin{aligned} f_1(\eta, \vartheta, \varphi_1) &= 0 \\ \mathbf{r}_1 &= \mathbf{r}_1(\eta, \vartheta) \\ \mathbf{r}_0 &= \mathbf{M}_{01} \cdot \mathbf{r}_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.12.)$$

vonalserege alkotja a fogazott elempár kapcsolófelületét, amely kitérőtengelyű hajtások esetében általában egy torz felület.

A kapcsolófelület működő részét, a kapcsolómezőt a fogazott elemek alaptesteinek

$$a - \frac{d_{f2}}{2} \leq \eta \leq \frac{d_{f1}}{2} \quad (3.13.)$$

koordinátájú pontok metszik ki a kapcsolófelületből.

A hordkép alakja nagymértékben függ a kapcsolóvonalak alakjától.

Ezért **a kapcsolódó felületeket geometriailag ideális, merev testként felfogva** vizsgáljuk a geometriai paramétereinek változtatásaival járó hordképre vonatkozó hatásokat tekintetében.

3.1.1. A tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga geometriai megadása

Korábbi vizsgálatok [57] egyértelműen megmutatták, hogy technikai adottságaink, valamint a csigahajtások jellemzőinek összevetése alapján a hengeres csigahajtások között az ívelt profilú csigahajtást célszerű tovább fejleszteni, ill. gyártani, pl. a dróthúzógépek számára.

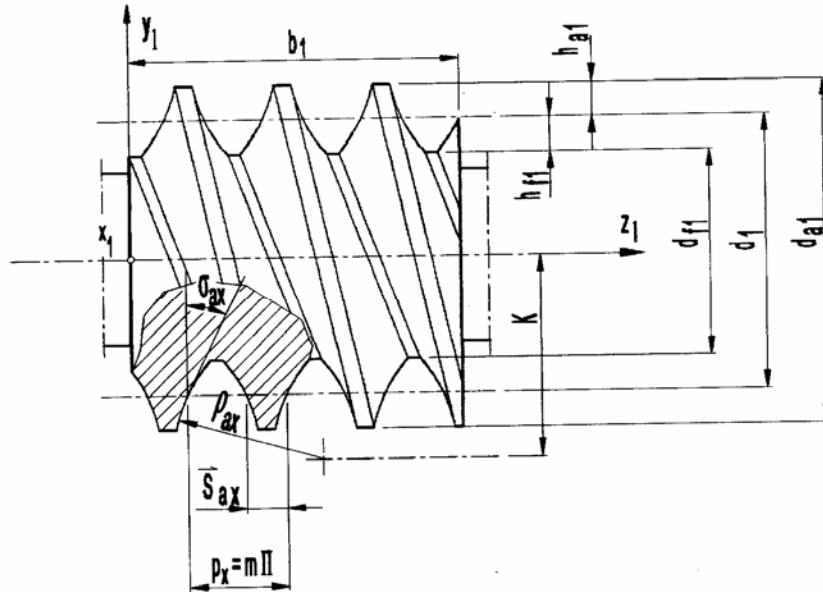
A tengelymetszetben körív profilú csigahajtás geometriai leírását megadjuk, amelynek gyártását a [39, 41] munkáiban közölte **Dudás Illés**.

A gyártás a rendelkezésünkre álló KM-250 típusú, a Mátix licence alapján a Csepel Művek Szerszámgépgyárában gyártott gépen valósult meg. A gépen lévő korongszabályozási lehetőségek miatt, valamint a csiga ellenőrzésének egyszerűsítésére - az eredetileg normálmetszetben lévő körív profilt **Dudás Illés javaslatára** - a csiga tengelymetszetébe helyezték át. Ezzel előállt az első valóban **körívprofilú csiga** gyártásának lehetősége.

Ezt a lehetőséget **Krivenko. I. Sz.** is felvetette [86]. A gyártás megoldatlansága miatt azonban (szerinte az ilyen csigát csak esztergán lehet legyártani) e típusú csiga helyett ún. "ekvivalens" csigát gyártott. Ezen hajtópárnál bizonyos mértékű alakhiba mellett történik a gyártás, amelynek a következőkben leírt csiga megközelítése a célja.

A főmetszetben elhelyezett geometriai méreteket és a gyártandó csiga profilját az 3.1. ábra szemlélteti, az x_I y_I z_I álló koordináta-rendszerben. A gyártásra javasolt körív profilú csiga profilját a főmetszetben a ρ_{ax} és K méretek határozzák meg, ahol

- ρ_{ax} a fog körívelésének sugara,
- K a körív alkotó középpontjának a csigaorsó tengelyvonalától való távolsága.



3.1. ábra

Tengelymetszetben körív alkotóval rendelkező csiga profilja [57] és geometriai jellemzői

3.1.2. A tengelymetszetben körív alkotójú csavarfelület elemzése, egyenlete

A hengeres csavarfelületet egy a tengelymetszetben (axiális metszet) elhelyezett ρ_{ax} sugarú körrel képezzük. A körivet a z_1 tengely körül elforgatjuk, közben az állandó p emelkedési paraméternek megfelelően tengelyirányban elmozdítjuk (3.2. ábra). A z_1 mentén történő elmozdulás, ϑ szögelfordulás és p emelkedési paraméter közötti kapcsolat a következő:

$$z_1 = p \cdot \vartheta \quad (3.14.)$$

Tehát p nem más, mint az egységnyi ϑ szögelfordulásnak (1 radián) megfelelő tengelyirányú elmozdulás. Az alkotó körív pontjai a leképezés folyamán egy teljes körülfordulás alatt azonos p_z menetemelkedésű csavarvonalakat írnak le, ez a csavarfelület menetemelkedése is egyben:

$$p_z = 2 \times \pi \times p \quad (3.15.)$$

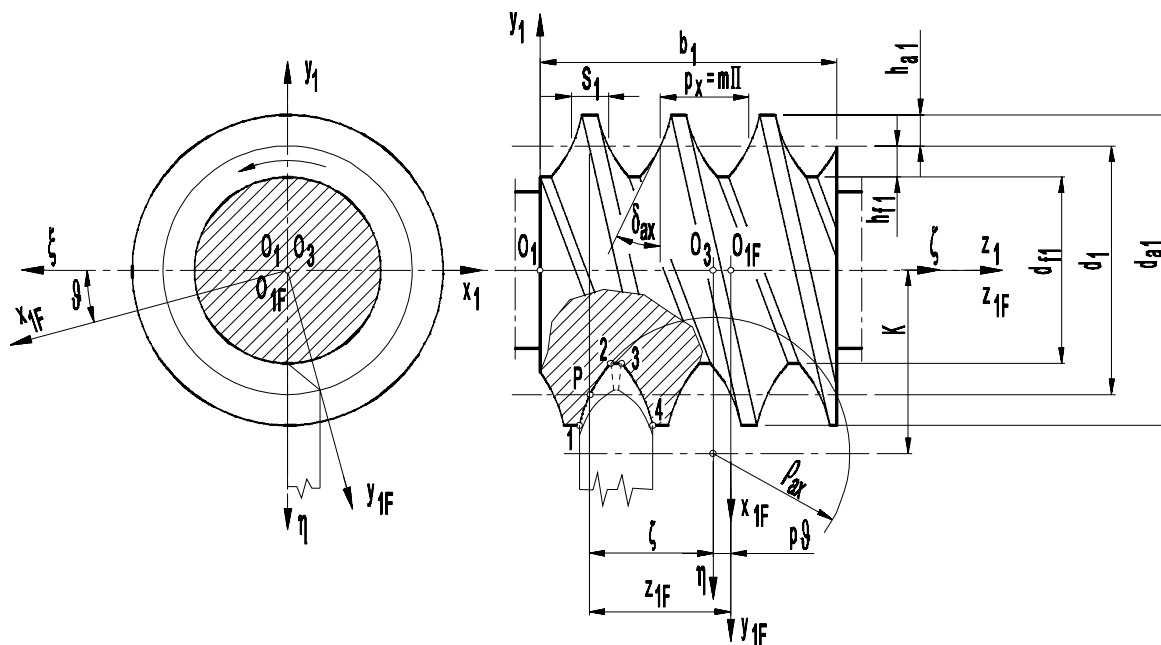
A p értéke ennek megfelelően:

$$p = \frac{p_z}{2 \cdot \pi} = \frac{d_1}{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma_0 = \frac{m \cdot z_1}{2}, \quad (3.16.)$$

ahol:

- $p_z = p_x \cdot z_1 = m \cdot \pi \cdot z_1$ a menetemelkedés
- γ_0 a csiga osztóhengeri emelkedési szöge
- z_1 a csigafogak száma

A csavarfelület, - amely axiális metszetében körív alkotóval rendelkezik - esztergapadon is legyártható (azaz leképezhető). A leképezéshez, szükséges paraméterek, illetve geometriai jelölések a 3.2. ábrában láthatók.



3.2. ábra

A tengelymetszetben körívalkotóval rendelkező csiga profilja, a felület származtatásának vázlatja (O_{SZ1} azonos O_3 -al) [50]

Az $[\eta, O_{SZ1}, \zeta]$ síkban fekszik a szerszám homloklapja, azaz a kés forgácsoló éle, amely ρ_{ax} sugarú körívvel van meghatározva. A csavarfelület egyik oldalát a mozgásban lévő kés az 1-2 él szakaszával készíti. Mivel megmunkáláskor az 1-2 forgácsolóél a csavarfelület alkotó görbéje, amely csavarmozgást végez, a készítendő csigához, mint munkadarabhoz viszonyítva, a K_{1F} (x_{1F}, y_{1F}, z_{1F}) koordináta-rendszer origója, az (O_{1F} pont) a munkadarab tengelyvonala mentén folyamatosan haladó mozgást végez a K_{SZ1} (ξ, η, ζ) koordináta-rendszerhez képest.

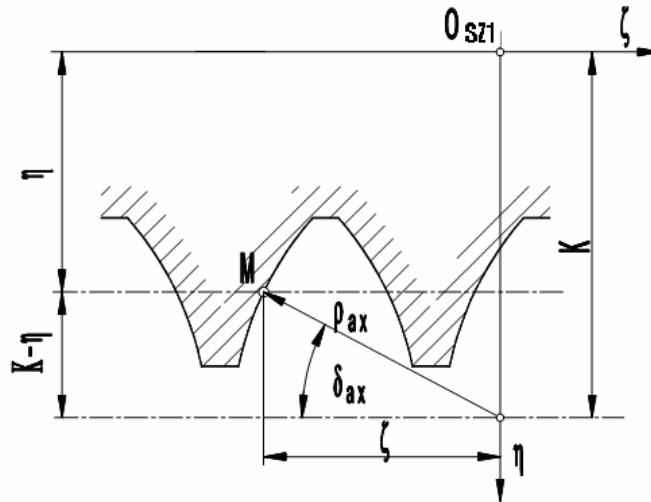
A p paraméternek pozitív vagy negatív előjele lehet annak megfelelően, hogy jobb vagy bal menetű a csavarmozgás, illetve jobb vagy bal emelkedésű a csavarfelület. A koordináta transzformáció felhasználásával a K_{1F} (x_{1F}, y_{1F}, z_{1F}) és a K_{SZ1} (ξ, η, ζ) rendszerek között az összefüggések a 3.2.- 3.3. ábra alapján írhatók fel.

Miután a profil alkotója (tengelymetszetben) az $[\eta, O_{SZ1}, \zeta]$ síkra illeszkedik, a profilalkotó egyenlete a 3.3. ábra alapján a (3.17) szerint írható fel.

A profilalkotón elhelyezkedő bármelyik pont az

$$\left. \begin{aligned} M_j & \left[0, \eta_M, -\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta_M)^2} \right] \text{ jobb fogoldalon} \\ M_b & \left[0, \eta_M, \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta_M)^2} \right] \text{ bal fogoldalon} \end{aligned} \right\} \quad (3.17.)$$

koordinátákkal határozható meg.



3.3. ábra
A fémetszeti alkotó meghatározása

A transzformáció a csigatesthez kötött koordináta-rendszerben a következőképpen írható fel:

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{M}_{1F,sz} \cdot \mathbf{r}_{sz1} \quad (3.18.)$$

ahol: \mathbf{r}_{sz1} - a K_{sz1} szerszám koordináta-rendszerben felírt szerszámél vagy generálógörbe egyenlete (körív profilú csiga esetén a 3.17. képlet szerint).

A kijelölt művelet elvégzése után a csiga jobboldali fogfelületének egyenletrendszere a következő alakba írható:

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{M}_{1F,sz} \cdot \mathbf{r}_{sz1} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 & 0 \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -p \cdot \vartheta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \eta \\ -\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \\ t_{sz} \end{bmatrix} \quad (3.19.)$$

Ezzel a csiga jobboldali fogfelületének paraméteres egyenletrendszerét kapjuk a forgó koordináta – rendszerben. Az egyenletek felírásánál figyelembe véve a 3.3. ábra szerinti ϑ forgásértelmét, - amely ez esetben negatív – kapjuk a profilok koordinátáit:

$$\left. \begin{array}{l} x_{1F} = -\eta \cdot \sin \vartheta; \\ y_{1F} = \eta \cdot \cos \vartheta; \\ z_{1F} = p \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \\ t_{1F} = t_{sz} = 1. \end{array} \right\} \text{jobb profil} \quad (3.20.)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{1F} = -\eta \cdot \sin \vartheta; \\ y_{1F} = \eta \cdot \cos \vartheta; \\ z_{1F} = p \cdot \vartheta + \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \\ t_{1F} = t_{sz} = 1. \end{array} \right\} \text{bal profil}$$

A csigatesthez kötött K_{1F} koordináta rendszerből az K_1 álló koordináta-rendszerbe való transzformáció mátrixa a 3.2. ábra alapján:

$$\mathbf{M}_{1,1F} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & p \cdot \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21.)$$

A transzformáció elvégzésekor az

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{M}_{1,1F} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.22.)$$

egyenletbe történő behelyettesítések után

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & p \cdot \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\eta \cdot \sin \vartheta \\ \eta \cdot \cos \vartheta \\ p \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.23.)$$

ahol φ_1 a K_{1F} és K_1 koordináta-rendszerek közötti elfordulási szög értéke, ($p \cdot \varphi_1 = z_0$ a csigaorsó φ_1 szöggel való elfordulásakor a csavarvonal felületének tengelyirányú elmozdulása).

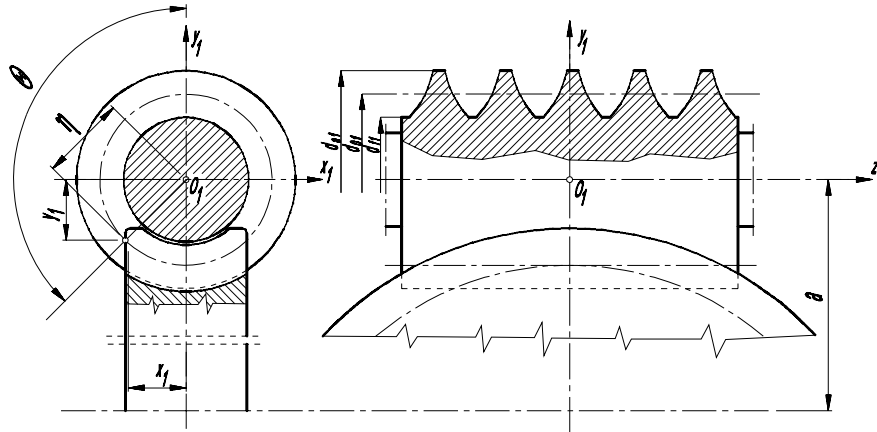
A műveletek elvégzésével a csigaorsó jobboldali csavarfelületének egyenletrendszerét az álló koordináta-rendszerben:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\eta \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi_1 - \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi_1 = -\eta \cdot \sin(\vartheta + \varphi_1) \\ y_1 &= \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi_1 - \eta \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi_1 = \eta \cdot \cos(\vartheta + \varphi_1) \\ z_1 &= p \cdot (\vartheta + \varphi_1) - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.24.)$$

Ha az álló koordináta rendszert a csigatestenen úgy toljuk el, hogy az $[x_1, O_1, y_1]$ sík a fog szimmetria síkja legyen, a z koordinátához hozzá kell adnunk a szükséges z_{ax} eltolási értéket, amivel a (3.24.) egyenlet módosul.

Ezen kívül bevezetjük a $\vartheta + \varphi_1 = \Theta$ jelölést.(3.4. ábra)

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\eta \cdot \sin \Theta; \\ y_1 &= \eta \cdot \cos \Theta; \\ z_1 &= p \cdot \Theta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax}. \end{aligned} \right\} \quad (3.25.)$$



3.4. ábra

A csiga és csigakerék kapcsolódási tartománya, az η és Θ paraméterek kapcsolata [39]

A csavarfelületet elegendő a csigának a csigakerék teste felőli részén vizsgálni, amely a $x_1O_1z_1$ sík alatt helyezkedik el és a kapcsolódási tartományban található (3.4. ábra).

A csigaorsó ezen szakaszának ponthalmaza az alábbi értékek között van:

$$90^\circ \leq \Theta \leq 270^\circ$$

$$r_{f1} < \eta \leq r_{a1}$$

ahol a 3.4. ábrán látható jelölések szerint r_{a1} a csigaorsó fejhengerének sugara és r_{f1} a csigaorsó lábengerének sugara.

A z_{ax} értékét a $\Theta = 180^\circ$, $z_1 = \bar{S}_{ax} / 2$ (3.1. ábra) és a 3.4. ábra alapján ζ értékének a (3.25.) egyenletrendszer harmadik egyenletébe való helyettesítéssel nyerjük:

$$\zeta = \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} = \rho_{ax} \cos \delta_{ax} \quad (3.26.)$$

$$\left. \begin{aligned} z_{ax} &= -\frac{\bar{S}_{ax}}{2} - p \cdot \pi - \rho_{ax} \cdot \cos \delta_{ax} && \text{jobb oldali menetprofil} \\ z_{ax} &= \frac{\bar{S}_{ax}}{2} - p \cdot \pi + \rho_{ax} \cdot \cos \delta_{ax} && \text{bal oldali menetprofil} \end{aligned} \right\} \quad (3.27.)$$

ahol az

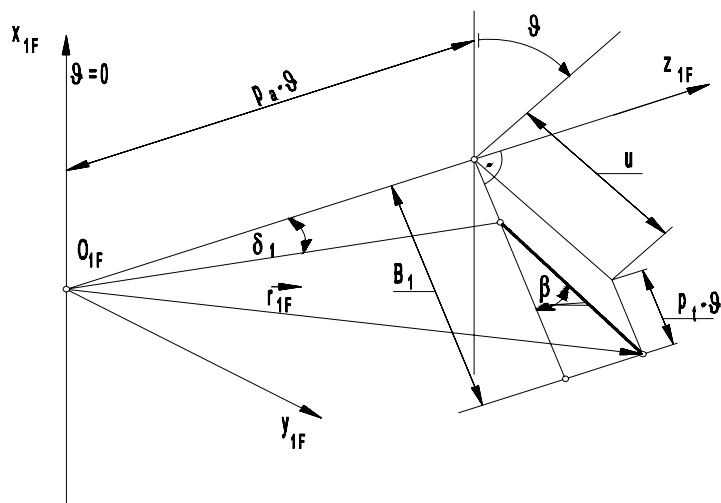
\bar{S}_{ax} az osztóhengeren mérhető fogvastagság az axiális metszetben,
 δ_{ax} pedig az osztóköri profilszög az axiális metszetben.

A (3.25) és (3.26) meghatározzák a csavarment jobb oldali profilgörbéjét a $K_1(x_1, y_1, z_1)$ álló koordináta-rendszerben.

A fenti egyenleteket fel tudjuk használni a szerszám profiljának kiszámításánál köszörűkorong vagy maró, stb., ellenőrző idomok készítéséhez, a kapcsolódás vizsgálatához stb.

3.1.3. Kúpos csavarfelületek típusai, egyenletei

A spiroid hajtópár kúpos csigájának fogfelületét hasonló módon lehet származtatni, mint a hengeres csigáét, de a szerszám axiális elmozdulásával (p_a) egyidőben - a csiga kúposágától függő - a szerszám tangenciális eltolását is biztosítani kell. Mindezek jól érzékelhetők a 3.5.-3.7. ábrákon, amelyekken bemutatjuk a csavarfelületek típusait és a felületek egyenleteit is. A vonalfelületű hengeres csigához hasonlóan a spiroid csiga felülete esetén is értelmezhetők a különböző - evolvens, archimedesi, konvolut - csavarfelületek. De hasonlóan értelmezhetőek nem vonalfelületű kúpos csavarfelületek is (lásd 3.5. ábra), valamint [50].

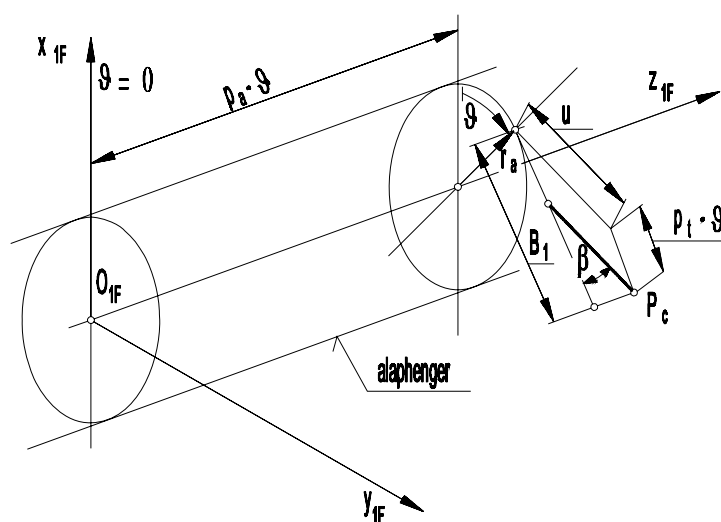


"Kúpos archimedesi" csavarfelület egyenlete:

$$\mathbf{r}_{1F} = \begin{bmatrix} -B_1 \cdot \sin \vartheta \\ +B_1 \cdot \cos \vartheta \\ u \cdot \sin \beta + p_a \cdot \vartheta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.28.)$$

3.5. ábra

"Kúpos archimedesi" csavarfelület alkotója általános helyzetben



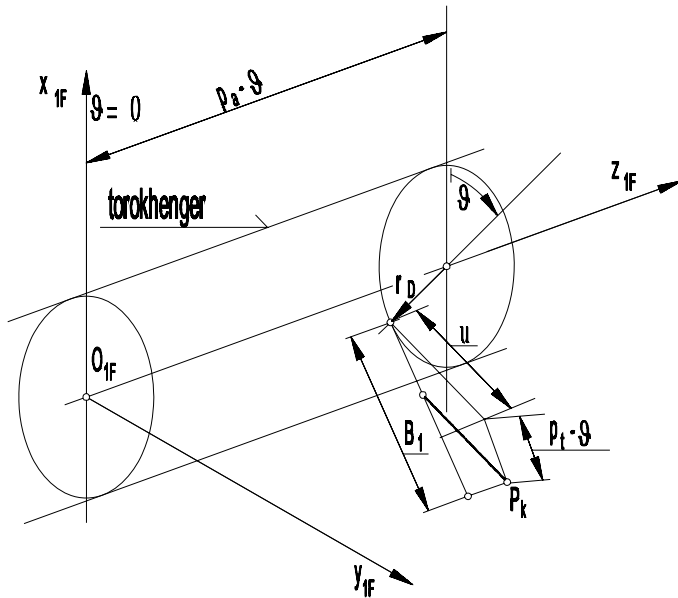
"Kúpos evolvens" csavarfelület egyenlete:

$$\mathbf{r}_{1F} = \begin{bmatrix} -B_1 \cdot \sin \vartheta + r_a \cdot \cos \vartheta \\ B_1 \cdot \cos \vartheta + r_a \cdot \sin \vartheta \\ u \cdot \sin \beta + p_a \cdot \vartheta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.29.)$$

ahol $r_a = p_a \cdot \text{ctg} \beta - p_t$

3.6. ábra

"Kúpos evolvens" csavarfelület alkotója általános helyzetben



"Kúpos konvolut" csavarfelület egyenlete:

$$\mathbf{r}_{1F} = \begin{bmatrix} -B_1 \cdot \sin \vartheta - r_t \cdot \cos \vartheta \\ B_1 \cdot \cos \vartheta - r_t \cdot \sin \vartheta \\ u \cdot \sin \beta + p_a \cdot \vartheta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.30.)$$

3.7. ábra
"Kúpos konvolut" csavarfelület alkotója általános helyzetben

A 3.5., 3.6. ábrára vonatkozóan:

$$B_1 = u \cdot \cos \beta + p_t \cdot \vartheta \quad (3.31.)$$

$$p_t = p_a \cdot \operatorname{tg} \delta_1 \quad (3.32.)$$

$\delta_1 =$ a kúposság jellemzője ($\delta_1 \geq 0$)

Az általános vonalfelületű kúpos csavarfelület

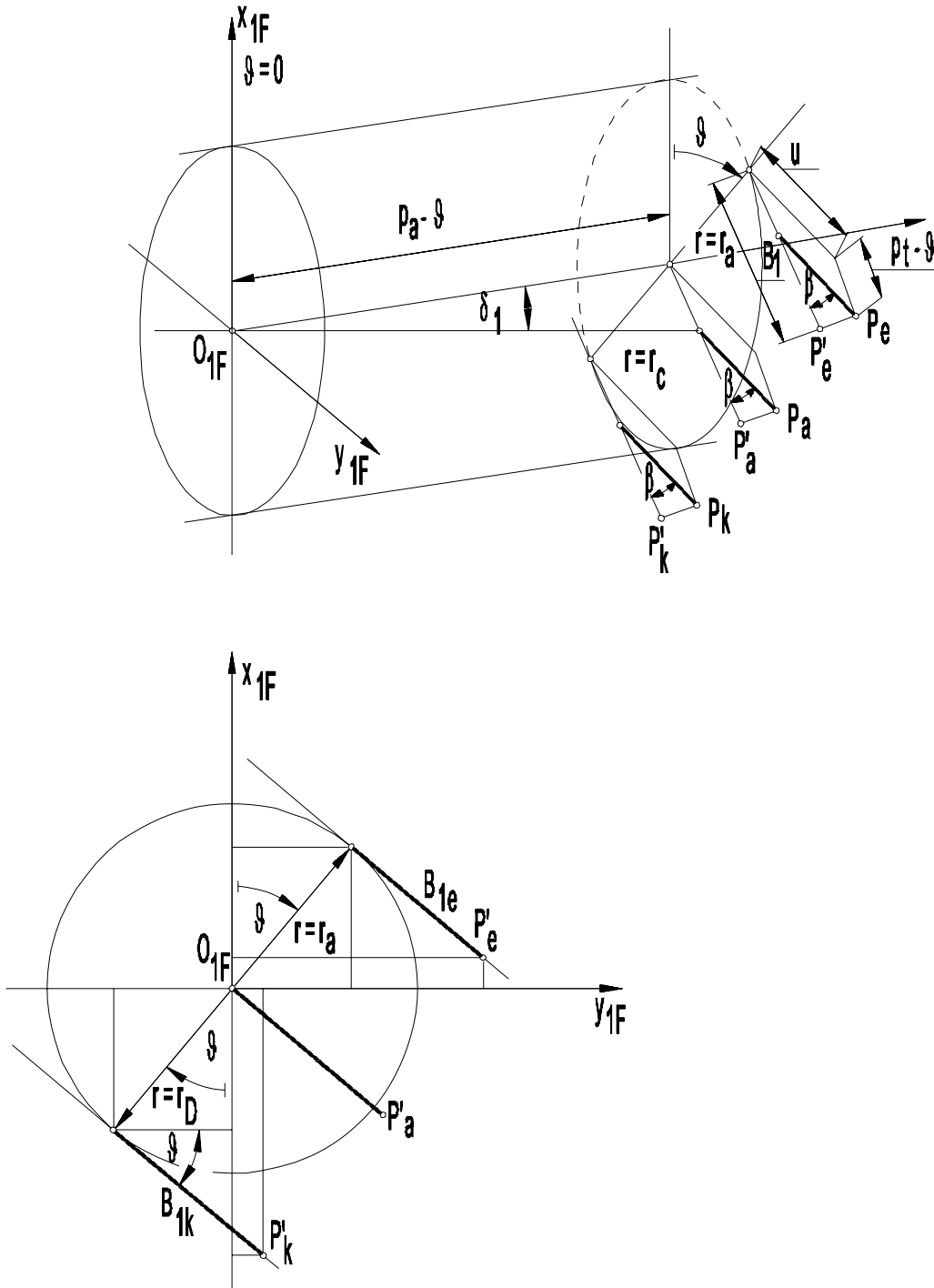
Az előzőekben ismertett kúpos csavarfelületek általános pontjainak célszerű megadásával az általános felületi ponthoz tartozó helyvektorok olyan alakjához jutottunk, melyekből kiindulva felírhatjuk a háromféle kúpos csavarfelület általános alakját (3.8. ábra).

$$\mathbf{r}_{1F} = \begin{bmatrix} -B_1 \cdot \sin \vartheta + r \cdot \cos \vartheta \\ B_1 \cdot \cos \vartheta + r \cdot \sin \vartheta \\ u \cdot \sin \beta + p_a \cdot \vartheta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.33.)$$

A fenti általános alak:

$$\left. \begin{array}{l} r = 0 \text{ esetén archimedesi,} \\ r = r_a = p_a \cdot \operatorname{ctg} \beta - p_t > 0 \text{ esetén evolvens,} \\ 0 < r = r_D < r_a \text{ esetén konvolut csavarfelületet ad.} \end{array} \right\} \quad (3.34.)$$

$\delta_1 = 0$ esetén mindhárom esetben a megfelelő típusú hengeres csigát kapjuk eredményül.



3.8. ábra
Vonalfelületű kúpos csavarfelületek származtatásának összefoglaló ábrája

3.2. Továbbfejlesztett, változó tengelytávú gyártás kinematikai modelljének matematikai leírása az állandó menetemelkedésű hengeres, kúpos csavarfelületek, illetve csigák és szerszámaik vizsgálatára

Az állandó menetemelkedésű hengeres és kúpos csavarfelületek, illetve csigák és szerszámaik kapcsolódásának vizsgálatára a Dudás-féle [50] általános matematikai modell ismeretében egy új matematikai modellt (3.10. ábra) fejleszttem ki. A korábbiaktól eltérően a hengeres és kúpos csigák hajtásainak és megmunkálásának egy matematikai modellben való kezelésére a csigák azonos tengelyvonalának esetén történik. Ezen modell felfogás egy új CNC gép létezését feltételezi, amellyel változó tengelytáv ($a_0 \pm p \cdot \varphi_1$) esetén a geometriailag helyes gyártás lehetséges.

Az új modell tartalmazza az a technológiai tengelytáv változása melletti megmunkálást, amelyhez új NC gép tervezése szükségeltetik. A hagyományos menetkőszőrűgépeken (pl. KM-250 Csepel) 5° -os asztal elfordulás van biztosítva. Ezen érték a kúpos csigák ($\delta_1 > 5^\circ$) gyártásához nem kielégítő.

A disszertációban közölt matematikai modell megoldja az alábbi problémákat:

- A gépasztal korlátozott szögelfordulása ($\delta_1 \max = 5^\circ$), amely nem teszi lehetővé a kúpos csigák egyszerű megmunkálását.
- A szokásos menetkőszőrűgépek keresztirányú, a csiga tengelyvonalára merőleges vezérlésének hiánya a kúpos csigák tengelyének szögelfordítással történő gyártása esetén sebességingadozáshoz vezet. Ennek kiküszöbölésére alkalmas matematikai modell hiánya.
- A kúpos csavarfelület menetének emelkedési problémái a befogócsúcs, illetve középpont eltolásos megoldással ($\delta_1 > 0^\circ$) történő megmunkálás esetén.

Az a), b), c) pontban felvetett problémát a 3.9. ábrán követhetjük.

A 3.9. ábra a csúcspont eltolással gyártott kúpos csiga ($\delta_1 > 0^\circ$) menesztésével járó problémát szemlélteti.

- 3.9.a) ábra 1. $\delta_1 = 0$ állapot a gépasztal alaphelyzete
 2. $\delta_{\max} = 5^\circ$ -ra állított csúcslállítás
- 3.9.b) ábra A menesztés elrendezésének matematikai elvi folyamata
- 3.9.c) ábra A menesztőszív felfogása

A kúpos menesztésből adódó problémák:

- A tokmány kerületi sebessége $v_t = r \cdot \omega$.
- A menesztő csap érintkezési pontjának sebessége (állandó)

$$\mathbf{v}_m = r_m \cdot \boldsymbol{\omega}_g,$$

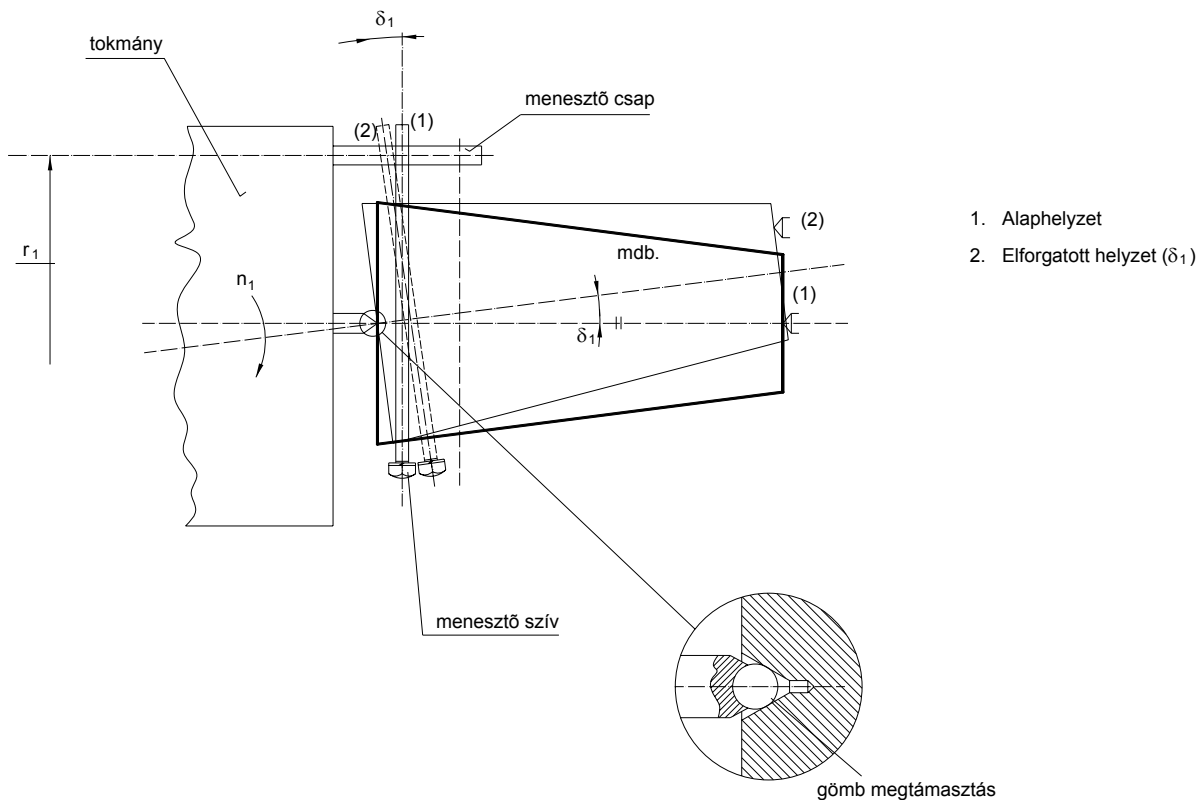
A munkadarab szögsebessége

$$\boldsymbol{\omega}_{g_{\text{mdb}}} = \frac{\mathbf{v}_m}{r_2} = \frac{r_2 \cdot \boldsymbol{\omega}_g}{r_2} \quad (\text{változó}) \quad (3.35.)$$

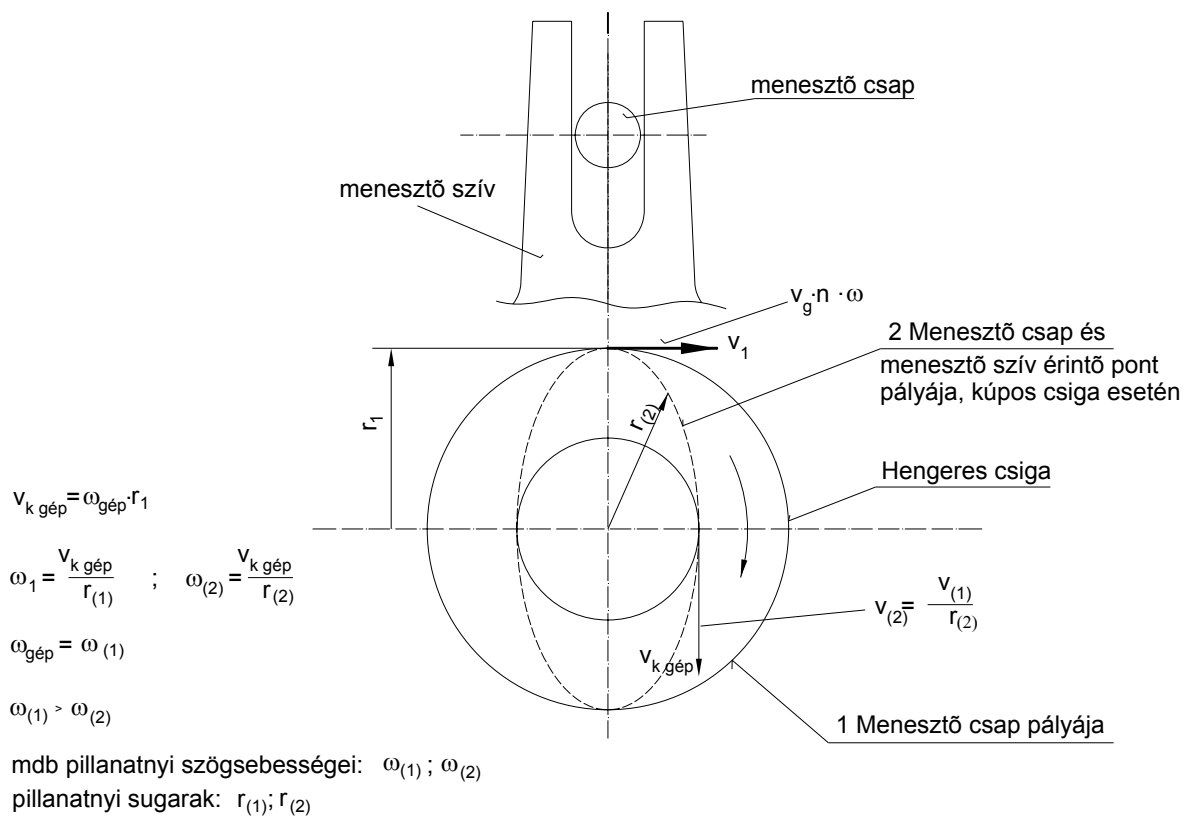
A változó szögsebesség miatt, hol nagyobb, hol kisebb kerületi sebesség áll elő, amely a menetemelkedést befolyásolja a

$$H = p \cdot \boldsymbol{\omega}_{g_{\text{mdb}}} \quad (3.36.)$$

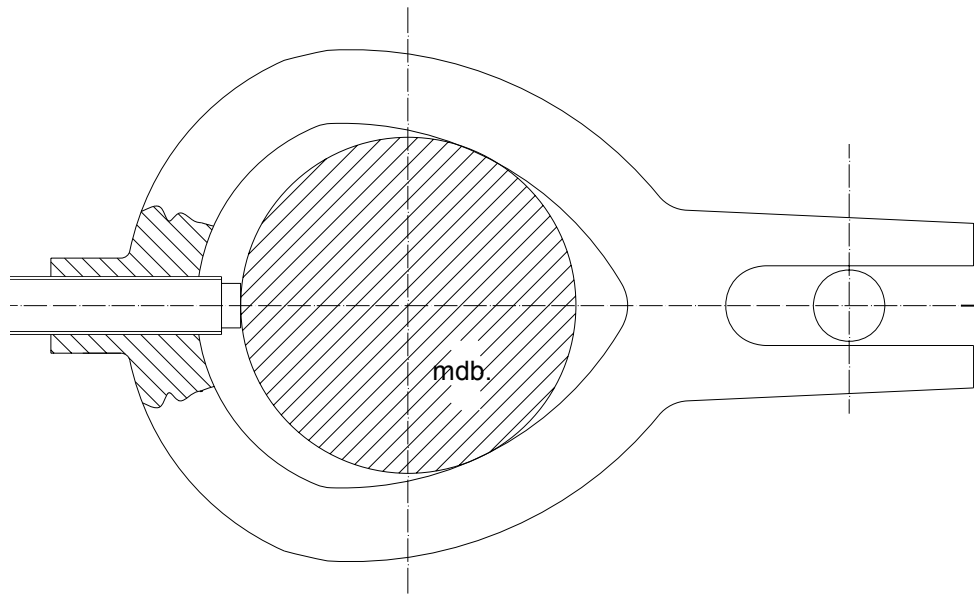
összefüggés értelmében. A fent említett a), b), c) problémákra megoldást jelent egy új NC gép megépítése illetve a hozzá szükséges új matematikai modell megalkotása.



a) A csúcs eltolása a kúpos csiga megmunkálásánál



b) A meneztés matematikai elvi elrendezése



c) Menesztő szív felfogása

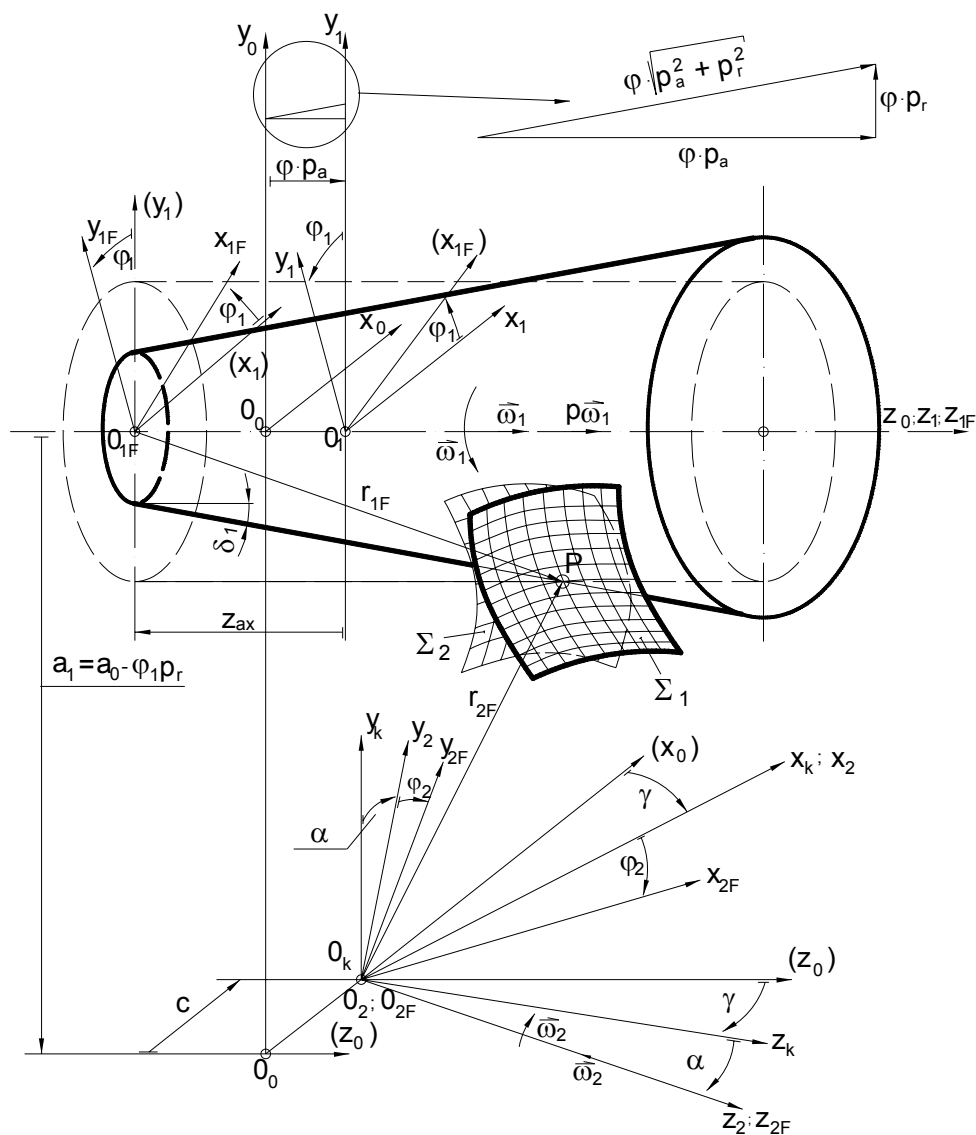
3.9. ábra

Kúpos csiga menesztése a menet megmunkálásánál

A szegnyereg csúcs elállítása révén (ezáltal a kúpos alkotó párhuzamos lesz a köszörűkorong tengelyével) a csiga menesztése a főorsó körforgása révén és a szögben álló, forgó menesztőszív miatt, a csigatengelyre merőleges síkban ellipszis pályán történik.

Ennek következtében a munkadarab szögsebessége ingadozik. Ebből adódik, hogy a munkadarab szöghelyzetének függvényében hol kisebb, hol nagyobb a menetemelkedés, azaz ingadozik a névleges érték körül a $p \cdot \omega_1$ alapján.

Célunk az a), b) c) problémák együttes kiküszöbölése az új menetkőszörűgéppel (változó $a = a_0 \pm p \cdot \varphi_1$ tengelytávval) és az azt leíró új általános matematikai modellel. Ezt szemlélteti a 3.10. ábra.



3.10. ábra

Koordináta-rendszerek kapcsolata hengeres, illetve kúpos csavarfelületek és szerszámaik gyártáselméletének általános vizsgálatánál

Az alkalmazott jelölések és koordináta-rendszerek:

- $a=a_1$ a szerszám koordináta - rendszere (O_2) kezdőpontjának y irányú koordinátája a K_0 álló koordináta-rendszerben
- c a szerszám koordináta - rendszere (O_2) kezdőpontjának x irányú koordinátája a K_0 álló koordináta-rendszerben, a szerszám kiemelés távolsága (pl. konvolut vagy evolvens csiga esetén a torokhenger, illetve alaphenger sugara)
- Z_{ax} a csiga álló koordináta-rendszere kezdőpontjának $Z_1 \equiv Z_{1F}$ tengelymenti koordinátája a csiga forgó koordinátarendszerében
- φ_1 a csavarfelület elfordulásának szöge, (szögelfordulási-, burkolási-, ill. mozgás-paraméter)
- φ_2 a szerszám elfordulásának szöge (maró v. köszörűkorong)

i_{21}	$i_{21}=\varphi_2/\varphi_1$ áttétel
γ	a szerszámnak a – hengeres csavarfelület osztóhengeri menetemelkedési szögével való – bedöntése
α	a szerszámnak a csavarfelület profiljára való döntésének a szöge, a jellegzetes metszetben (pl: evolvens csavarfelület köszörülése sík homlokfelületű köszörűkoronggal)
p	a menetemelkedés csavarparamétere
p_a	az axiális irányú csavarparaméter
p_r	radiális irányú csavarparaméter

A koordináta-rendszerek az alábbiak szerint értelmezettek:

$K_0(x_0, y_0, z_0)$	álló koordináta-rendszer, a megmunkáló szerszámgép koordináta-rendszere
$K_1(x_1, y_1, z_1)$	a lineáris mozgást végző gépasztalhoz kötött koordináta-rendszer
$K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$	csavarmozgást végző koordináta-rendszer, a csavarfelület koordináta-rendszere, melyben meghatározásra kerül a csavarfelület η , ϑ paraméteres egyenlete
$K_2(x_2, y_2, z_2)$	álló koordináta-rendszer, a szerszám koordináta-rendszere, melynek z_2 tengelye egybeesik a korong z_{2F} tengelyével.
$K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$	a szerszámhoz kötött forgó koordináta-rendszer
$K_k(x_k, y_k, z_k)$	segéd koordináta-rendszer
$K_{sz1}(\xi, \eta, \zeta)$	a generálgörbe koordináta-rendszere

Vizsgálataink során - az egységes tárgyalás kedvéért úgy fogjuk fel a kinematikai leképezést, hogy a **csavarmozgást végző felület a csavarfelület, a szerszámfelület** pedig csak **forgó mozgást végez** (illetve esztergálásnál állva marad). A mozgásviszonyokat a jobb emelkedésű csavarfelületekre, azok jobboldali menetprofiljára értelmezzük, természetesen értelemszerűen érvényesek az eredmények a bal emelkedésű csavarfelületekre és a baloldali menetprofilokra is (a menetemelkedés és a generálgörbe előjeleinek figyelembevételével).

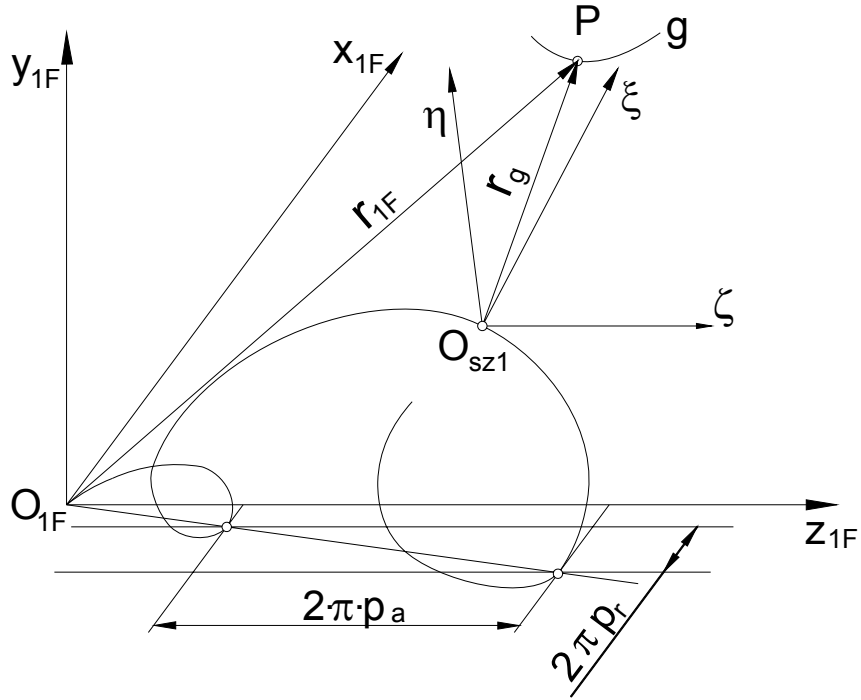
A gyártásgeometria általános tárgyalásához mindenekelőtt a hengeres csavarfelületek származtatásának egységes meghatározása szükséges, amelyet a következők szerint értelmezzünk.

Adott az \mathbf{r}_g generálgörbe a $K_{sz1}(\xi, \eta, \zeta)$ koordináta-rendszerben (3.11. ábra). Ez a generálgörbe lehet szerszámél (pl.: esztergálásnál, a kés éle a tengelymetszeti síkban) vagy érintkezési görbe (pl.: köszörülésnél). A generálgörbe egyenletének felírásánál az η paramétert válasszuk - célszerűségi okokból - független változónak.

Igy a vezérgörbe paraméteres vektor függvénye:

$$\mathbf{r}_g = \xi(\eta) \cdot \mathbf{i} + \eta \cdot \mathbf{j} + \zeta(\eta) \cdot \mathbf{k} \quad (3.37.)$$

Az \mathbf{r}_g generálgörbét hordozó $K_{sz1}(\xi, \eta, \zeta)$ koordináta - rendszerrel a ζ tengely mentén p paraméterű csavarmozgást közölve a generálgörbe egy csavarfelületet sűrol a $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ koordináta - rendszerben (3.11. ábra).



3.11. ábra

A csavarfelület \mathbf{r}_g vezérgörbéje a K_{1F} koordináta-rendszerben

Az \mathbf{r}_g homogén koordinátákkal adott vezérgörbe által sűrűlt csavarfelület a K_{1F} (x_{1F} , y_{1F} , z_{1F}) koordináta-rendszerben a következőképpen írható fel:

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{M}_{1F, SZ1} \cdot \mathbf{r}_g \quad (3.38.)$$

ahol:

- \mathbf{r}_{1F} a csavarfelület futópontjának helyvektora (homogén koordinátákkal)
- $\mathbf{M}_{1F, SZ1}$ a K_{SZ1} és K_{1F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrix

$$\mathbf{M}_{1F, SZ1} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 & \vartheta \cdot p_r \cdot \cos \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 & \vartheta \cdot p_r \cdot \sin \vartheta \\ 0 & 0 & 1 & p_a \cdot \vartheta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.39.)$$

Ha $p_r = 0$, akkor a hengeres csavarfelület származtatásának esete áll fenn.

Így a csavarfelület általános egyenlete:

$$\left. \begin{aligned} x_{1F} &= \xi(\eta) \cdot \cos \vartheta - \eta \cdot \sin \vartheta + \vartheta \cdot p_r \cdot \cos \vartheta \\ y_{1F} &= \xi(\eta) \cdot \sin \vartheta + \eta \cdot \cos \vartheta + \vartheta \cdot p_r \cdot \sin \vartheta \\ z_{1F} &= \zeta(\eta) + p_a \cdot \vartheta \end{aligned} \right\} \quad (3.40.)$$

Az $\mathbf{M}_{1F, SZ1}$ transzformációs mátrix (3.39.) felépítéséből és a csavarfelület (3.40.) általános egyenletéből látszik, hogy az \mathbf{r}_g generálgörbe és a p csavarparaméter határozza meg alapvetően a csavarfelületet.

Ugyancsak meghatározó szerepe van az \mathbf{r}_g generálógörbének a szerszámfelület származtatása esetén is. A szerszámfelület származtatásánál a meridiángörbe, vagy az érintkezési görbe jelenti a vezérgörbét.

Értelmezzük a $K_{SZ2}(x_{SZ2}, y_{SZ2}, z_{SZ2})$ koordináta - rendszerben az $\mathbf{r}_g = \mathbf{r}_{gSZ2}$ görbét, paraméterként az y_{SZ2} koordinátát választva:

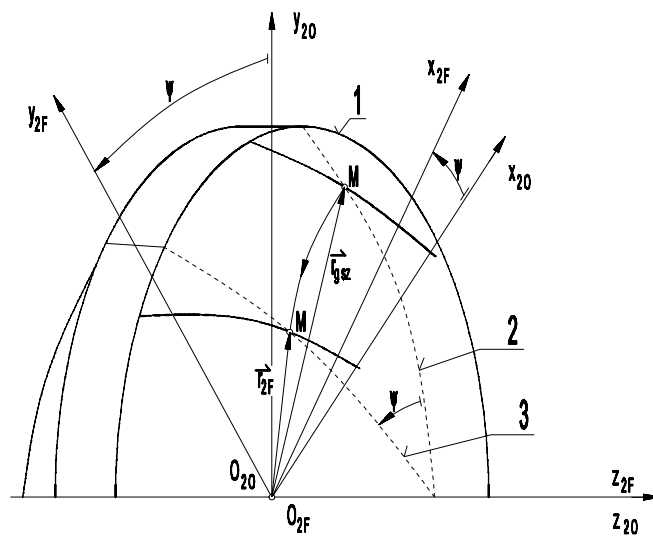
$$\mathbf{r}_{gSZ2} = x_{SZ2}(y_{SZ2}) \cdot \mathbf{i} + y_{SZ2} \cdot \mathbf{j} + z_{SZ2}(y_{SZ2}) \cdot \mathbf{k} \quad (3.41.)$$

Az \mathbf{r}_{gSZ2} generálógörbét hordozó $K_{SZ2}(x_{SZ2}, y_{SZ2}, z_{SZ2})$ koordinátarendszert a benne lévő \mathbf{r}_{gSZ2} generáló görbével együtt a $K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ koordináta-rendszerben z_{2F} körül megforgatva kapjuk K_{2F} -ben a korongfelületet. Ez a K_{2F} -ben lévő korongfelület forog ω_2 -vel a K_2 géphez kötött álló koordináta-rendszerben.

A forgástest \mathbf{r}_k karakterisztikus görbáját pontonként az $[y_{2F}, z_{2F}]$ koordinátásíkba forgatva a korong \mathbf{r}_{g2} meridián görbét kapjuk, majd ez a szerszámfelületet sűrolja a $K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ koordináta - rendszerben (3.12. ábra). A K_{2F} elfordulása K_2 -ben $\varphi_2 = i_{12} \cdot \varphi_1$.

Az \mathbf{r}_{gSZ2} görbe által sűrolt szerszámfelület a következőképpen írható fel:

$$\mathbf{r}_{2F} = \mathbf{M}_{2F, SZ2} \cdot \mathbf{r}_{gSZ2} \quad (3.42.)$$



3.12. ábra A szerszámfelület (pl. köszörűkorong) származtatása a $K_{SZ2}(x_{SZ2}, y_{SZ2}, z_{SZ2}) = K_{20}(x_{20}, y_{20}, z_{20})$ koordináta-rendszerben

A szerszám generálógörbe (\mathbf{r}_{gSZ2}) által burkolt felület a K_{2F} koordináta-rendszerben

1. a generálógörbe által sűrolt felület
2. alaphelyzet
3. Ψ -vel való elfordulás utáni helyzet

ahol:

- \mathbf{r}_{2F} - a szerszámfelület futópontjának helyvektora
- $\mathbf{M}_{2F, SZ2}$ - a K_{2F} és a K_{SZ2} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrix

$$\mathbf{M}_{2F,SZ2} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.43.)$$

Így a forgásfelületű szerszámfelület egyenlete:

$$\left. \begin{aligned} x_{2F} &= x_{SZ2}(y_{SZ2})\cos\psi - y_{SZ2}\sin\psi \\ y_{2F} &= x_{SZ2}(y_{SZ2})\sin\psi + y_{SZ2}\cos\psi \\ z_{2F} &= z_{SZ2}(y_{SZ2}) \end{aligned} \right\} \quad (3.44.)$$

Az eddigiekből is kitűnik, hogy akár a csavarfelület, akár a szerszámfelület meghatározása a cél, a felület meghatározásához egy generálgörbe ismerete szükséges. A generálgörbe meghatározásához az egymást burkoló csavarfelület-szerszámfelület párból az egyiknek az ismerete elegendő. Abban az esetben, ha a generálgörbe a keresett felület koordináta-rendszerében ismert (pl: esztergált csavarfelület esetén) akkor a felület (3.39) vagy (3.44) szerint közvetlenül meghatározható, ill. - ha ez érintkezési görbe - akkor a megfelelő koordináta-rendszerbe transzformálva bármelyik felület meghatározható.

3.2.1. Az ismertett modell alkalmazási lehetőségei

A modell egyaránt alkalmas csavarfelületek egy- és többelű határozott, vagy határozatlan élgeometriájú szerszámmal való megmunkálásának, valamint a megmunkáláshoz szükséges szerszámok tervezésére, a 3.10. ábrán feltüntetett $a=a_0$, c , α , γ paraméterek megfelelő megválasztásával - a szabványban rögzítettekén túlmenően - minden speciális profilú csavarfelület esetére is.

A csavarfelület a megmunkáló szerszámfelület viszonylagos mozgásbeli burkolója.

A két felület a relatív mozgásban egy térbeli görbe vonal mentén érintkezik egymással, melynek minden pontjára érvényes a kapcsolódás általános törvénye:

$$\mathbf{n}^{(1)} \cdot \mathbf{v}^{(12)} = \mathbf{n}^{(2)} \cdot \mathbf{v}^{(12)} = 0 \quad (3.45.)$$

ahol:

- $\mathbf{n}^{(1)}$ a csavarfelület normálvektora
- $\mathbf{n}^{(2)}$ a szerszámfelület normálvektora
- $\mathbf{v}^{(12)}$ a csavarfelület és a szerszámfelület közötti relatív sebességvektor

Az érintkezési görbe ismerete lehetővé teszi a szerszám (*a*) *direkt eset*), vagy a csavarfelület (*b*) *indirekt eset*) meghatározását.

Megjegyzés: ez az elmélet a gyakorlatban az elmetszés miatt módosulhat.

a) Direkt feladat: adott csavarfelület megmunkálásához szükséges szerszám tervezése

A **direkt feladat** megoldása (a munkadarab felülete ismert) - amikor \mathbf{r}_{1F} ismeretében keressük az \mathbf{r}_{2F} felületet, illetve az érintkezési vonal pontjait.

Adott az $\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta)$ kétparaméteres vektor-skalár függvénnyel a $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ koordináta-rendszerben a megmunkálandó felület.

Határozzuk meg az \mathbf{n}_{1F} normál vektort:

$$\mathbf{n}_{1F} = \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \eta} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \vartheta} \quad (3.46.)$$

A két felület közötti relatív sebesség a csiga K_{1F} és a szerszám K_{2F} koordináta-rendszere közötti transzformáció alapján határozható meg a K_{2F} rendszerben:

$$\mathbf{v}_{2F}^{(12)} = \frac{d}{dt} \cdot \mathbf{r}_{2F} = \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_{2F,1F}) \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.47.)$$

A szükséges szerszámfelület meghatározásához a $\mathbf{v}_{2F}^{(12)}$ vektort a $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ koordináta-rendszerbe kell transzformálnunk, így

$$\mathbf{v}_{1F}^{(12)} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \mathbf{v}_{2F}^{(12)} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_{2F,1F}) \cdot \mathbf{r}_{1F} = \mathbf{P}_{1a} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.48.)$$

Ahol:

$$\mathbf{P}_{1a} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{M}_{2F,1F}) \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.49.)$$

az új modell „kinematikai leképezés mátrixa”.

Ezek után

$$\mathbf{v}_{1F}^{(12)} = \mathbf{P}_{1a} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (3.50.)$$

Az

$$\mathbf{n}_{1F}(\eta, \vartheta) \cdot \mathbf{v}_{1F}(\eta, \vartheta) = 0 \quad (3.51.)$$

egyenletet valamelyik belső paraméterre (pl: η) megoldva,

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \quad (3.52.)$$

felhasználásával kapjuk a felületek közötti érintkezési görbe egyenletét:

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta(\vartheta), \vartheta) = \mathbf{r}_{1F}(\vartheta)$$

alakban, melyet az

$$\mathbf{r}_{1F}(\vartheta) = \mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \mathbf{r}_{1F}(\vartheta) \quad (3.53.)$$

transzformációval a szerszám generáló-rendszerében is felírhatunk, megkapva így a generált szerszámfelület generálógörbáját. Az összefüggésben az $\mathbf{M}_{2F,1F}$ és az $\mathbf{M}_{1F,2F}$ a K_{1F} és K_{2F} koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrixok.

b) Indirekt feladat: adott szerszámfelület esetén a keletkező csavarfelület meghatározása

Az **indirekt feladat** megoldása során - amikor \mathbf{r}_{2F} adott a K_{2F} koordináta-rendszerben, azaz a megmunkáló szerszám felülete ismert -, a direkt feladatnál megismert elvet alkalmazhatjuk, csupán a transzformációk iránya változik meg.

Hasonlóan járunk el, mint az **a)** esetben.

Adott az

$$\mathbf{r}_{2F} = \mathbf{r}_{2F}(y_{SZ2}, \psi) \quad (3.54.)$$

felület egyenlete.

Az \mathbf{r}_{1F} felület a burkoló felületek elmélete szerint az \mathbf{r}_{2F} által a mozgás során előállított felületsereg mozgásparaméter szerinti módszerből adódó karakterisztikus görbék seregéként nyerhető, melyek közül az egyik pillanatnyi görbét az

$$\mathbf{n}_{2F} \cdot \mathbf{v}_{2F}^{(21)} = 0 \quad \text{és} \quad \mathbf{r}_{1F} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \mathbf{r}_{2F} \quad (3.55.)$$

együttes megoldásával állítható elő a K_{1F} koordináta-rendszerben, ahol

$$\mathbf{n}_{2F} = \frac{\partial \mathbf{r}_{2F}}{\partial y_{SZ2}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{2F}}{\partial \psi}; \quad \mathbf{v}_{2F}^{(21)} = \mathbf{P}_{2a} \cdot \mathbf{r}_{2F}. \quad (3.56.)$$

Határozzuk meg az indirekt feladat konkrét megoldásához is a \mathbf{P}_{2a} mátrixot:

$$\mathbf{P}_{2a} = \mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{1F,2F}}{dt}. \quad (3.57.)$$

az $\mathbf{M}_{1F,2F}$ mátrixot a (3.65.) az $\mathbf{M}_{2F,1F}$ mátrixot a (3.64.) mutatja.

Ezzel:

$$\mathbf{n}_{2F} \cdot \mathbf{v}_{2F}^{(21)} = 0 \quad (3.58.)$$

és

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \mathbf{r}_{2F} \quad (3.59.)$$

együttes megoldásával a karakterisztika, majd ennek ismeretében a keresett csavarfelület egyenlete előállítható. Kúpos \mathbf{r}_{1F} esetén a karakterisztika paraméteres alakja szükséges.

A 3.10. ábrán megadott általános kinematikai viszonyokat leképező koordináta-rendszerek esetére meghatározzuk a derivált $\left(\frac{d}{dt} \mathbf{M}_{1F,2F} \right)$ mátrixot. A \mathbf{P}_{1a} és \mathbf{P}_{2a} kinematikai leképezés mátrixait (3.70.) és (3.73.) alatt adjuk meg.

Az a) (*direkt*) és b) (*indirekt*) esetben megkapott \mathbf{r}_{2F} illetve \mathbf{r}_{1F} felületek előállítása korszerű CNC gépen vagy hagyományos gép megfelelő kiegészítésével megoldható.

A felülettervező programok (CAD) futtatásával kapott adatokból generált CNC mondatok révén a csavarfelületek, vagy a szerszámaik gyártása automatizálható (CAM). Erre mutat példát a 4.19. és a 4.20. ábra.

c) Az átviteli mátrixok meghatározása

Az 1-es taghoz kötött K_{1F} koordináta-rendszer kezdőpontja alaphelyzetben ($t=0$ időpontban) egybeesik a K_1 álló koordináta-rendszer kezdőpontjával.

A 2-es tag tengelyéhez kötött K_2 álló koordináta-rendszernek az K_1 álló rendszerhez viszonyított relatív helyzetét az a változó (tengelytáv) határozza meg többek között.

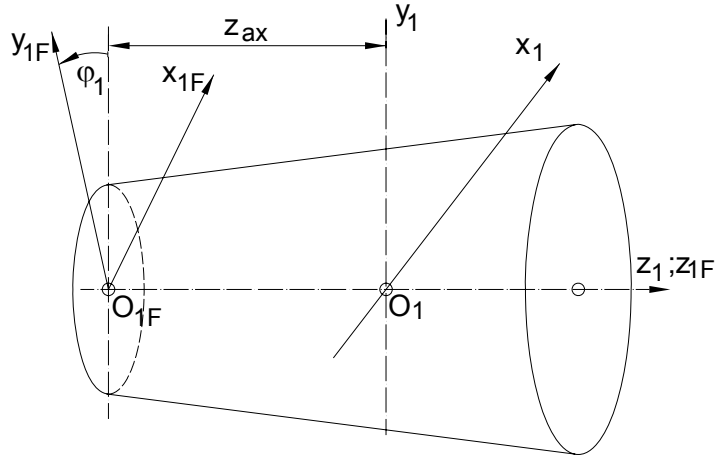
A K_{1F} koordináta-rendszer és a K_{2F} koordináta-rendszer közötti transzformációs mátrixok:

A 3.10. ábra alapján:

$$\mathbf{M}_{2F,1F} = \mathbf{M}_{2F,2} \cdot \mathbf{M}_{2,K} \cdot \mathbf{M}_{K,0} \cdot \mathbf{M}_{0,1} \cdot \mathbf{M}_{1,1F}, \text{ illetve} \quad (3.60.)$$

$$\mathbf{M}_{1F,2F} = \mathbf{M}_{1F,1} \cdot \mathbf{M}_{1,0} \cdot \mathbf{M}_{0,K} \cdot \mathbf{M}_{K,2} \cdot \mathbf{M}_{2,2F}. \quad (3.61.)$$

Az $\mathbf{M}_{1,1F}$; $\mathbf{M}_{1F,1}$, az $\mathbf{M}_{0,1}$; $\mathbf{M}_{1,0}$, az $\mathbf{M}_{2F,2}$; $\mathbf{M}_{2,2F}$ mátrixok felírása a 3.13-3.17. ábra szerint követhető.

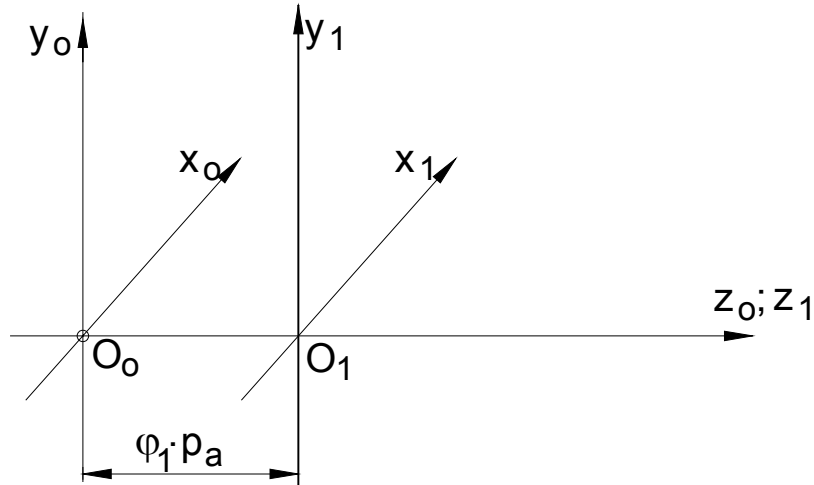


3.13. ábra

K_1 és K_{1F} koordináta-rendszerek kapcsolata

A 3.13. ábrán látható koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrixok a következő formába írhatók:

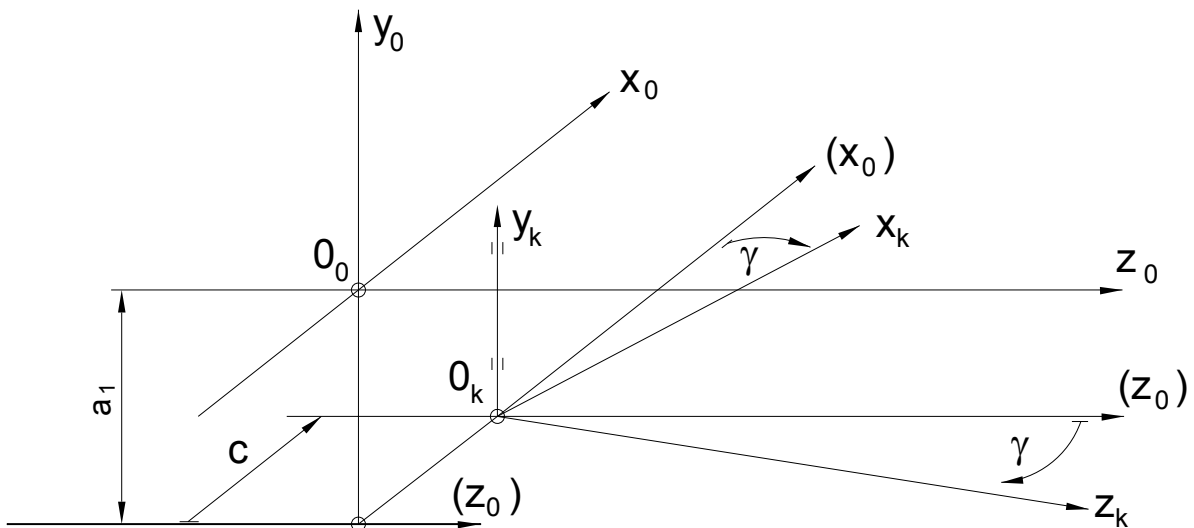
$$\mathbf{M}_{1,1F} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_{ax} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{1F,1} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{ax} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.62.)$$



3.14. ábra
K₁ és K₀ koordináta-rendszerek kapcsolata

A 3.14. ábrán látható koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrixok a következő formába írhatók:

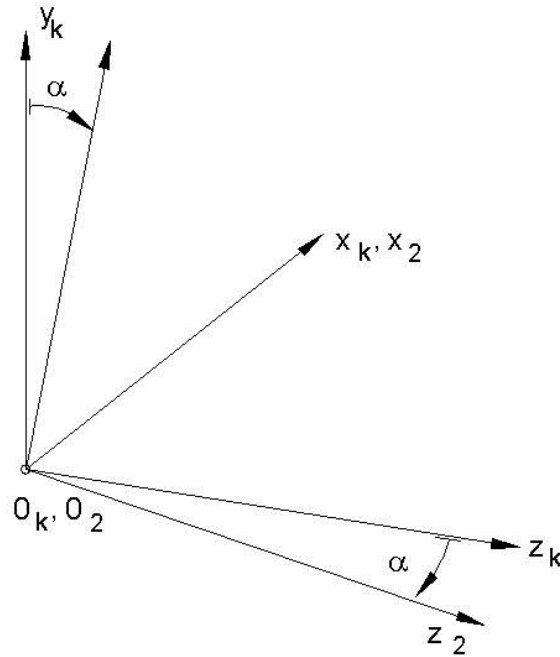
$$\mathbf{M}_{0,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \varphi \cdot P_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{1,0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\varphi \cdot P_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.63.)$$



3.15. ábra
K₀ és K_k koordináta-rendszerek kapcsolata

A 3.15. ábrán látható koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrixok a következő formába írhatók:

$$\mathbf{M}_{K,0} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma & -c \cdot \cos \gamma \\ 0 & 1 & 0 & a_0 - \varphi_1 \cdot p_r \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & c \cdot \sin \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{0,K} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma & c \\ 0 & 1 & 0 & -a_0 + \varphi_1 \cdot p_r \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.64.)$$

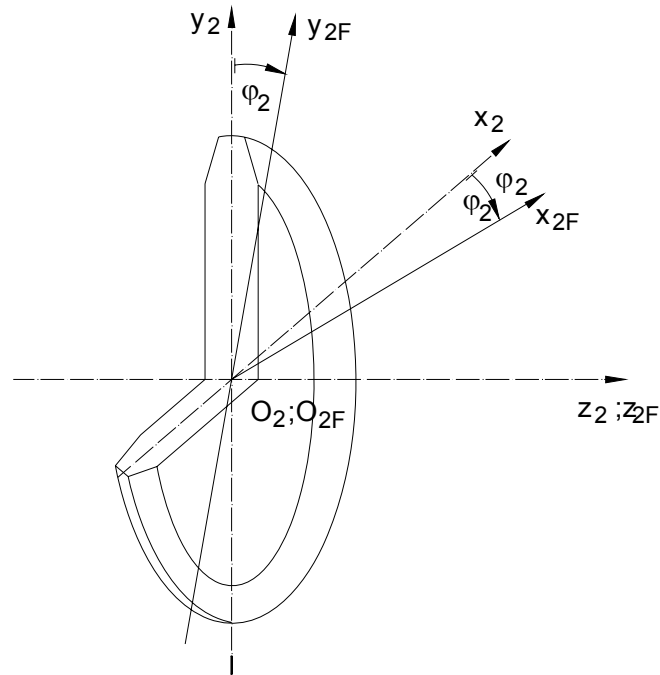


3.16. ábra

K_2 és K_K koordináta-rendszerek kapcsolata

A 3.16. ábrán látható koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrixok a következő formába írhatók:

$$\mathbf{M}_{2,K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{K,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.65.)$$



3.17. ábra

K_2 és K_{2F} koordináta-rendszerek kapcsolata

A 3.17. ábrán látható koordináta-rendszerek közötti transzformációs mátrixok a következő formába írhatók:

$$\mathbf{M}_{2F,2} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & -\sin\varphi_2 & 0 & 0 \\ \sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{2,2F} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & \sin\varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.66.)$$

$$\mathbf{M}_{2F,1F} = \mathbf{M}_{2F,0} \cdot \mathbf{M}_{0,1F}$$

$$\mathbf{M}_{2F,1F} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_2 & -(a_o \cdot \cos \alpha + c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma - z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_2 \\ +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \alpha \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 & -(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \cos \alpha) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ +\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & -(c \cdot \cos \gamma + z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \varphi_2 \\ & & & +p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \\ \\ +\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 & -(c \cdot \cos \gamma + z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_2 \\ +\cos \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_2 & +p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \\ -\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\cos \alpha \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & +(a_o \cdot \cos \alpha + c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma - z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_2 \\ & & & +(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \cos \alpha) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \\ \\ -\sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 & +\cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & +\cos \alpha \cdot \cos \gamma & +(p_a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha) \cdot \varphi_1 \\ -\cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & -\sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 & & -a_o \cdot \sin \alpha + c \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \\ \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3.67.)

$$\mathbf{M}_{1F,2F} = \mathbf{M}_{1F,0} \cdot \mathbf{M}_{0,2F}$$

$$\mathbf{M}_{1F,2F} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 & -a_o \cdot \sin \varphi_1 \\ +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\cos \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -\cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & +p_r \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ +\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & +c \cdot \cos \varphi_1 \\ -\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -c \cdot \sin \varphi_1 \\ -\cos \alpha \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -\sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 & -a_o \cdot \cos \varphi_1 \\ -\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\cos \alpha \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & +p_r \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ -\sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 & +\cos \alpha \cdot \cos \gamma & -p_a \cdot \varphi_1 + z_{ax} \\ +\sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 & +\sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_2 & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3.68.)

$$\frac{d\mathbf{M}_{2F,1F}}{dt} = \begin{bmatrix}
 -\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & (\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 & +(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma + i \cdot c \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma \\
 -(\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_2 & +p_r \cdot \cos \alpha) \cdot \sin \varphi_2 \\
 -(i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & -i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \\
 +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -(i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & +(p_a \cdot \sin \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \\
 & & & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot c) \cdot \cos \varphi_2 \\
 & & & -(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \\
 \\
 -(i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_2 & +(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \\
 +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -(i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 & +p_a \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_2 \\
 +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -(\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & -(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \\
 +(\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & +(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \cos \alpha - i \cdot c \cdot \cos \gamma \\
 & & & -i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \varphi_2 \\
 & & & +i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \\
 \\
 \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 & 0 & +p_a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \\
 -\sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 & +\cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & & \\
 \\
 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

(3.69.)

$$\mathbf{P}_{1a} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \mathbf{M}_{2F,1F}$$

$$\mathbf{P}_{1a} = \begin{bmatrix} 0 & -1 - i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma & +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -(a_0 + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r + i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \\ & & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 & + (i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + p_r) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & - (i \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - c - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & -i \cdot (p_a \cdot \sin \alpha - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ 1 + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma & 0 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 & + (i \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - c - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \varphi_1 \\ & & +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & +i \cdot (p_a \cdot \sin \alpha - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & - (a_0 + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r + i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & + (i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + p_r) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ -i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 & 0 & - (p_a + i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma) \cdot \varphi_1 \\ +i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 & -i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & & -i \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha + p_a + z_{ax} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3.70.)

$$\mathbf{v}_{1F}^{(12)} = \begin{bmatrix} 0 \cdot x_{1F} & -(1 + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot y_{1F} & + (i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 - i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1) \cdot z_{1F} & - (a_o + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r + i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & + (i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + p_r) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & - (i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - c - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & - i \cdot (p_a \cdot \sin \alpha - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ \\ (1 + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot x_{1F} & + 0 \cdot y_{1F} & + (i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 + i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1) \cdot z_{1F} & + (i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - c - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & + i \cdot (p_a \cdot \sin \alpha - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & - (a_o + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r + i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & + (i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + p_r) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ \\ - (i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 - i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1) \cdot x_{1F} & - (i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 + i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1) \cdot y_{1F} & + 0 \cdot z_{1F} & - (p_a + i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma) \cdot \varphi_1 \\ & & & - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha + p_a + z_{ax} \\ \\ & & 0 & \end{bmatrix}$$

(3.71.)

A \mathbf{P}_{1a} átviteli mátrix elemeinek számítási részleteit az M1 mellékletben ismertetjük.

Ennek inverze, a \mathbf{P}_{2a} ugyanezen elv alapján a

$$\mathbf{P}_{2a} = \mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{1F,2F}}{dt}$$

képlet szerint számítható.

Ehhez meg kell határozni a $\frac{d\mathbf{M}_{1F,2F}}{dt}$ mátrixot:

$$\frac{d\mathbf{M}_{1F,2F}}{dt} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -(i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -(c - p_r) \cdot \sin \varphi_1 \\ -(\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 & -a_o \cdot \cos \varphi_1 \\ -(i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & +p_r \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +(\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & \\ \\ +(\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 & +a_o \cdot \sin \varphi_1 \\ -\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -(i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & -p_r \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -(\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & +(p_r - c) \cdot \cos \varphi_1 \\ - (i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & \\ \\ -i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_2 & 0 & -p_a \\ -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_2 & +i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 & & \\ \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3.72.)

$$\mathbf{P}_{2a} = \begin{bmatrix}
 0 & +i + \cos\alpha \cdot \cos\gamma & -\sin\gamma \cdot \sin\varphi_2 & +(c \cdot \cos\alpha - p_r \cdot \cos\alpha - a_o \cdot \sin\alpha \cdot \sin\gamma + p_a \cdot \sin\alpha \cdot \cos\gamma) \cdot \sin\varphi_2 \\
 & & -\sin\alpha \cdot \cos\gamma \cdot \cos\varphi_2 & +p_r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin\varphi_2 \\
 & & & -(a_o \cdot \cos\gamma + p_a \cdot \sin\gamma) \cdot \cos\varphi_2 \\
 & & & +p_r \cdot \cos\gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 \\
 -i - \cos\alpha \cdot \cos\gamma & 0 & -\sin\alpha \cdot \cos\gamma \cdot \sin\varphi_2 & -(a_o \cdot \cos\gamma + p_a \cdot \sin\gamma) \cdot \sin\varphi_2 \\
 & & +\sin\gamma \cdot \cos\varphi_2 & +p_r \cdot \cos\gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin\varphi_2 \\
 & & & +(a_o \cdot \sin\alpha \cdot \sin\gamma - c \cdot \cos\alpha - p_a \cdot \sin\alpha \cdot \cos\gamma + p_r \cdot \cos\alpha) \cdot \cos\varphi_2 \\
 & & & -p_r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 \\
 +\sin\gamma \cdot \sin\varphi_2 & +\sin\alpha \cdot \cos\gamma \cdot \sin\varphi_2 & 0 & -p_r \cdot \cos\alpha \cdot \sin\gamma \cdot \varphi_1 \\
 +\sin\alpha \cdot \cos\gamma \cdot \cos\varphi_2 & -\sin\gamma \cdot \cos\varphi_2 & & +a_o \cdot \cos\alpha \cdot \sin\gamma + (c - p_r) \cdot \sin\alpha - p_a \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma \\
 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

(3.73.)

A modell a gyakorlatban előforduló állandó emelkedésű kúpos- és hengeres csavarfelületek kapcsolódása, valamint hagyományos határozott élgeometriájú szerszámmal, például esztergakéssel vagy forgástest alakú szerszámmal való megmunkálásának, illetve kapcsolódásának vizsgálatára alkalmas.

Segítségével módunkban áll meghatározni az érintkezési vonalat mind megadott r_{1F} felületből kiindulva (**direkt feladat**), mind megadott r_{2F} felület ismeretében (**inverz-indirekt feladat**). A meghatározott érintkezési vonalat pedig vezérgörbéként felhasználva (3.40) szerint határozhatjuk meg az általa leírt 2. (szerszám) felületet, valamint (3.41) összefüggés felhasználásával az 1. (munkadarab) felületet.

Az 1. (munkadarab) felület hengeres vagy kúpos csavarvonal hordozójú tetszőleges generáló görbéjű (menetszelvényű) felület lehet.

3.2.2. Az új, közös tengelyű hengeres és kúpos csigák hajtásaik és megmunkálásaik kezelésére kifejlesztett új modell alkalmazási területének összefoglalása

A 2. (szerszám) felület céljára elsősorban forgásfelületet előnyös megadni, de elképzelhető más, pl. $\varphi_2 =$ állandó értékkel megadott határozott élgeometriájú egyélű szerszám is. A gyakrabban alkalmazott munkadarab- és szerszámfelület típusok a 3.11. táblázatban vannak megadva, jelezve az egyes esetekben 0 értéket felvevő geometriai paramétereket is.

Egy jellegzetes esete kiragadva a megmunkálási elrendezéséből a 3.18.c) ábrán, illetve két kapcsolódási eset paraméterezése 3.18.a) és a 3.18.b) ábrán látható az új modell alapján.

A kezelhető variációk sokaságát e disszertáció keretében nem áll módunkban teljes terjedelemben ismertetni, de a kiválasztott konkrét esetre az előzőek alapján a geometriai paraméterezés könnyen elvégezhető.

Szerszám típusa	Tárcsa-alakú maró, illetve korong											
Munkadarab típusa	Hengeres						Kúpos					
Mozgásgeometriai jellemző	ZA	ZI*	ZI**	ZN	ZT	ZK	KA	KI*	KI**	KN	KT	KK
a	>0	>0	>0	>0	>0	0	>0	>0	>0	>0	>0	>0
c	0	0	≠0	0	0	0	0	0	≠0	0	0	0
α	0	0	>0	0	0	0	0	0	>0	0	0	0
γ	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0
δ	0	0	0	0	0	0	>0	>0	>0	>0	>0	>0
P_a	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0
P_r	0	0	0	0	0	0	>0	>0	>0	>0	>0	>0
Szerszám típusa	Csapos korong, illetve ujjmaró											
Munkadarab típusa	Hengeres						Kúpos					
Mozgásgeometriai jellemző	ZA	ZI*	ZI**	ZN	ZT	ZK	KA	KI*	KI**	KN	KT	KK
a	>0	>0	-	>0	>0	>0	>0	>0	-	>0	>0	>0
c	0	0	-	0	0	0	0	0	-	0	0	0
α	-90°	-90°	-	-90°	-90°	-90°	-90°	-90°	-	-90°	-90°	-90°
γ	0	0	-	0	0	0	0	0	-	0	0	0
δ	0	0	-	0	0	0	>0	>0	-	>0	>0	0
P_a	≠0	≠0	-	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	-	≠0	≠0	≠0
P_r	0	0	-	0	0	0	>0	>0	-	>0	>0	0
Szerszám típusa	Fazékkorong, illetve késes fej											
Munkadarab típusa	Hengeres						Kúpos					
Mozgásgeometriai jellemző	ZA	ZI*	ZI**	ZN	ZT	ZK	KA	KI*	KI**	KN	KT	KK
a	>0	>0	-	>0	>0	>0	>0	>0	-	>0	>0	>0
c	≠0	≠0	-	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	-	≠0	≠0	≠0
α	>0	>0	-	>0	>0	>0	>0	>0	-	>0	>0	>0
γ	≠0	≠0	-	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	-	≠0	≠0	≠0
δ	>0	0	-	0	0	0	>0	>0	-	>0	>0	>0
P_a	≠0	≠0	-	≠0	≠0	≠0	≠0	≠0	-	≠0	≠0	≠0
P_r	0	0	-	0	0	0	>0	>0	-	>0	>0	>0

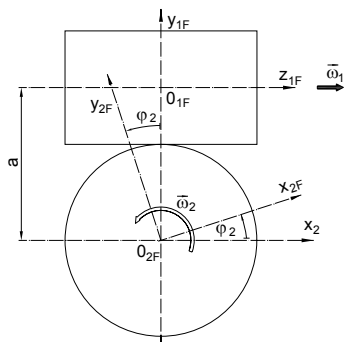
* - Kúpos koronggal való megmunkálás

** - Kiemelt (c) síkfelületű koronggal való megmunkálás

3.1. táblázat

A leggyakrabban alkalmazott munkadarab- és szerszámfelület típusok az új modell paraméterezésével

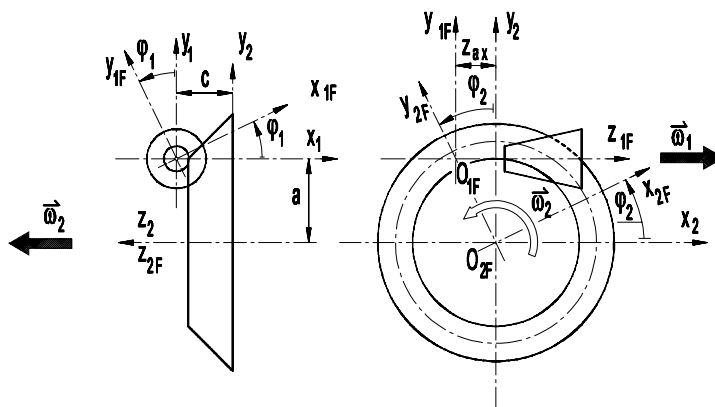
a)



$\delta=0$
 $a>0$
 $z_{ax}=0$
 $c=0$
 $\alpha=0^\circ$
 $\gamma=-90^\circ$

Hengeres csigahajtás modellje

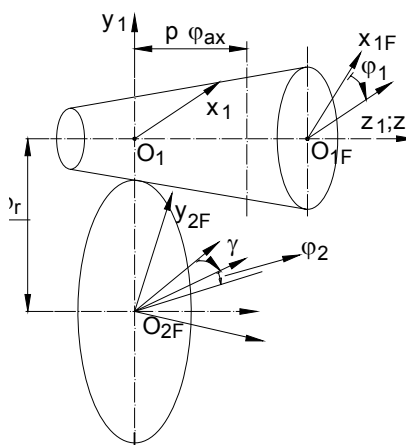
b)



$\delta>0$
 $a>0$
 $z_{ax}>0$
 $c>0$
 $\alpha=-90^\circ$
 $\gamma=0^\circ$

Spiroid hajtás modellje

c)



$\delta>0$
 $a>0$
 $z_{ax}>0$
 $c=0$
 $\alpha=-90^\circ$
 $\gamma>0^\circ$

Spiroid hajtás, köszörülés

3.18 ábra

Az új modell főbb alkalmazási területei

A 3.18. ábrán szereplő különböző technológiai, geometriai elrendezésekre vonatkozóan igazolható, hogy az új modellre megalkotott transzformációs ($\mathbf{M}_{1F,2F}$, $\mathbf{M}_{2F,1F}$)

és átviteli (\mathbf{P}_{1a} , \mathbf{P}_{2a}) mátrixok tartalmazzák az összes lehetséges esetet. Így a megfelelő paraméterek behelyettesítésével mind a hengeres, mind pedig a kúpos csigahajtások megfelelő mátrixai előállíthatók. Természetesen éppúgy előállíthatóak a hajtások elemeinek gyártásához szükséges megfelelő mátrixok is, mint például a 3.19. ábrán látható, tengelymetszetben körív profilú csiga gyártásának esetében, melyre a továbbiakban többször történik hivatkozás.

ZTA		
Esztergálás $a=0$ $b=z_{ax}$ $c=0$ $\alpha=0$ $\gamma=0$ $\delta=0$ $\varphi_2=0$		Kőszörűlés $a=r_{11}+R_K$ $b=z_{ax}$ $c=0$ $\alpha=0$ $\gamma>0$ $\delta=0$ $\varphi_2=i_{21}\cdot\varphi_1$

3.19. ábra

A tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga előállításának paraméterezése az új kinematikai modell szerint

4. A SZERSZÁMFELÜLETEK GEOMETRIAI VIZSGÁLATA, MATEMATIKAI ELŐÁLLÍTÁSA, PONTOKKAL ADOTT VEZÉRGÖRBÉJÉNEK BÉZIER-GÖRBÉVEL TÖRTÉNŐ MODELLEZÉSE

Az edzett csigák gyártásához szükséges szerszám profiljának, úgymint a köszörűkorong profiljának meghatározása ezen fejezet első részében a kapcsolódási viszonyok vizsgálatán alapul, míg a fejezet második részében a Dudás-féle hagyományos lefejtő szabályozó készülék működésének elvén történik.

Az edzett csigák gyártásához szükséges köszörűkorong profil meghatározása – ezideig a hagyományos eljárással – pontonként történt, vagyis az adott, nagy számítási igényű iteratív numerikus módszerrel megtalált pontokat használták. Így a korongprofil pontossága a számított pontok sűrűségétől is függ, hiszen például a CNC körív interpoláció esetében az illeszkedő körívek meghatározásához a körívek kezdő és végpontjai a numerikus módszer által talált pontok szerint lettek meghatározva.

Célunk a numerikus számítással kapott pontokra olyan interpolációs görbe illesztése, melynek segítségével az illeszkedő körívek kezdő és végpontjai az interpolációs görbe görbületétől, azaz a másodrendű derivált függvényről függően hatékonyan tervezhetővé tehetők, ezáltal lehetőséget kívánunk adni további analitikus módszerek kifejlesztésére a CNC körív interpoláció esetében úgy, hogy a körívek végpontjai ne a numerikus módszertől függően megtalált pontoktól függjenek, hanem a pontok interpolációs görbéjének egyenletéből kiszámítható görbületi sugárnak megfelelően legyenek behatárolhatóak. A megfelelően meghatározott explicit formájú matematikai függvénnyel segítséget szándékozunk nyújtani a kívánt sűrűségű pontsor alkalmazásával a gyártási pontosság javításában.

A feladat megoldásának bemutatása egy konkrét eset ismertetésén keresztül történik.

4.1. A köszörűkorong szerszámfelületének meghatározása tengelymetszben körív profilú csiga megmunkálása esetén

A tengelymetszben körív profilú csavarfelületnek, illetve csigának köszörűkoronggal való kialakítását a 4.1. ábra szemlélteti.

Ezen az ábrán látható feltételek mellett határozzuk meg a karakterisztikának, illetve a köszörűkorongnak, mint burkolt felületnek az egyenletét. A kapcsolódásban résztvevő felületeknek a mozgásátadáskor folytonos kölcsönös érintkezésben kell lenniük. Mivel az ilyen felületeket a viszonylagos mozgásban egy független paraméter határozza meg, így egyparaméteres (φ_1) felületsereg burkolt felületének meghatározási módszerét kell vizsgálnunk.

A tengelymetszben körív profilú hengeres csavarfelület egyenlete a (3.20.) alapján egy z_{ax} nagyságú, z_{1F} irányú eltolás esetén:

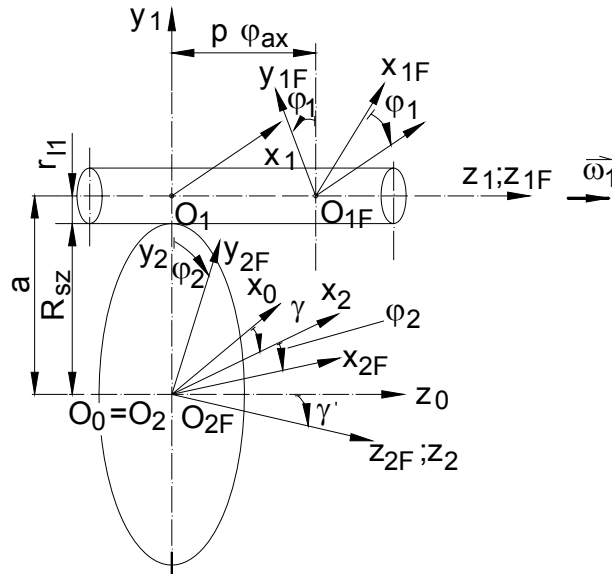
$$x_{1F} = -\eta \cdot \sin \vartheta$$

$$y_{1F} = +\eta \cdot \cos \vartheta$$

$$z_{1F} = p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax}$$

A tengelymetszetben körív profilú csiga gyártásának vizsgálatához a koordináta-rendszerek elhelyezése az új modell (3.10. ábra) felhasználásával történik.

Az alkalmazott koordináta-rendszerek a 4.1. ábrán látható módon minden esetben jobbsodrásúak és értelmezésük azonos a 3.10 ábrán szemléltetettekkel.



4.1. ábra

Koordináta-rendszerek kapcsolata a tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga
köszörüléssel történő megmunkálása esetén az

$$a=r_{11}+R_{SZ}, \quad c=0, \quad \alpha=0, \quad \gamma>0, \quad \varphi_2=i_{21}\varphi_1 \text{ paraméterértékekkel}$$

Az általános \mathbf{P}_{1a} (3.70.) mátrixba (lásd 3. fejezet) a 4.1 ábra alapján a $p_r = 0$, $\alpha = 0$, $c = 0$ értékeket behelyettesítve a (4.1.) mátrixot kapjuk, amely igazolja, hogy az új kinematikai modelltől ez a konkrét eset is levezethető.

A behelyettesítések és a számítások elvégzése után \mathbf{P}_{1a_iv} mátrixot kapjuk a következő formában:

$$\mathbf{P}_{1a_iv} = \begin{bmatrix} 0 & -1 - i \cdot \cos \gamma & +i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -(a + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & +i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & -i \cdot a \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \\ +1 + i \cdot \cos \gamma & 0 & +i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & +i \cdot a \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & -(a + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & +i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ -i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & 0 & -i \cdot a \cdot \sin \gamma - p_a \cdot \varphi_1 + z_{ax} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1.)$$

A $\mathbf{P}_{1a_{iv}}$ mátrix ismeretében a relatív sebesség vektor a (3.50) szerint számítható:

$$\mathbf{v}_{1F_{iv}}^{(12)} = \begin{bmatrix} 0 & -1 - i \cdot \cos \gamma & +i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -(a + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \\ +1 + i \cdot \cos \gamma & 0 & +i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & +i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ -i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & 0 & -i \cdot a \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\eta \cdot \sin \vartheta \\ +\eta \cdot \cos \vartheta \\ p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.)$$

A vizsgált eset sebességvektorának koordinátái az

$$\begin{aligned}
 v_{1F_ívx}^{(12)} = & -(1 + i \cdot \cos \gamma) \cdot \eta \cdot \cos \vartheta + \\
 & + (i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1) \cdot (p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax}) - \\
 & - (a + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_1 + \\
 & + (i \cdot p_a \cdot \sin \gamma) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 - \\
 & - (i \cdot a \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1
 \end{aligned} \quad (4.3.)$$

$$\begin{aligned}
 v_{1F_ívy}^{(12)} = & -(1 + i \cdot \cos \gamma) \cdot \eta \cdot \sin \vartheta + \\
 & + (i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1) \cdot (p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax}) + \\
 & + i \cdot a \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 - \\
 & - (a + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \varphi_1 + \\
 & + i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1
 \end{aligned} \quad (4.4.)$$

$$\begin{aligned}
 v_{1F_ívz}^{(12)} = & + (i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1) \cdot \eta \cdot \sin \vartheta - \\
 & - (i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1) \cdot \eta \cdot \cos \vartheta - \\
 & - p_a \cdot \varphi_1 - \\
 & - i \cdot a \cdot \sin \gamma + p_a + z_{ax}
 \end{aligned} \quad (4.6.)$$

Alakba írhatók. A tengelymetszetben körív profilú csiga normálvektora

$$\left. \begin{aligned}
 n_{1F_ívx} &= -\eta \sin \vartheta \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + p \cdot \cos \vartheta \\
 n_{1F_ívy} &= \eta \cos \vartheta \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (k - \eta)^2}} + p \cdot \sin \vartheta \\
 n_{1F_ívz} &= \eta
 \end{aligned} \right\} \quad (4.7.)$$

alakú. Az

$$\mathbf{n}_{1F}(\eta, \vartheta) \cdot \mathbf{v}_{1F}^{(12)}(\eta, \vartheta) = 0 \quad (4.8.)$$

egyenlet felhasználásával, az

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \quad (4.9.)$$

felületen kapjuk a felületek közötti érintkezési görbe egyenletét.

A (4.8.) egyenletbe a kiszámított értékek behelyettesítése, a műveletek elvégzése után, a φ_1 mozgásparaméter függvényeinek kiemelése szerint csoportosítva a (4.10.) egyenletet kapjunk.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_{IF_{iv}} \cdot \mathbf{v}_{IF_{iv}}^{(12)} = & \\
 & \left(-\eta \sin \vartheta \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + p_a \cdot \cos \vartheta \right) \cdot \left\{ \begin{array}{l} -(1 + i \cdot \cos \gamma) \cdot \eta \cdot \cos \vartheta + \\ +(i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1) \cdot (p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax}) - \\ -(a + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_1 + \\ +(i \cdot p_a \cdot \sin \gamma) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 - \\ -(i \cdot a \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \varphi_1 \end{array} \right\} \\
 & + \left(\eta \cos \vartheta \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (k - \eta)^2}} + p_a \cdot \sin \vartheta \right) \cdot \left\{ \begin{array}{l} -(1 + i \cdot \cos \gamma) \cdot \eta \cdot \sin \vartheta + \\ +(i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1) \cdot (p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax}) + \\ + i \cdot a \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 - \\ -(a + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \varphi_1 + \\ + i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \end{array} \right\} \\
 & + \eta \cdot \left\{ \begin{array}{l} +(i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1) \cdot \eta \cdot \sin \vartheta - \\ -(i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1) \cdot \eta \cdot \cos \vartheta - \\ -p_a \cdot \varphi_1 - \\ -i \cdot a \cdot \sin \gamma + p_a + z_{ax} \end{array} \right\} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ \begin{aligned}
 &- p_a \cdot \vartheta \cdot i \cdot \sin \gamma \cdot \eta \cdot \sin \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + \\
 &+ i \cdot \sin \gamma \cdot \eta \cdot \sin \vartheta \cdot (K - \eta) + \\
 &+ a \cdot \eta \cdot \sin \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + \\
 &+ p_a^2 \cdot \vartheta \cdot i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \vartheta - \\
 &- \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \cdot i \cdot \sin \gamma \cdot p_a \cdot \cos \vartheta - \\
 &- a \cdot p_a \cdot \cos \vartheta + \\
 &+ i \cdot a \cdot \cos \gamma \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (k - \eta)^2}} + \\
 &+ i \cdot a \cdot \cos \gamma \cdot p_a \cdot \sin \vartheta + \\
 &+ i \cdot \sin \gamma \cdot \eta^2 \cdot \sin \vartheta
 \end{aligned} \right\} \cdot \sin \varphi_1 + \\
 &+ \left\{ \begin{aligned}
 &- i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \eta \cdot \sin \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + \\
 &+ i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot p_a \cdot \cos \vartheta
 \end{aligned} \right\} \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 + \\
 &+ \left\{ \begin{aligned}
 &+ i \cdot a \cdot \cos \gamma \cdot \eta \cdot \sin \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + \\
 &+ p_a \cdot \vartheta \cdot i \cdot \sin \gamma \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (k - \eta)^2}} - \\
 &- i \cdot \sin \gamma \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \cdot (K - \eta) - \\
 &- a \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (k - \eta)^2}} - \\
 &- i \cdot a \cdot \cos \gamma \cdot p_a \cdot \cos \vartheta + \\
 &+ p_a^2 \cdot \vartheta \cdot i \cdot \sin \gamma \cdot \sin \vartheta - \\
 &- \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \cdot i \cdot \sin \gamma \cdot p_a \cdot \sin \vartheta - \\
 &- a \cdot p_a \cdot \sin \vartheta - \\
 &- i \cdot \sin \gamma \cdot \eta^2 \cdot \cos \vartheta
 \end{aligned} \right\} \cdot \cos \varphi_1 + \\
 &+ \left\{ \begin{aligned}
 &+ i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \cdot \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (k - \eta)^2}} + \\
 &+ i \cdot p_a^2 \cdot \sin \gamma \cdot \sin \vartheta
 \end{aligned} \right\} \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 + \\
 &+ \left\{ \begin{aligned}
 &- p_a \cdot \eta \cdot \varphi_1 - \\
 &- i \cdot a \cdot \sin \gamma \cdot \eta + p_a \cdot \eta + z_{ax} \cdot \eta - p_a \cdot (1 + i \cdot \cos \gamma) \cdot \eta
 \end{aligned} \right\} = 0
 \end{aligned}$$

(4.10.)

A (4.11) egyenletrendszer a φ_1 rögzített szögelfordulási értéke mellett összefüggést ad a csiga és köszörűkorong érintkezési pontjainak η, ϑ paramétereinek között.

Az érintkezési vonal meghatározásához a K_{1F} rendszerben az

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n}_{1F} \cdot \mathbf{v}_{1F}^{(12)} &= 0 \\ x_{1F} &= x_{1F}(\eta, \vartheta) \\ y_{1F} &= y_{1F}(\eta, \vartheta) \\ z_{1F} &= z_{1F}(\eta, \vartheta) \end{aligned} \right\} \quad (4.11.)$$

egyenleteket kell felhasználni.

A φ_1 mozgásparaméter rögzített értéke esetén a (4.11.) egyenletrendszer lehetőséget adhat valamelyik paraméter kifejezésére, és így egy adott φ_1 értékhez tartozó egyparaméteres vektor-skalár függvényként az érintkezési vonal egyenletének felírására.

Amennyiben - és jelen esetben ez áll fenn - a kapcsolódási egyenletből rögzített φ_1 érték mellett a felületi paraméterek közötti függvénykapcsolat explicit formában nem állítható elő, úgy a felületi paraméterek egyikének a valóságos fogfelülethez tartozó értelmezési tartományon belül különböző értéket adva a (4.12.) egyenletrendszerből lehet kiszámítani a másik paraméter értékeit, melyeket ha az $\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta)$ -ba visszahelyettesítjük, az \mathbf{r}_{1F} felületet kapjuk meg az érintkezési vonalak seregeként.

A kiszámított karakterisztika (\mathbf{r}_{1F}^k) pontjait a K_{2F} koordináta-rendszerbe transzformálva, majd az $[y_{2F}, z_{2F}]$ síkba beforgatva kapjuk a korong tengelymetszetét (4.4. ábra).

A csiga felületseregének burkolófelületeként kialakuló köszörűkorong felület egyenlete a K_{2F} koordináta-rendszerben ezek után a következő kifejezésekkel adható meg:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n}_{1F} \cdot \mathbf{v}_{1F}^{(12)} &= 0 \\ \mathbf{r}_{1F} &= \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \\ \mathbf{r}_{2F} &= \mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \mathbf{r}_{1F} \end{aligned} \right\} \quad (4.12.)$$

A koronghoz rögzített koordináta-rendszerben az érintkezési vonalak mértani helyét kifejező (4.12.) vektor-egyenletrendszer a következő egyenletek együttes megoldásával adható meg:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n}_{1F} \cdot \mathbf{v}_{1F}^{(12)} &= 0 \\ x_{1F} &= x_{1F}(\eta, \vartheta) \\ y_{1F} &= y_{1F}(\eta, \vartheta) \\ z_{1F} &= z_{1F}(\eta, \vartheta) \\ x_{2F} &= x_{2F}(\eta, \vartheta, \varphi_1, \varphi_2) \\ y_{2F} &= y_{2F}(\eta, \vartheta, \varphi_1, \varphi_2) \\ z_{2F} &= z_{2F}(\eta, \vartheta, \varphi_1, \varphi_2) \end{aligned} \right\} \quad (4.13.)$$

A tengelymetszetben körív profilú csiga és az azt megmunkáló köszörűkorong koordináta-rendszerei közötti transzformációs mátrixok a (4.14.) és a (4.15.)-ben látható formában írhatók fel.

$$\mathbf{M}_{1F,2F_iv} = \begin{bmatrix}
 -\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & -a \cdot \sin \varphi_1 \\
 +\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & \\
 -\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & -a \cdot \cos \varphi_1 \\
 -\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & \\
 -\sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 & +\cos \gamma & -p_a \cdot \varphi_1 + z_{ax} \\
 +\sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 & & & \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix} \quad (4.14.)$$

$$\mathbf{M}_{2F,1F_iv} = \begin{bmatrix}
 -\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 & -a \cdot \sin \varphi_2 \\
 +\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & z_{ax} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 \\
 & & & +p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \\
 +\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & +\sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 & -z_{ax} \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 \\
 +\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & & +p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \\
 & & & +a \cdot \cos \varphi_2 \\
 -\sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 & +\sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 & +\cos \gamma & +p_a \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \\
 & & & -z_{ax} \cdot \cos \gamma \\
 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix} \quad (4.15.)$$

Az \mathbf{r}_{1F} ismeretében, valamint a (4.12.) egyenletrendszert figyelembevéve az $\mathbf{M}_{2F,1F_iv}$ (4.15.) transzformációs mátrix felhasználásával az \mathbf{r}_{2F} szerszámfelület futópontjának helyvektorának meghatározásához vezet, mely a (4.16.) alakba írható:

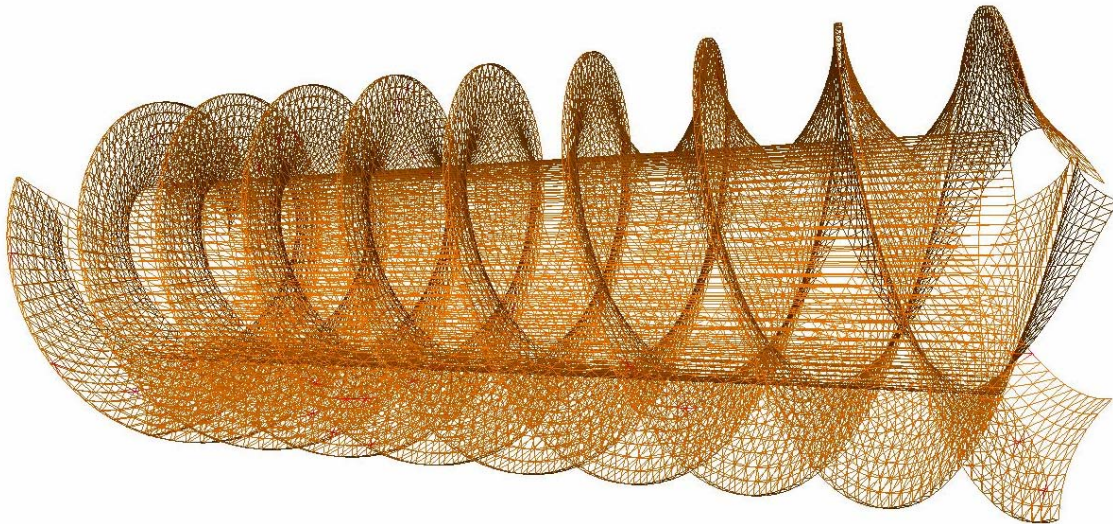
$\mathbf{r}_{2F,1F} =$

$$\left[\begin{array}{l}
 (\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 - \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot \eta \cdot \sin \vartheta - (\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot \eta \cdot \cos \vartheta + \\
 + \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 \cdot \left(p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax} \right) - a \cdot \sin \varphi_2 + z_{ax} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 + p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \\
 \\
 - (\cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot \eta \cdot \sin \vartheta - (\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 - \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot \eta \cdot \cos \vartheta + \\
 + \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 \cdot \left(p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax} \right) - z_{ax} \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 + p_a \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + a \cdot \cos \varphi_2 \\
 \\
 \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \eta \cdot \sin \vartheta + \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \eta \cdot \cos \vartheta + \\
 + \cos \gamma \cdot \left(p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax} \right) + p_a \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 - z_{ax} \cdot \cos \gamma \\
 \\
 1
 \end{array} \right]$$

(4.16.)

Az új kinematikai modellben kimunkált matematikai eljárásra a direkt eljárás során a csiga köszörűkoronggal történő megmunkálásának történő vizsgálatára egy C nyelvű számítógépes program készült. A program futtatásával konkrét esetek elemzése vált lehetővé.

A kutatómunka során a többek között az M3. melléklet 5.1. táblázatban megadott geometriai paraméterezésű csigára készült vizsgálatokból a disszertációban az $a=280\text{mm}$, $m=12\text{mm}$, $\rho_{ax}=50\text{mm}$ és $K=69,5\text{mm}$ geometriai paraméterekkel megadott, 4.12. ábrán látható csigára, illetve annak köszörülésére készült elemzések kerülnek bemutatásra.



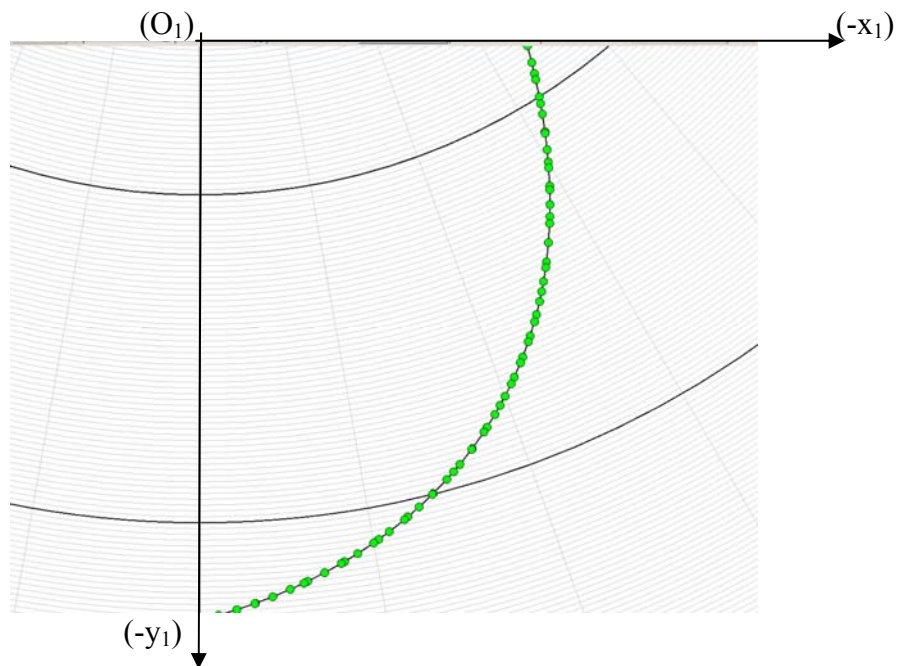
4.2. ábra
A tengelymetszetben körív profilú csiga

A tengelymetszetben körív profilú csiga köszörűkoronggal történő megmunkálására, a vizsgált tartományra, és benne a karakterisztikus görbe keresésére vonatkozó bemenő adatok:

$K=69,5\text{mm}$ $a=280\text{mm}$ $p=18,75$ $\rho_{ax}=50\text{mm}$ $z_{ax}=51\text{mm}$ $\gamma=21,2^\circ$ $\varphi_{1\text{Start}}=180^\circ$ $\varphi_{1\text{Stop}}=180^\circ$ $\varphi_{1\text{Step}}=20^\circ$	$\eta_{\text{LabKor}}=38,75\text{mm}$ $\eta_{\text{FejKor}}=58,75\text{mm}$ $\eta_{\text{Start}}=38,75\text{mm}$ $\eta_{\text{Stop}}=58,75\text{mm}$ $\eta_{\text{Step}}=1\text{mm}$ $\vartheta_{\text{Start}}=-90^\circ$ $\vartheta_{\text{Stop}}=0^\circ$ $\vartheta_{\text{Step}}=1^\circ$ $nV_{\text{Hatar}}=0,001$
--	---

4.1. táblázat
A program bemenő adatai

A program futtatása során megkaptuk a karakterisztika r_{1F}^k pontjait (4.3. ábra), mely képet ad az érintkezési vonal elhelyezkedéséről a K_{1F} koordináta-rendszerben.



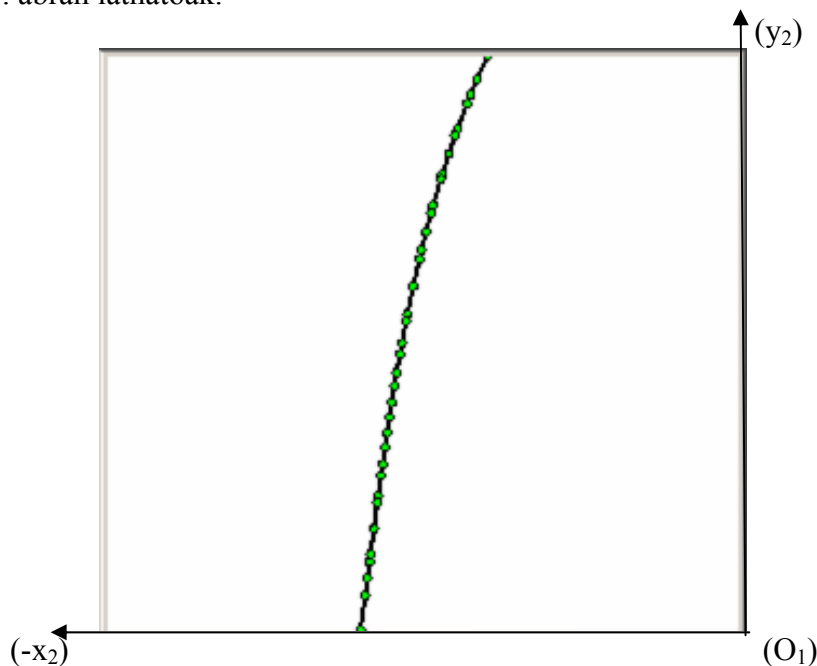
4.3. ábra
Az érintkezési vonal számított pontjainak elhelyezkedése $\varphi_1=180^\circ$ mozgásparaméter rögzített értéke esetén

kurv	pojn	eta	theta	fi	X	Y	Z
0	0	38,7500	-0,5751	3,1416	-60,7787	-240,4710	15,7289
0	1	39,7500	-0,5650	3,1416	-60,0731	-239,5906	15,2713
0	2	40,3811	-0,5585	3,1416	-59,6465	-239,0217	14,9983
0	3	40,7500	-0,5547	3,1416	-59,4039	-238,6843	14,8441
0	4	41,7500	-0,5440	3,1416	-58,7726	-237,7510	14,4452
0	5	42,0190	-0,5411	3,1416	-58,6094	-237,4953	14,3425
0	6	42,7500	-0,5330	3,1416	-58,1807	-236,7896	14,0726
0	7	43,5731	-0,5236	3,1416	-57,7245	-235,9762	13,7845
0	8	43,7500	-0,5216	3,1416	-57,6303	-235,7987	13,7247
0	9	44,7500	-0,5097	3,1416	-57,1238	-234,7768	13,3996
0	10	45,0431	-0,5061	3,1416	-56,9841	-234,4712	13,3084
0	11	45,7500	-0,4974	3,1416	-56,6640	-233,7223	13,0958
0	12	46,4304	-0,4887	3,1416	-56,3795	-232,9853	12,9004
0	13	46,7500	-0,4845	3,1416	-56,2542	-232,6334	12,8117
0	14	47,7375	-0,4712	3,1416	-55,9022	-231,5223	12,5489
0	15	47,7500	-0,4711	3,1416	-55,8981	-231,5080	12,5457
0	16	48,7500	-0,4570	3,1416	-55,6003	-230,3441	12,2963
0	17	48,9678	-0,4538	3,1416	-55,5436	-230,0853	12,2440
0	18	49,7500	-0,4421	3,1416	-55,3658	-229,1393	12,0618
0	19	50,1250	-0,4363	3,1416	-55,2955	-228,6763	11,9774
0	20	50,7500	-0,4264	3,1416	-55,2007	-227,8908	11,8406
0	21	51,2135	-0,4189	3,1416	-55,1497	-227,2966	11,7421
0	22	51,7500	-0,4099	3,1416	-55,1123	-226,5959	11,6309
0	23	52,2369	-0,4014	3,1416	-55,0994	-225,9477	11,5324
0	24	52,7500	-0,3923	3,1416	-55,1088	-225,2514	11,4309
0	25	53,1994	-0,3840	3,1416	-55,1376	-224,6301	11,3436
0	26	53,7500	-0,3735	3,1416	-55,2003	-223,8539	11,2384
0	27	54,1050	-0,3665	3,1416	-55,2579	-223,3443	11,1715
0	28	54,7500	-0,3534	3,1416	-55,3987	-222,3995	11,0512
0	29	54,9573	-0,3491	3,1416	-55,4545	-222,0905	11,0128
0	30	55,7500	-0,3318	3,1416	-55,7183	-220,8844	10,8666
0	31	55,7600	-0,3316	3,1416	-55,7222	-220,8689	10,8648
0	32	56,5164	-0,3142	3,1416	-56,0560	-219,6794	10,7251
0	33	56,7500	-0,3086	3,1416	-56,1766	-219,3040	10,6816
0	34	57,7500	-0,2833	3,1416	-56,7948	-217,6540	10,4928
0	35	58,7500	-0,2557	3,1416	-57,5996	-215,9295	10,2960

4.2. táblázat

A 4.3. ábrához tartozó pontsor adatai a K_{IF} ($x=x_{IF}$, $y=y_{IF}$, $z=z_{IF}$) koordináta-rendszerben

A megadott csigát megmunkáló köszőrúkorong profiljának pontjai pontranzformációval számítva a 4.4. ábrán láthatóak.



4.4. ábra

Köszőrúkorong profil

A számítás menete a számítógépi programhoz készült folyamatábra alapján a 4.19. ábrán követhető.

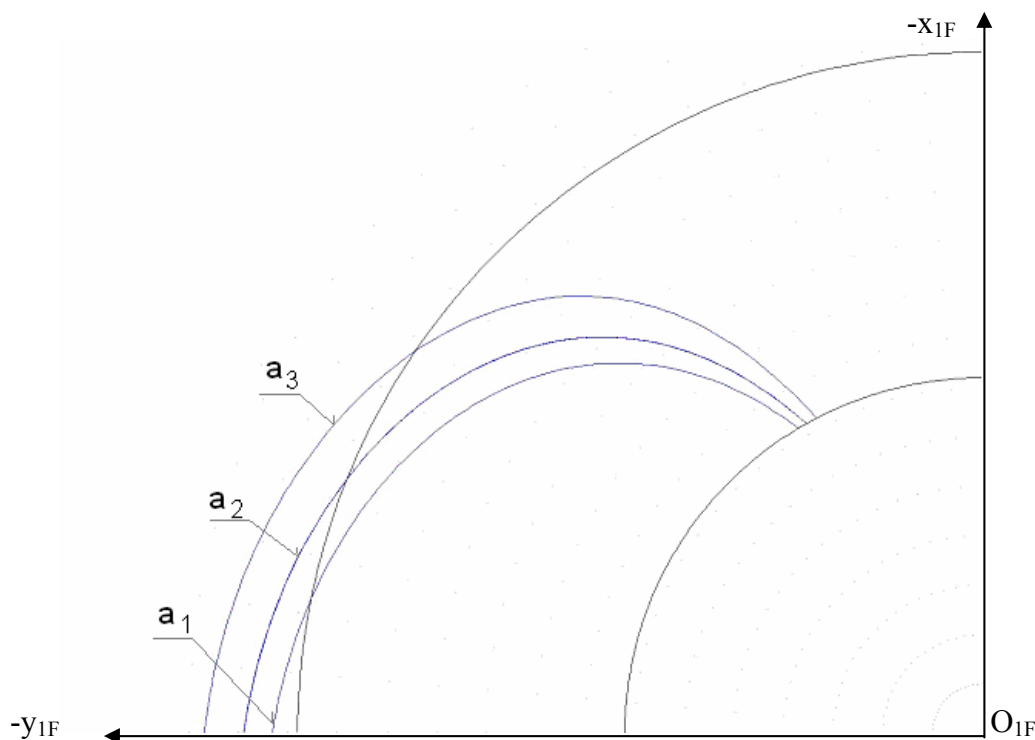
4.1.1. A tengelymetszben körív profilú csiga és a megmunkáló köszörűkorong karakterisztikus görbéjének meghatározása megmunkálás közben

A módszer továbbgondolása révén juthatunk el a tengelymetszetben körív profilú **hengeres csiga** megmunkálása esetére megoldva, a **köszörűkorong kopása miatt bekövetkező változó tengelytáv**, a korong utánszabályozása miatt **változatlan profil** mellett jelentkező **karakterisztikus görbe vizsgálatához**. Az ebbe az irányba továbbfejlesztett számítógépes program az előzőekben már ismertetett, csiga megmunkálásra és program futtatásra vonatkozó bemenő adatok mellett **egyszerre más-más tengelytáv esetére** lefuttatott program eredményei a **4.5. ábrán láthatóak**. A más-más karakterisztikus görbék ábrázolása egyben **az őket meghatározó pontsorok adatainak** tárolásakor azok ismeretét is jelentik (M2 melléklet).

$K=69,5 \text{ mm}$	$\eta_{\text{LabKör}}=38,75\text{mm}$
$a_{\text{Start}}=275 \text{ mm}$	$\eta_{\text{FejKör}}=58,75\text{mm}$
$a_{\text{Stop}}=285 \text{ mm}$	$\eta_{\text{Start}}=35,75\text{mm}$
$a_{\text{Step}}=5 \text{ mm}$	$\eta_{\text{Stop}}=85,75\text{mm}$
$p=18,75 \text{ mm}$	$\eta_{\text{Step}}=1\text{mm}$
$\rho_{\text{ax}}=50 \text{ mm}$	$\vartheta_{\text{Start}}=-180^\circ$
$z_{\text{ax}}=51 \text{ mm}$	$\vartheta_{\text{Stop}}=+180^\circ$
$\gamma=21^\circ$	$\vartheta_{\text{Step}}=1^\circ$
$\varphi_1=0^\circ$	$nV_{\text{Hatar}}=0,001$

4.3. táblázat

A karakterisztikus görbe-vizsgálatra készült eljárás programjának bemenő adatai



4.5. ábra

A köszörűkorong és a csiga érintkezési vonalainak elhelyezkedése a K_{1F} koordináta-rendszerben különböző tengelytáv (a szerszámkopás függvényében) ($a_1=285 \text{ mm}$, $a_2=280 \text{ mm}$, $a_3=275 \text{ mm}$) esetén

Következtetés: A karakterisztikus görbék elemzésére kifejlesztett módszer lehetőséget nyújt a korongkopás elfogadható mértékének behatárolására a felhasználás igénye szerint meghatározott tőrésmező függvényében.

4.1.2. Kinematikai felületek gyártásához szükséges szerszámprofilok meghatározása interpolációs-görbe alkalmazásával

Az edzett csigák gyártásához szükséges köszörűkorong profil meghatározása – ezideig a hagyományos eljárással – pontonként történt, vagyis numerikus módszerrel megtalált pontokat használtak.

A korábban használatos numerikus módszerek esetében nehézséget jelentett a karakterisztika egyenként, illetve megfelelő sűrűségű pontjainak, azaz olyan pontoknak a meghatározása, melyek biztosítják a megadott tőrésen belüli közelítést szakaszok vagy körívek segítségével. A korongprofil pontossága a számított pontok sűrűségétől is függ, hiszen például a CNC körív interpoláció esetében az illeszkedő körívek meghatározásához a körívek kezdő és végpontjai a numerikus módszer által talált pontok szerint lettek meghatározva.

Kutatómunkánk egyik célja a fent említett problémák kiküszöbölése, így a numerikusan számított, esetleg a nem kívánatos sűrűségű pontsorból programozástechnikai szempontból egy kívánt sűrűségű pontsort visszaadni egy explicit formájú függvény formájában. A meghatározott matematikai függvény segít a kívánt sűrűségű pontsor alkalmazásával a gyártási pontosság javításában, amely így a számított pontok sűrűségétől nem függ, hiszen az illeszkedő körívek meghatározásához például azok kezdő és végpontjai tervezhetővé tehetők az interpolációs görbe görbületétől, azaz a másodrendű derivált függvénytől függően.

A kutatómunka során a tengelymetszetben pontonként meghatározott korongprofilok helyett a pontokra illeszkedő **Ferguson-spline**, illetve **az interpoláló Bézier-görbe**, mint a pontsort helyettesítő explicit formájú függvény alkalmasságának vizsgálatára egy számítógépes program készült.

A disszertációban az elméleti leírásnál a számítógépes programnak egy konkrét, tervezett és legyártott, tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga gyártásához szükséges köszörűkorong profiljának esetében történő futtatása kerül bemutatásra. Az erre az esetre vonatkozó példa a geometriai pontosságra vonatkozó vizsgálatok eredményét szemléletesen teszi és jól rámutat a módszer helyességére.

A módszer az NC vezérlésekhez pontosabb eredményt adhat.

4.1.2.1. A köszörűkorong profilra illesztett interpolációs görbe paraméterezése

A köszörűkorong numerikus úton meghatározott, karakterisztikus pontjaiból ponttranszformációval nyert $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokhoz u_0, u_1, \dots, u_n paramétereket kell rendelni. Mivel a görbén a pontok egy-egy íven különböző sűrűséggel helyezkednek el, ezért célszerű a húrhosszal arányos paraméterezést bevezetni:

Legyen $u_0=0, u_n=1$, valamint

$$u_{i+1} = u_i + \frac{|\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i|}{L} \quad (i=0, \dots, n), \quad (4.17.)$$

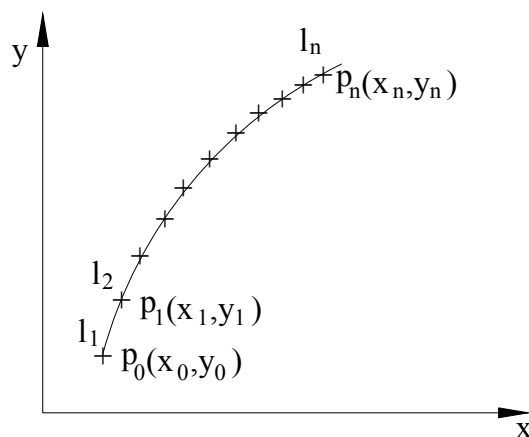
ahol a 4.5. ábra szerrint

$$l_1 = |\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0|, \dots, l_n = |\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}| \quad \text{és} \quad L = \sum_{i=1}^n l_i \quad (4.18.)$$

4.1.2.2. A köszörűkorong profil analitikus meghatározása Ferguson-spline alkalmazásával

A köszörűkorong profiljának számított pontjain átmenő görbe egyenletének felírására a pontokra igen jól illeszkedő Ferguson spline egy geometriailag jó megoldás.

Keressük az $r(u)$ görbét, melyen $r(u_i) = \mathbf{p}_i$ ($i=0, \dots, n$) teljesül a (4.6. ábra).



4.6. ábra

A diszkrét pontokra illesztett Ferguson spline

Egy lehetséges megoldása a problémának az úgynevezett Ferguson-spline.

A másodrendű folytonos kapcsolódás miatt a (2.6.) teljesül. A (2.7.) jelöléseket bevezetve a (2.8.) alakú tridiagonális egyenletrendszer, ahol $\beta_0, \gamma_0, \alpha_n, \beta_n, q_0, q_n$ nem meghatározottak. Ezért a kezdő- és végpontban a t_0 és t_n érintők megadása tetszőlegesen rögzített peremfeltétellel történt [82].

Mindezek alapján az adott pontokból explicit formában is meghatározható lesz a köszörűkorong profiljának igen jól közelítő görbéje.

A görbe alakkövetése a tapasztalatok szerint rendkívül jó, vagyis megállapítható, hogy a tőrés határon belüli.

A munka egy másik célja mindemellett az, hogy minél egyszerűbb analitikai leírását adja a pontok interpoláló görbéjének, egy hasonlóan jó, azaz tőrés határon belüli alakkövetés mellett.

Mivel a **Ferguson-spline** görbe-darabokból tevődik össze, és így alkot "egy" görbét, a gyártásgeometriában könnyebben alkalmazható, de az esetleges oszcillációs problémákat is csökkentő interpolációs görbe vizsgálata vált szükségessé.

A kutatómunka ezért az interpoláló Bézier-görbe vizsgálatának irányába folytatódott.

4.1.2.3. A köszörűkorong profil analitikus meghatározása Bézier-görbe alkalmazásával

A három cél, miszerint köszörűkorong profil pontjaira felírt explicit formájú egyenlet az **egyszerűség** feltételének is megfeleljen, a **tőrés határon belüli** alakkövetés feltételének is eleget tegyen, valamint az **egyenlet fokszámának minél kisebbre szorítása** is teljesüljön, az ebben a fejezetben leírt módszerben egyszerre teljesül.

A számított $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ korong profil pontokra a fent leírt, egyszerre mindháromfeltételnek eleget tevő, interpoláló Bézier-görbét kell meghatározni.

Ahhoz, hogy az interpolációs Bézier-görbe egyenletét felírjuk, meg kell keresni azokat a $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$ kontrollpontokat, amelyek által meghatározott Bézier-görbe az adott $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokon halad át. A $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokban az interpoláló Bézier-görbe u_0, u_1, \dots, u_n paraméterei a (4.17.) alapján az ívhossz szerinti paraméterezés szerint legyenek meghatározva.

A számított pontsorra illesztett Bézier-görbe egyenlete a megadott paraméterezésnek megfelelően

$$\mathbf{b}(u) = \sum_{j=0}^n B_j^n(u) \mathbf{b}_j, \quad (4.19.)$$

ahol

$$B_j^n(u) = \binom{n}{j} u^j (1-u)^{n-j}$$

a Bernstein polinomok.

Felhasználva a (4.19.)-t, a

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^n(u_0) & B_1^n(u_0) & \dots & B_n^n(u_0) \\ B_0^n(u_1) & B_1^n(u_1) & \dots & B_n^n(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_0^n(u_n) & B_1^n(u_n) & \dots & B_n^n(u_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_n \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

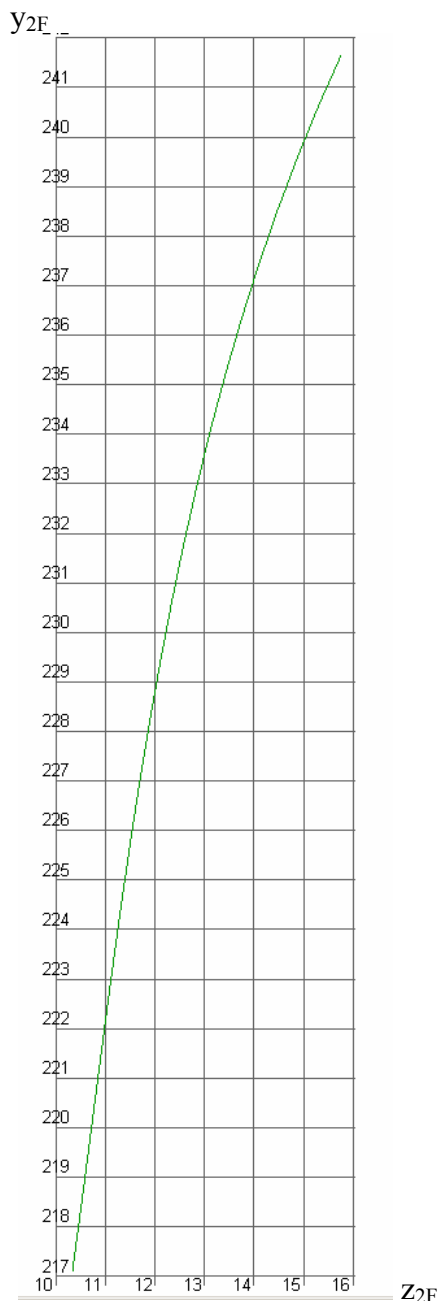
lineáris inhomogén egyenletrendszer kerül megfogalmazásra.

Az $u_i \neq u_j$ feltétel egyértelmű megoldást biztosít minden \mathbf{b}_i -re ($i, j=0, \dots, n$). Így megkapjuk a $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$ kontrollpontjait a $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontokon áthaladó Bézier-görbének.

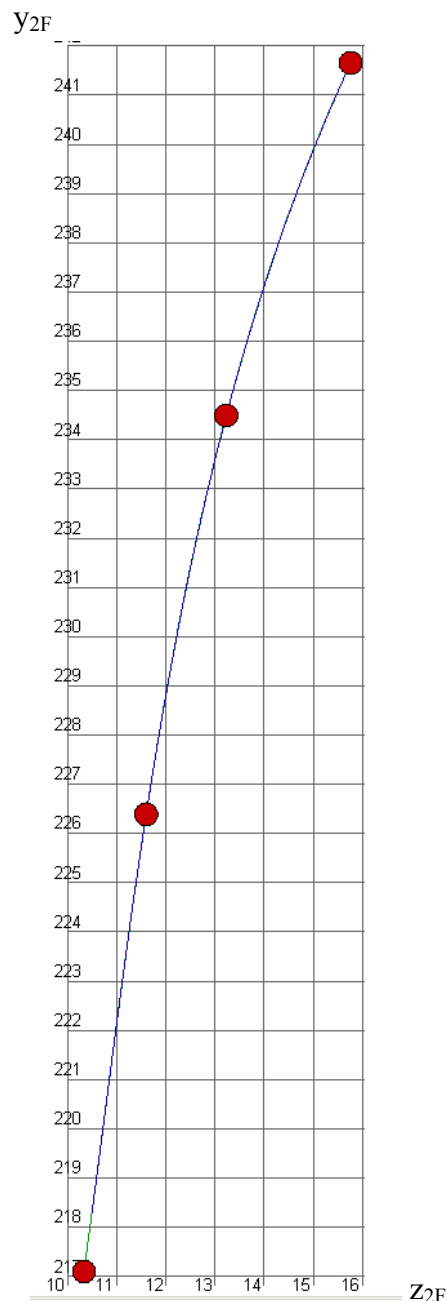
A feladat megoldására C++ nyelvű számítógépes prrogram készült, melynek futtatásával egy konkrét példa és ennek a geometriai pontosságra vonatkozó elemzésére kerül sor.

Az M3. melléklet 5.1. táblázatban megadott geometriai paraméterezésű csiga köszörűkoronggal történő megmunkálása esetén a karakterisztikus görbe számított pontsora a köszörűkorong koordináta-rendszerébe átszámolva, majd a korong tengelymetszetébe forgatva a 4.7. ábrán látható. A fent vázolt három kritérium teljesülése a harmadfokú interpolációs Bézier-görbe vizsgálata során kerül bemutatásra.

A számított $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ korong profil pontokból az y_2 koordinátatengely menti arányosságot figyelembevéve kiválasztásra kerültek a $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ pontok (4.8. ábra), melyekhez az u_0, u_1, u_2, u_3 paraméterek hozzárendelése a (4.17.) alapján történt.



4.7. ábra A tengelymetszetben körív profilú csigát megmunkáló köszörűkorong tengelymetszeti profilja

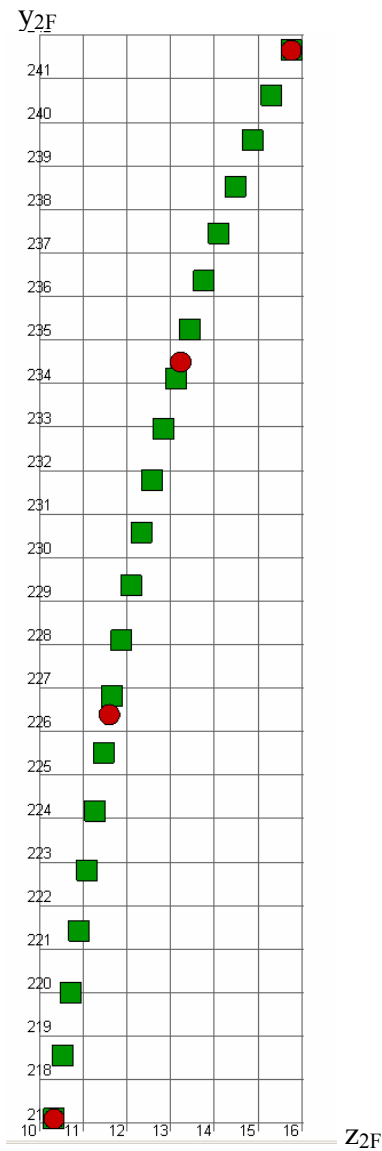


4.8. ábra A korong profiljának számított pontjai (zöld), a kiválasztott interpolációs pontok (piros) és az illesztett harmadrendű Bézier-görbe (kék)

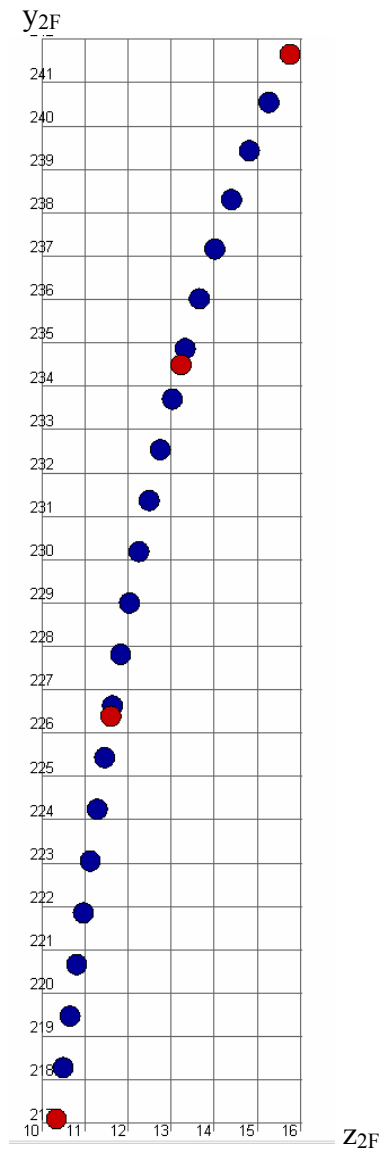
A számított pontsor, az abból kiválasztásra került négy pont és a ráillesztett harmadrendű Bézier-görbe együttes megjelenítése a 4.8. ábrán látható.

A Bézier-görbe láthatóan jól követi az érintkezési pontok által adott görbe vonalát, amely indokoltá teszi az ezirányú további vizsgálatokat.

A korong profil számított és az azokra illesztett interpolációs Bezier-görbe pontjainak az eloszlása közti különbség a 4.9.- 4.10. ábrákon jól követhető.



4.9. ábra



4.10. ábra

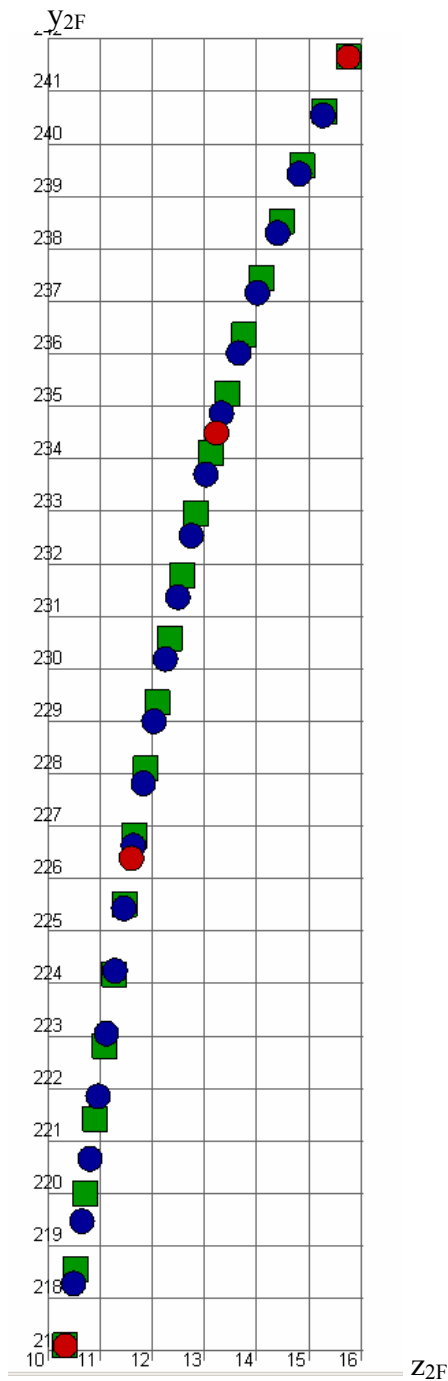
A kösrörőkorong számított pontsora

A számított pontsorra illesztett Bézier-görbe

A zöld négyzet a számított pontsört jelöli a 4.9. ábrán, melyekből a piros körrel jelöltek a kiválasztott interpolációs pontok.

A kiválasztott pontokra illesztett harmadrendű Bézier-görbe pontjait a 4.10. ábrán a kék körök jelölik.

A számított, ezekből kontrollpontként kiválasztott, és a kontrollpontokra illesztett Bézier-görbe pontjait együttesen a 4.11. ábrán láthatjuk.



4.11. ábra

A kőszőrűkorong profil számított pontjai a K_{2F} koordináta-rendszerben (zöld négyzet), az ezekből kiválasztásra került pontok (piros kör) és a harmadfokú interpoláló Bézier-görbe (kék kör)

A konkrét esetben a Bézier-görbe egyenlete:

$$x(u)=15,7288 \cdot (1-u)^3+3 \cdot 12,1696 \cdot u(1-u)^2+3 \cdot 11,4343 \cdot u^2(1-u)+10,2959 \cdot u^3$$

$$y(u)=241,25 \cdot (1-u)^3+3 \cdot 233,5427 \cdot u(1-u)^2+3 \cdot 224,2980 \cdot u^2(1-u)+216,6969 \cdot u^3$$

ahol

$$u \in [0,1].$$

(4.21.)

curv	pojn	eta	theta	fi	Z2F	Y2F
0	0	38,7500	-0,5751	3,1416	15,7289	241,2500
0	1	39,7500	-0,5650	3,1416	15,2713	240,2239
0	2	40,7500	-0,5547	3,1416	14,8441	239,1825
0	3	41,7500	-0,5440	3,1416	14,4452	238,1246
0	4	42,7500	-0,5330	3,1416	14,0726	237,0496
0	5	43,7500	-0,5216	3,1416	13,7247	235,9561
0	6	44,7500	-0,5097	3,1416	13,3996	234,8434
0	7	45,7500	-0,4974	3,1416	13,0958	233,7101
0	8	46,7500	-0,4845	3,1416	12,8117	232,5553
0	9	47,7500	-0,4711	3,1416	12,5457	231,3778
0	10	48,7500	-0,4570	3,1416	12,2963	230,1765
0	11	49,7500	-0,4421	3,1416	12,0618	228,9503
0	12	50,7500	-0,4264	3,1416	11,8406	227,6980
0	13	51,7500	-0,4099	3,1416	11,6309	226,4188
0	14	52,7500	-0,3923	3,1416	11,4309	225,1118
0	15	53,7500	-0,3735	3,1416	11,2384	223,7764
0	16	54,7500	-0,3534	3,1416	11,0512	222,4125
0	17	55,7500	-0,3318	3,1416	10,8666	221,0205
0	18	56,7500	-0,3086	3,1416	10,6816	219,6018
0	19	57,7500	-0,2833	3,1416	10,4928	218,1590
0	20	58,7500	-0,2557	3,1416	10,2960	216,6969
dmax=1,195979						
curv	pojn	eta	theta	fi	Z2F	Y2F
0	0	0,0000	0,0000	0,0000	15,7289	241,2500
0	1	0,0000	0,0000	0,0000	15,2393	240,1433
0	2	0,0000	0,0000	0,0000	14,7860	239,0257
0	3	0,0000	0,0000	0,0000	14,3670	237,8979
0	4	0,0000	0,0000	0,0000	13,9801	236,7607
0	5	0,0000	0,0000	0,0000	13,6233	235,6148
0	6	0,0000	0,0000	0,0000	13,2944	234,4609
0	7	0,0000	0,0000	0,0000	12,9915	233,2998
0	8	0,0000	0,0000	0,0000	12,7123	232,1322
0	9	0,0000	0,0000	0,0000	12,4548	230,9589
0	10	0,0000	0,0000	0,0000	12,2169	229,7806
0	11	0,0000	0,0000	0,0000	11,9965	228,5979
0	12	0,0000	0,0000	0,0000	11,7915	227,4117
0	13	0,0000	0,0000	0,0000	11,5999	226,2227
0	14	0,0000	0,0000	0,0000	11,4195	225,0316
0	15	0,0000	0,0000	0,0000	11,2483	223,8391
0	16	0,0000	0,0000	0,0000	11,0841	222,6460
0	17	0,0000	0,0000	0,0000	10,9249	221,4530
0	18	0,0000	0,0000	0,0000	10,7686	220,2609
0	19	0,0000	0,0000	0,0000	10,6131	219,0704
0	20	0,0000	0,0000	0,0000	10,4562	217,8821
dmax=0						

4.4. táblázat

A 4.11. ábrához tartozó pontsor

A 4.7.-4.11. ábrák ábrák és a 4.4. táblázat mutatja, hogy az eljárás jó, amit a 4.5. táblázat táblázatban összegzett számítások támasztanak alá az adott esetben.

Számított pontok száma (db)	Távolság a Bézier-görbétől (mm)
200	0,0633
2000	0,01345
4000	0,01325
20000	0,01310

4.5. táblázat

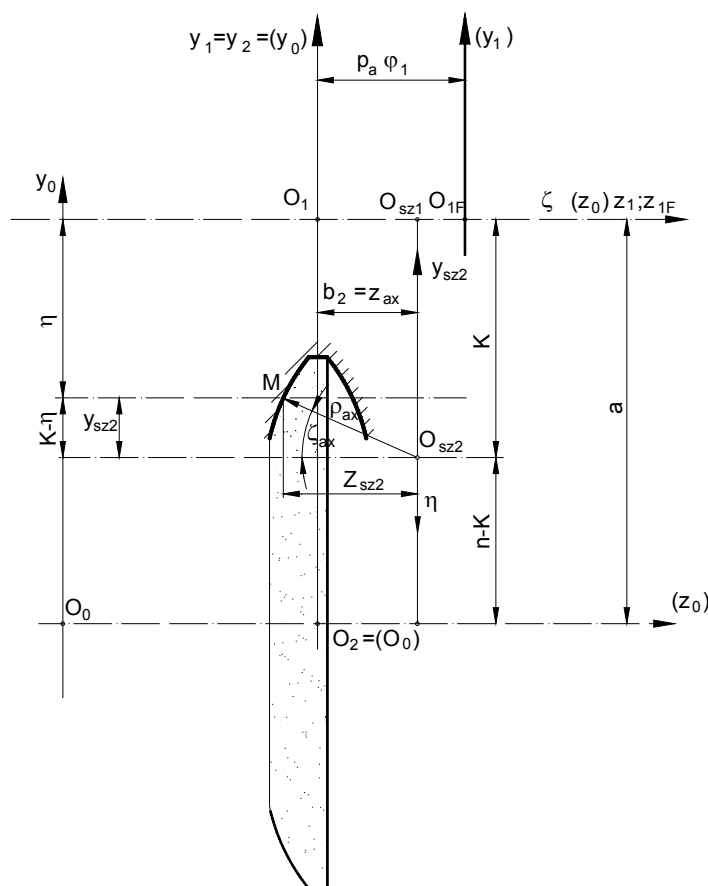
Számított profilpontok távolsága az interpolációs Bézier-görbétől a számított pontok számának növelésével

A számított pontsor és a (4.21.) alakban felírt interpoláló harmadfokú Bézier-görbe távolságának határértéke sűrűségét növelve a tűrésen ($\pm 0,03$ mm) belül van.

Következtetésként megállapítható, hogy a közelítő, csupán harmadfokú Bézier-görbe már 4 számított pont alkalmazása esetén is a tűréshatáron belül van.

4.2. Az inverz (indirekt) feladat eredményei

Ez esetben ismertnek tekintjük a szerszám profilját és keressük a burkolt csavarfelületet. A szerszám felületét a csigáról való visszafejtés elvét alkalmazó Dudás-féle hagyományos lefejtő készülékkel [43] előállítottak vesszük. Ehhez a következőkben megadjuk a matematikai eszközrendszert arra az esetre, amikor a gyémánt lehúzóval egyetlen körív menti szabályozó, lefejtő műveletet végzünk. A teljes lefejtési folyamat ennek ismétléséből áll. Az eltérő paraméterezéssel adódó lehúzott korongadatok egyetlen koordináta-rendszerben való felvételével, majd azok közül minden z_{2F} korong tengelyhez képest a minimális korongsugár választásával a szükséges többszörös lefejtéssel adódó korongalak számítható. Ez az eljárás más paraméterezéssel alkalmas eltérő lefejtő lehúzások hatásának számítására.



4.12. ábra

A szerszám főmetszeti alkotójának meghatározása
($a=a_k$ köszörülési tengelytáv)

A szerszámot generáló görbe egyenlete a K_{SZ2} álló koordináta-rendszerben.:

$$z_{SZ2}^2 + y_{SZ2}^2 = \rho_{ax}^2 \quad (4.22.)$$

$\eta \leq y_{SZ2} \leq r_f$ feltétellel!

Legyen y_{SZ2} a szabad változó. A szerszám profiljának koordinátái K_{SZ2} -ben:

$$\left. \begin{aligned} x_{SZ2} &= 0 \\ y_{SZ2} &= y_{SZ2} \\ z_{SZ2} &= \sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.23.)$$

$\eta \leq y_{SZ2} \leq r_f$ feltétellel!

A szerszám profil pontjainak homogén koordinátái K_{SZ2} -ben:

$$\mathbf{r}_{gSZ2} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{SZ2} \\ \sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.24.)$$

A K_{SZ2} koordináta-rendszerről a K_0 koordináta-rendszerrel párhuzamos $K_{(0)}$ koordináta-rendszerre a következő mátrixok felírásának segítségével lehet áttérni:

$$\mathbf{M}_{SZ2,(0)_iv} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & K-a \\ 0 & 0 & 1 & -b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{(0),SZ2_iv} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a-K \\ 0 & 0 & 1 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.25.)$$

A szerszámot generáló görbe egy általános pontjának homogén koordinátái $K_{(0)}$ -ban

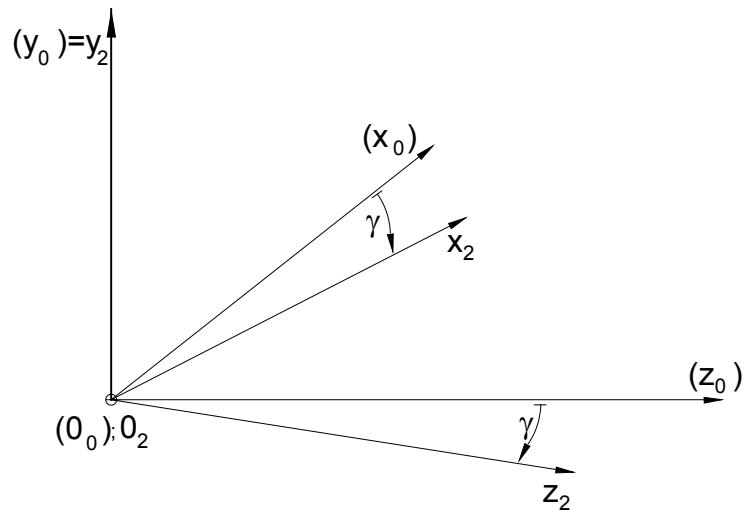
$$\mathbf{r}_{g(0)}(y_{SZ2}) = \mathbf{M}_{(0),SZ2_iv} \cdot \mathbf{r}_{gSZ2}(y_{SZ2}) \quad (4.26.)$$

szerint számítható:

$$\mathbf{r}_{g(0)}(y_{SZ2}) = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{SZ2} + a - K \\ \sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.27.)$$

$\eta \leq y_{SZ2} \leq r_f$ feltétellel!

Mivel a csigáról történő visszafejtésnél a csiga tengelysíkja, melyben a körívprofil értelmezzük, γ közepes csigamenet emelkedési szöggel meg van döntve azon célból, hogy a korong a virtuális csiga menetárákába illeszkedjen, ezt a transzformációt is el kell végeznünk (4.13. ábra).



4.13. ábra

$K_{(0)}$ és K_2 koordináta-rendszerek kapcsolata

Áttérni az $K_{(0)}$ koordinátarendszerről a K_2 koordinátarendszerre a 4.13. ábra alapján a következő mátrixok felírásának segítségével lehet:

$$\mathbf{M}_{2,(0)_{iv}} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{(0),2_{iv}} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.28.)$$

A szerszámot generáló görbe egy általános pontjának koordinátái K_2 -ben

$$\mathbf{r}_{g2}(y_{SZ2}) = \mathbf{M}_{2,(0)_{iv}} \cdot \mathbf{r}_{g(0)}(y_{SZ2}) \quad (4.29.)$$

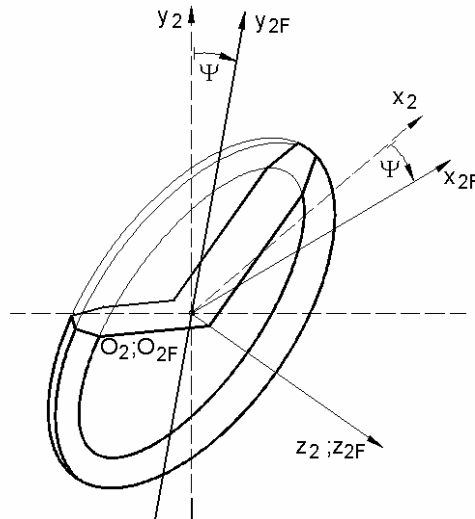
szerint számítható.

A szerszámot generáló görbe egy általános pontjának homogén koordinátái

$$\mathbf{r}_{g2}(y_{SZ2}) = \begin{bmatrix} -\left(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} - b_2\right) \cdot \sin \gamma \\ y_{SZ2+a-K} \\ \left(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2\right) \cdot \cos \gamma \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.30.)$$

az

$$\eta \leq y_{SZ2} \leq r_f \quad \text{feltétellel!}$$



4.14. ábra

K_2 és K_{2F} koordináta-rendszerek kapcsolata

A K_2 koordináta-rendszer és a K_{2F} koordináta-rendszer közötti transzformációs mátrixok a 4.14. ábra alapján a következő formában írhatók fel:

$$\mathbf{M}_{2F,2} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{2,2F} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.31.)$$

A szerszám működő felülete egy általános pontjának koordinátái K_{2F} -ben

$$\mathbf{r}_{2F}(y_{SZ2}, \psi) = \mathbf{M}_{2F,2} \cdot \mathbf{r}_{g2}(y_{SZ2}) \quad (4.32.)$$

szerint számíthatók.

A szerszám működő felülete egy általános pontjának homogén koordinátái:

$$\mathbf{r}_{2F}(y_{SZ2}, \psi) = \begin{bmatrix} -\left(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2\right) \cdot \sin\gamma \cdot \cos\psi - \left(y_{SZ2+a-K}\right) \cdot \sin\psi \\ \left(y_{SZ2+a-K}\right) \cdot \cos\psi - \left(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2\right) \cdot \sin\gamma \cdot \sin\psi \\ \left(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2\right) \cdot \cos\gamma \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.33.)$$

Ezzel előállt az a korongfelület, melyet egyetlen visszafejtő korong lehúzás után kapunk az

$$\eta \leq y_{SZ2} \leq r_f \quad \text{feltétellel!}$$

A továbbiakban feltesszük, hogy a korong felülete arra a sávra van korlátozva, amely a többszörös burkolások ellenére a végleges korongfelület részeként megmaradva, az indirekt műveletben a köszörült csiga fogának egy részét előállítaná.

Ennek meghatározásához az \mathbf{n}_{2F} (3.56.) és $\mathbf{v}_{2F}^{(21)}$ a (3.47.) szerint számíthatók:

$$\mathbf{n}_{2F} = \frac{\partial \mathbf{r}_{2F}}{\partial y_{SZ2}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{2F}}{\partial \psi}; \quad \mathbf{v}_{2F}^{(21)} = \mathbf{P}_{2a} \cdot \mathbf{r}_{2F}. \quad (4.34.)$$

Ehhez szükséges az átviteli mátrix tengelymetszetben ívelt profilú csiga esetén:

$$\mathbf{P}_{2a_ív} = \begin{bmatrix} 0 & +i + \cos\gamma & -\sin\gamma \cdot \sin\varphi_2 & -(a \cdot \cos\gamma + p_a \cdot \sin\gamma) \cdot \cos\varphi_2 \\ -i - \cos\gamma & 0 & +\sin\gamma \cdot \cos\varphi_2 & -(a \cdot \cos\gamma + p_a \cdot \sin\gamma) \cdot \sin\varphi_2 \\ +\sin\gamma \cdot \sin\varphi_2 & -\sin\gamma \cdot \cos\varphi_2 & 0 & +a \cdot \sin\gamma - p_a \cdot \cos\gamma \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.35.)$$

Ennek felhasználásával a sebességvektor:

$$\mathbf{v}_{2F}^{(12)}(y_{SZ2}) = \begin{bmatrix} 0 \cdot x_{2F} & +i + \cos\gamma \cdot y_{2F} & -\sin\gamma \cdot \sin\varphi_2 \cdot z_{2F} & -(a \cdot \cos\gamma + p_a \cdot \sin\gamma) \cdot \cos\varphi_2 \\ -i - \cos\gamma \cdot x_{2F} & +0 \cdot y_{2F} & +\sin\gamma \cdot \cos\varphi_2 \cdot z_{2F} & -(a \cdot \cos\gamma + p_a \cdot \sin\gamma) \cdot \sin\varphi_2 \\ +\sin\gamma \cdot \sin\varphi_2 \cdot x_{2F} & -\sin\gamma \cdot \cos\varphi_2 \cdot y_{2F} & +0 & +a \cdot \sin\gamma - p_a \cdot \cos\gamma \cdot z_{2F} \\ & & 1 & \end{bmatrix} \quad (4.36.)$$

A tengelymetszetben ívelt profilú csigát létrehozó közsörűkorong felületi normálisa:

$$\mathbf{n}_{2F_ív} = \frac{\partial \mathbf{r}_{2F}}{\partial y_{SZ2}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{2F}}{\partial \psi} =$$

$$\begin{bmatrix} -\cos \gamma \cdot \left(\frac{y_{SZ2} \cdot \left(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2 \right) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \psi}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2}} + \frac{y_{SZ2} \cdot \left(y_{SZ2} + a - K \right) \cdot \sin \psi}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2}} \right) \\ \cos \gamma \cdot \left(\frac{y_{SZ2} \cdot \left(y_{SZ2} + a - K \right) \cdot \cos \psi}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2}} - \frac{y_{SZ2} \cdot \left(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2 \right) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \psi}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2}} \right) \\ - \frac{y_{SZ2} \cdot \left(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2 \right) \cdot \sin^2 \gamma}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2}} + y_{SZ2} + a_0 - K \end{bmatrix}$$

1

(4.37.)

Mindezek felhasználásával:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_{2F_iv} \cdot \mathbf{v}_{2F_iv}^{(21)} = & \\
 & \left. \begin{aligned}
 & \cos^2 \gamma \cdot \left(\frac{y_{sz2} \cdot (y_{sz2} + 2 \cdot a - K) \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} - \frac{a \cdot y_{sz2} \cdot (y_{sz2} + a - K) \cdot \sin \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} \right) \\
 & + \cos \gamma \cdot \left(\frac{p_a \cdot y_{sz2} \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} - \frac{p_a \cdot y_{sz2} \cdot (y_{sz2} + a - K) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} \right) \\
 & + \frac{y_{sz2} \cdot (y_{sz2} + a - K) \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot \sin^3 \gamma \cdot \cos \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} \\
 & + \frac{(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot (b_2 \cdot y_{sz2} - (a - K) \cdot \sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}) \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} - (y_{sz2} + a - K)^2 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2
 \end{aligned} \right) + \\
 & \left. \begin{aligned}
 & \cos^2 \gamma \cdot \left(\frac{y_{sz2} \cdot (y_{sz2} + 2 \cdot a - K) \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} + \frac{a \cdot y_{sz2} \cdot (y_{sz2} + a - K) \cdot \cos \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} \right) \\
 & + \cos \gamma \cdot \left(\frac{p_a \cdot y_{sz2} \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} + \frac{p_a \cdot y_{sz2} \cdot (y_{sz2} + a - K) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} \right) \\
 & + \frac{y_{sz2} \cdot (y_{sz2} + a - K) \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot \sin^3 \gamma \cdot \sin \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} \\
 & + \frac{(\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot ((a - K) \cdot \sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} - b_2 \cdot y_{sz2}) \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_2}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} - (y_{sz2} + a - K)^2 \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2
 \end{aligned} \right) + \\
 & \cos \gamma \cdot \left(\frac{p_a \cdot y_{sz2} \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot \sin^2 \gamma}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} - p_a \cdot (y_{sz2} + a - K) \right) - \frac{a \cdot y_{sz2} \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2} + b_2) \cdot \sin^3 \gamma}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{sz2}^2}} + a \cdot (y_{sz2} + a - K) \cdot \sin \gamma + 1 = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.38}$$

Meghatározva az $\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \mathbf{r}_{2F}$ egyenletét az

$$\mathbf{r}_{1F}(y_{SZ2}, \Psi) = \left[\begin{array}{l} -\cos \psi \cdot (\cos \gamma \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi \cdot \cos \varphi_2 - y_{SZ2} + a - K \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi_2) - (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi \cdot \\ \cdot \sin \varphi_2 - y_{SZ2} + a - K \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi_2 - \sin \psi \cdot (\cos \gamma \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi_2 - y_{SZ2} + a - K \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi_2) - \\ - (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi - a \cdot \sin \varphi \\ \\ \cos \psi (\cos \gamma \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi_2 - y_{SZ2} + a - K \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi_2) + (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi_2 + \\ + y_{SZ2} + a - K \cdot \cos \varphi \cdot \cos \varphi_2 + \sin \psi \cdot (\cos \gamma \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi \cdot \sin \varphi_2 + y_{SZ2} + a - K \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi_2) - (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \\ \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi \cdot \cos \varphi_2 + y_{SZ2} + a - K \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi_2 + (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi - a \cdot \cos \varphi \\ \\ \cos \psi \cdot y_{SZ2} + a - K \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2 - (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) + \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_2 - \sin \psi \cdot (\sqrt{\rho_{ax}^2 - y_{SZ2}^2} + b_2) \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_2 + y_{SZ2} + a - K \cdot \\ \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2 + b_2 - p_a \cdot \varphi \end{array} \right] \cdot 1 \quad (4.39.)$$

kapjuk.

Az

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{n}_{2F} \cdot \mathbf{v}_{2F} = 0 \\ \mathbf{r}_{2F} = \mathbf{r}_{2F}(y_{SZ2}, \Psi) \\ \mathbf{r}_{1F} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \mathbf{r}_{2F} \end{array} \right\} \quad (4.40.)$$

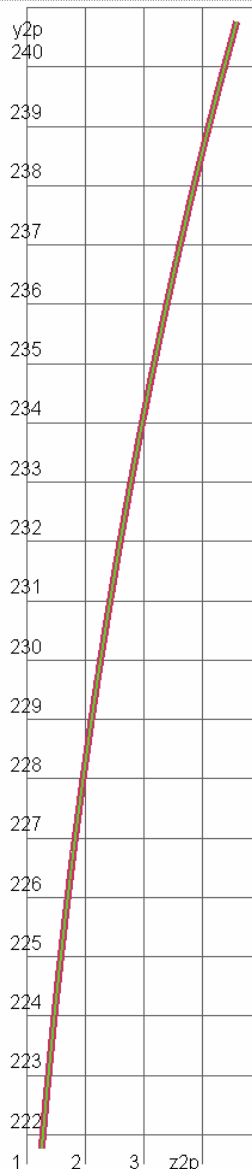
együttes megoldásával a karakterisztika, majd ennek ismeretében a keresett csavarfelület egyenlete előállítható.

A kifejlesztett eljárásra egy C nyelvű számítógépes program készült, melynek egy konkrét esetben történő futtatása a megadott geometriai és a program futtatásához szükséges paraméterek feltüntetésével a 4.15.-4.18. ábrán kerül bemutatásra.

A számítás menete a számítógépi programhoz készült folyamatábra alapján a 4.20. ábrán követhető.

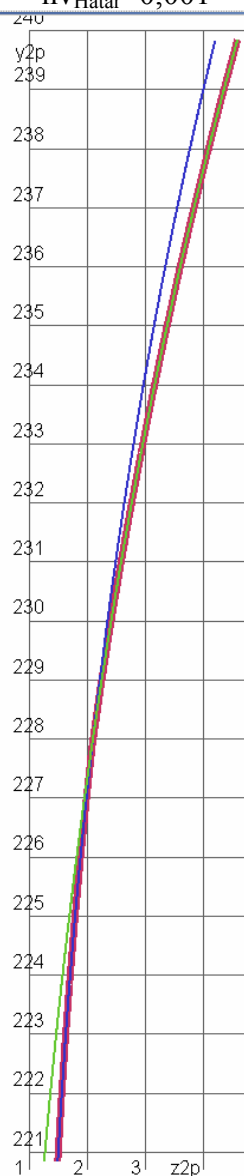
A számítás bemenő adatai:
 $a=280\text{mm}$, $p=18,75$, $i_{21}=0,9$, $\gamma=21,2^\circ$,
 $K=69,5\text{mm}$, $\rho_{ax}=50\text{mm}$
 $z_{ax}=51\text{mm}$
 $\varphi_{1\text{Start}}=0^\circ$, $\varphi_{1\text{Stop}}=4^\circ$, $\varphi_{1\text{Step}}=4^\circ$
 $\eta_{\text{LabKor}}=38,75\text{mm}$
 $\eta_{\text{FejKor}}=58,75\text{mm}$
 $\eta_{\text{Start}}=38,75\text{mm}$
 $\eta_{\text{Stop}}=58,75\text{mm}$
 $\eta_{\text{Step}}=1\text{mm}$
 $\vartheta_{\text{Start}}=-90^\circ$, $\vartheta_{\text{Stop}}=0^\circ$, $\vartheta_{\text{Step}}=1^\circ$
 $nv_{\text{Hatar}}=0,001$

A számítás bemenő adatai:
 $a=280\text{mm}$, $p=18,75$, $i_{21}=0,9$, $\gamma=21,2^\circ$
 $K=69,5\text{mm}$, $\rho_{ax}=50\text{mm}$
 $z_{ax}=51\text{mm}$
 $\varphi_{1\text{Start}}=0$, $\varphi_{1\text{Stop}}=4^\circ$, $\varphi_{1\text{Step}}=2^\circ$
 $\eta_{\text{LabKor}}=38,75\text{mm}$
 $\eta_{\text{FejKor}}=58,75\text{mm}$
 $\eta_{\text{Start}}=38,75\text{mm}$
 $\eta_{\text{Stop}}=58,75\text{mm}$
 $\eta_{\text{Step}}=1\text{mm}$
 $\vartheta_{\text{Start}}=-90^\circ$, $\vartheta_{\text{Stop}}=0^\circ$, $\vartheta_{\text{Step}}=1^\circ$
 $nv_{\text{Hatar}}=0,001$



4.15. ábra

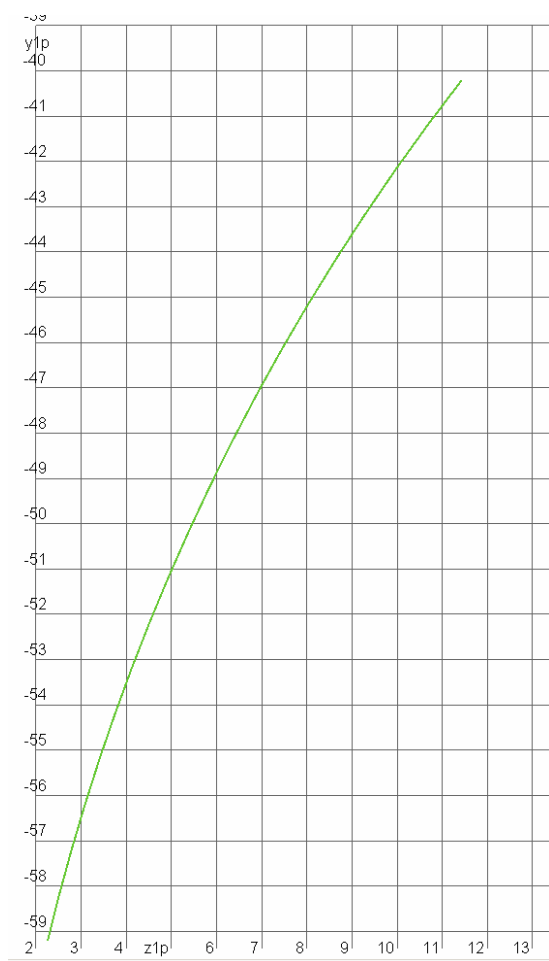
A köszörűkorong profil egy lehúzott körív esetén



4.16. ábra

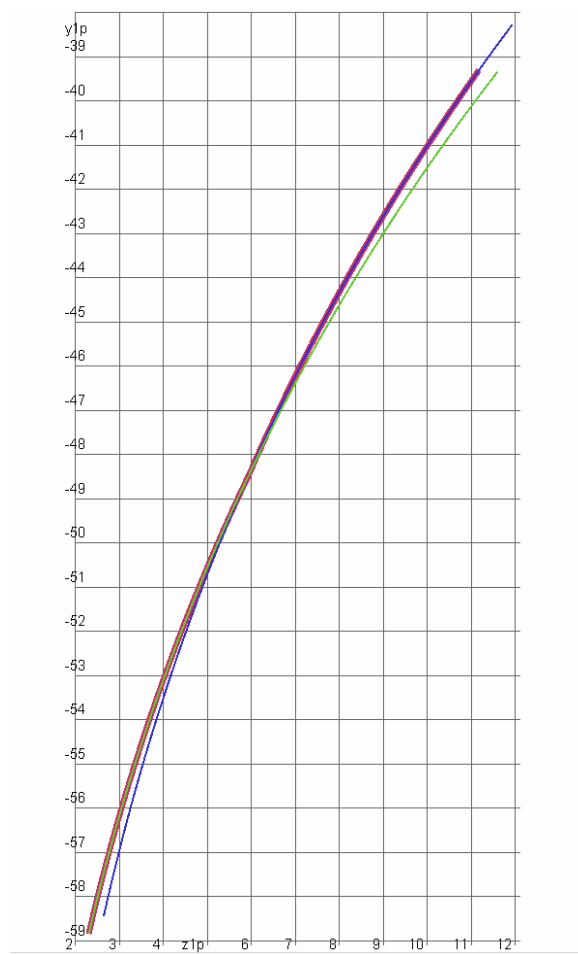
A köszörűkorong profil két (zöld, kék) lehúzott körív esetén

A pirossal kivastagított vonaltól balra eső részt eltávolítottak kell értelmezni.



4.17. ábra

A visszafejtett csiga profilja egy lehúzott körív esetén
A görbétől jobbra eső részt eltávolítottak kell tekinteni



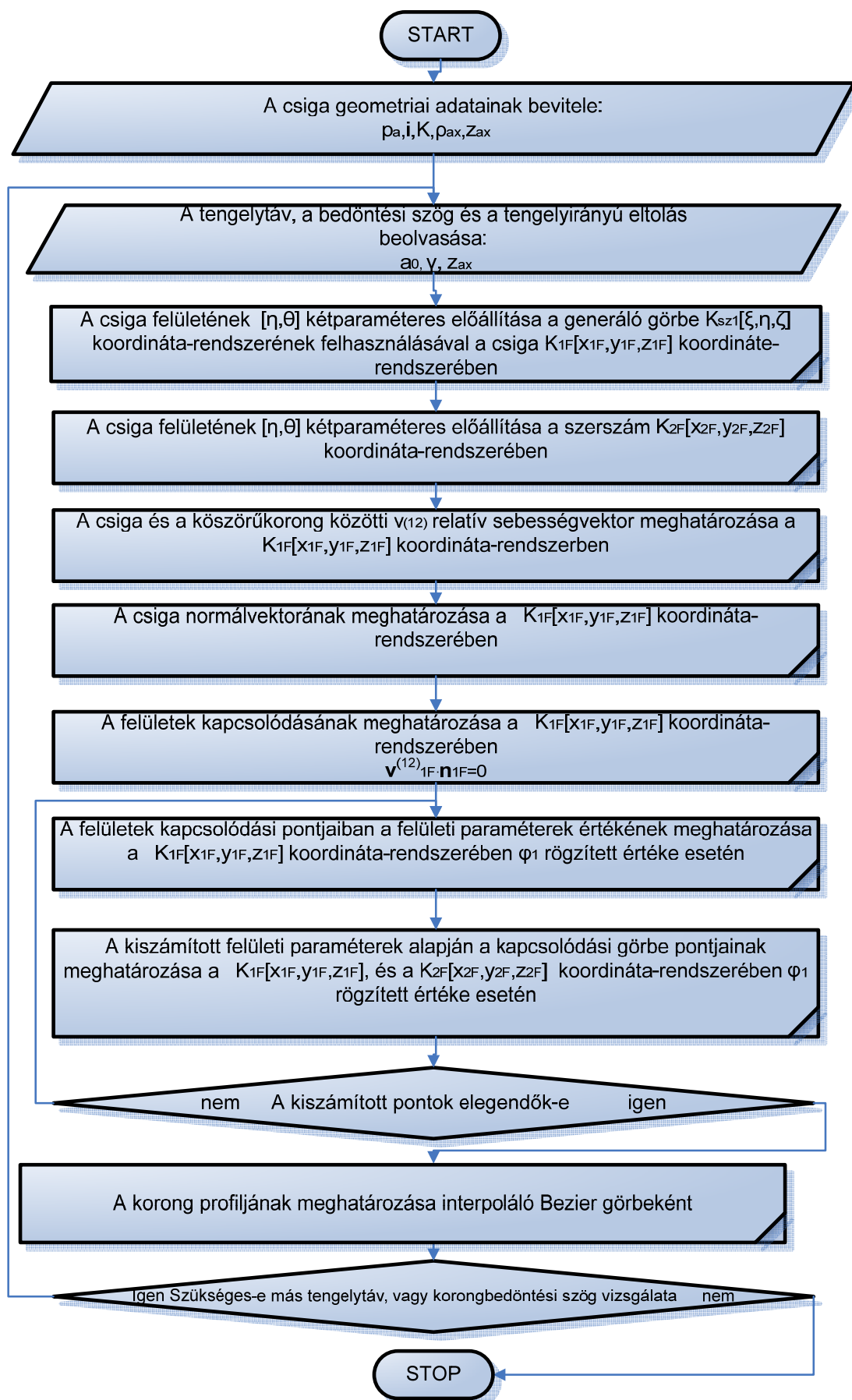
4.18. ábra

A visszafejtett csiga profil két lehúzott körív (kék, zöld) esetén
A pirossal kivastagított görbétől jobbra eső részt eltávolítottak kell tekinteni

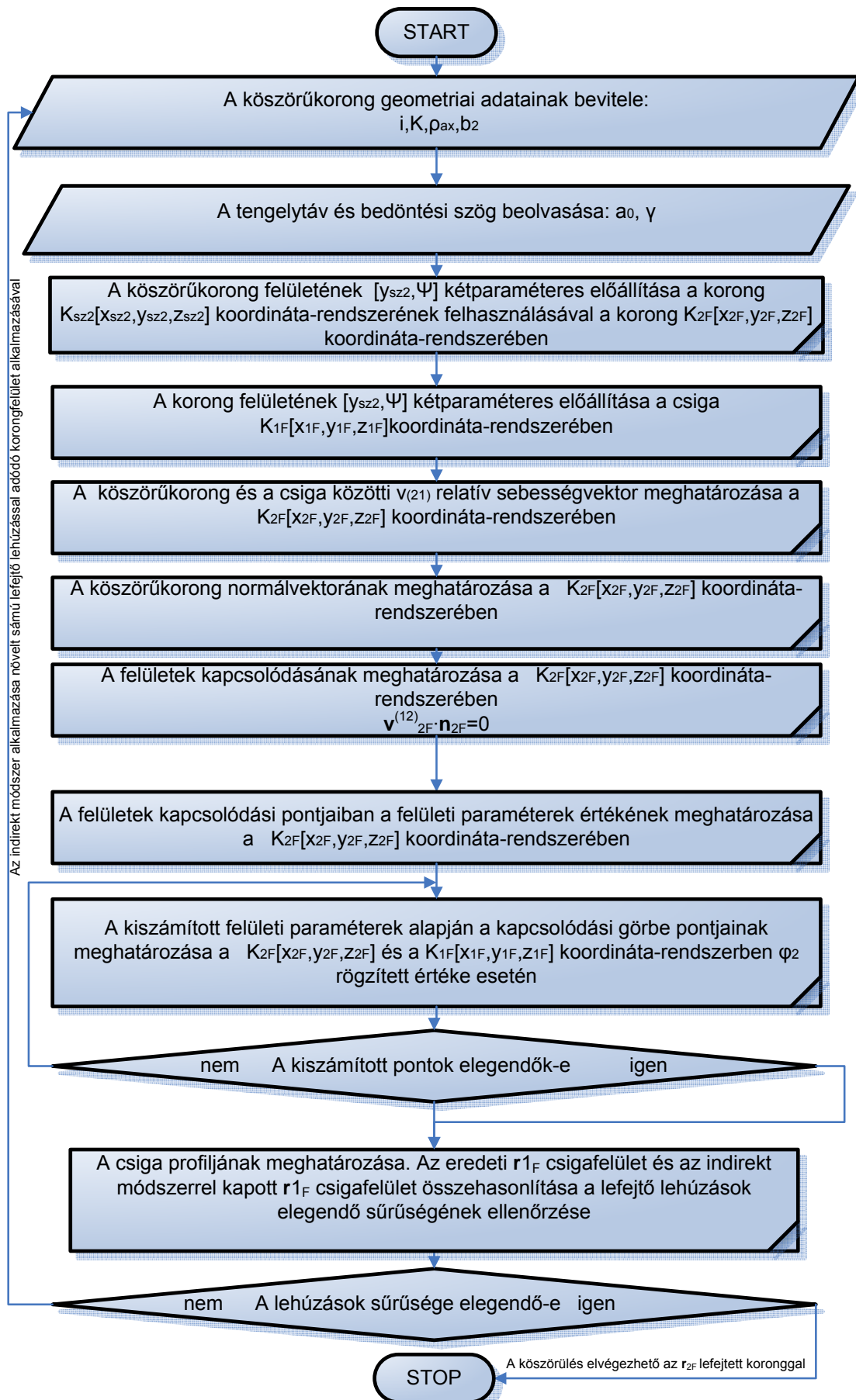
Következtetések:

A különböző geometriájú csigák gyártásgeometriájának vizsgálata egy általunk kifejlesztett számítógépes programmal történik. Ez a program az adatok változtatásával adja meg a jellemzőket, jeleníti meg az eredményeket és a kiértékeléseket.

Ezen fejezetben leírt módszer szerint az indirekt eljárás során a Dudás-féle mechanikus lefejtő-szabályozó készülékkel a csiga felületének mozgását helyettesítő gyémánt túvel visszafejtett korong felületének, illetve az azzal köszörült csiga felületének meghatározása került sorra, mely összevetve az elméleti csavarfelülettel a koronglefejtés paramétereinek optimalására ad alapot. Az általunk kidolgozott eljárás alapjául szolgál a csigaprofil torzulás elkerülése érdekében végzendő korongszabályozás beállításának meghatározásához, mely által egyrészt meghatározható a korongalak lefejtésének sűrűsége, amellyel a megköszörült csiga egy megadott gyártási tűrésen belül lesz, másrészt a csigáról való visszafejtéssel szabályozott korong tűrésmezője határozható meg ahhoz, hogy az azzal köszörült csiga felülete az előírt tűrésen belül legyen.



4.19. ábra Direkt eljárás



4.20. ábra Indirekt eljárás

5. TÉRBELI HENGERES ÉS KÚPOS CSIGAHAJTÁSOK HORDKÉPÉNEK ELEMZÉSE

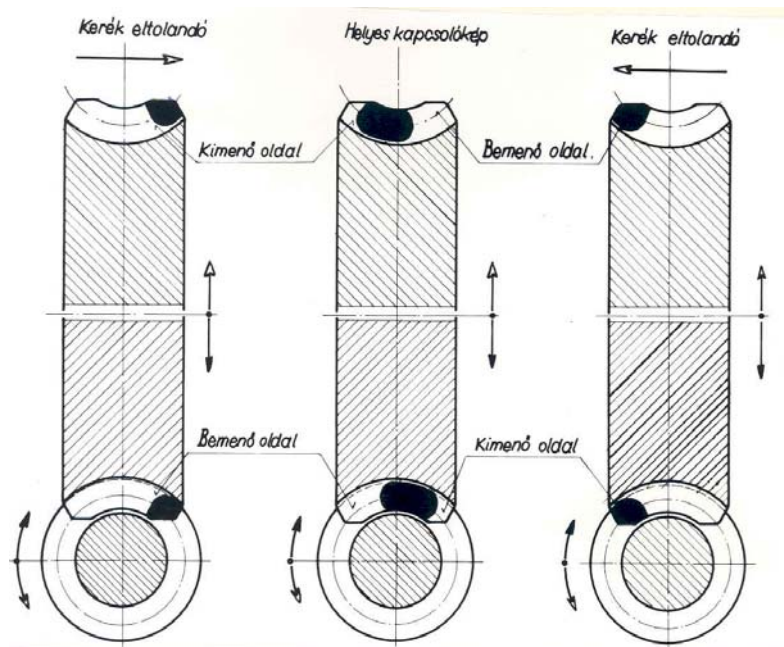
Az érintkezési viszonyok javításának és a teherbírás növelésének egyik módja a terhelés alatti érintkező felület hidrodinamikai szempontból kedvező tartományra való korlátozása, a **hordkép lokalizálása** [50].

A hordkép értelmezéseivel, kiértékelésének szempontjaival, az elhelyezkedését befolyásoló tényezők hatásával (5.1. ábra) a tématerület jelentőségének megfelelően számos jeles kutatót foglalkoztatott[146]. Ezen területtel foglalkozó kiemelkedő szakemberek munkáiban jelentek meg róla igen komoly elemzések Bercsey [15], Litvin [94], Horák [79], Dudás [62].

5.1 A hordkép beállítása

A hordkép alakja nagymértékben függ az érintkezési vonalak alakjától. A kapcsolódó felületeket geometriailag ideális, merev testként felfogva, vizsgáljuk a geometriai paramétereinek változtatásaival járó , hordképre vonatkozó hatásokat [14].

A csigahajtópárok működési jellemzőit többek között a kapcsolódó felületek közötti olajfilm befolyásolja [96,50]. A hidrodinamikai kenőfilm és a teherbíró hordfelületek kialakítására olyan kapcsolódó felületeket kell létrehozni, amelyek azzal jellemezhetők, hogy a kapcsoló mezőn belül a pillanatnyi érintkezési görbék legalább 40%-ának iránya a relatív sebességek irányával 70° - 90° -os szöget zár be [109], mint ahogyan a 2.3. ábra ezt szemlélteti.



5.1. ábra

A helyes hordkép ballítása a forgásirány függvényében[50]

A hordkép akkor jó, ha a kilépő oldal felé tolódik el, mert akkor alakulhat ki olajfilm. Természetesen a különböző szerszámmal való megmunkálás eltérő hordképet eredményez.

5.2 Lokalizált hordkép kialakítása

A korlátozott **fogérintkezési mező** kialakításának általában az alábbi módszereit alkalmazzák:

A csigahajtópár geometriájának (**α alap profilszög, alkotó alakja, x_2 profileltolás tényező, tengelytáv**), geometriai adatainak olyan megválasztása, amely szükségszerűen biztosítja a lokalizált hordkép kialakulását. A lokalizálással foglalkoztak többek között Niemann [109], Litvin [92], [94].

A helyes hordkép kialakításának, lokalizálásának módszerei:

- Felületek geometriailag helyes kapcsolódásához nem feltétlenül szükséges a felületrészek lenyesése, a lokalizált hordkép érdekében.
- Két közvetítő-származtató felülettel való lefejtés, amely a kapcsolódó fogazatok lokalizálását teszi lehetővé.

A disszertáció az első módszer kutatásával foglalkozik. Korábban a Miskolci Egyetem Gépgyártástechnológiai Tanszékén a többi módszerrel kapcsolatos kutatást és konkrét munkát is végeztek [147], de az a tény, hogy az összehangolt, helyes geometriai méretek a csigahajtás üzemi tulajdonságaival szoros összefüggésben vannak, további kutatására inspirált.

Az évekkel ezelőtt elkezdett kutatás célja a különböző típusú csigahajtópárok hajtás és gyártásgeometriai kérdéseinek rendszerbefoglalása, illetve általánosítása. Az [50] munka összegzi az eddig elvégzett kutatások leglényegesebb megállapításait.

A jelen munkában elkészült a közös tengelyű hengeres és kúpos csigák, azok hajtása estén elemeinek, és megmunkálásuk esetén szerszámainak új matematikai modellje. Ebben a fejezetben a kapcsolódó felületek hordkép elemzésével kívánunk foglalkozni.

A különböző hajtópárok üzemi jellemzőit (hatásfok, zajszint, működési hőmérséklet, átvihető teljesítmény, élettartam, stb.) döntő mértékben a kapcsolódási viszonyok határozzák meg [78]. A kapcsolódási viszonyok között elsősorban az alábbi, egymással szoros kapcsolatban lévő, a hajtópár típusára többé – kevésbé jellemző tulajdonságokat emeljük ki:

- az érintkezési vonalak összhosszúsága,
- az érintkezési vonalak elhelyezkedése, alakja,
- az érintkezési vonalak és a relatív sebesség viszonya,
- a hordkép elhelyezkedése a megfelelő olajfilm kialakulása érdekében (szűkülőrés).

Mindezen tulajdonságok alapvetően meghatározzák a hordképes kenőfilm kialakulását és a hajtópár teherbírását, valamint a többi üzemi jellemzőit.

Bár a hajtópár típusa (geometriai kialakítása) ezeket a tulajdonságokat bizonyos határok között determinálja, de a hajtás típusára jellemző paraméterek célszerű megválasztásával az adott cél szerinti optimum, *a lehetséges intervallumon belül helyes tervezéssel elérhető, illetve több cél esetében van optimalizálásra lehetőség* [8, 50, 77].

A hajtástípusok sokfélesége megkívánja, hogy az értékelési szempontok, illetve az egyes jellemzők meghatározása azonos elvek szerint történjen.

Ezt a különböző típusokra egy olyan matematikai modell segítségével végezzük el, melynek alkalmazásával nemcsak a kapcsolódás szempontjából optimális paraméterek határozhatók meg, hanem a hajtópár tagjainak megmunkálásához szükséges szerszámprofil is.

A hordkép a kapcsolódó felület erőátvitelre igénybevett felülete. Nagyságának és elhelyezkedésének ismerete az egységnyi felületre jutó erő, illetve az általa befolyásolt kopás vizsgálata miatt is fontos.

5.3. A kapcsolódási viszonyok meghatározása a hordkép vonatkozásában

A hajtópár két tagja a viszonylagos mozgásban burkolja egymást, kapcsolódásuk az érintkezési vonal mentén történik. Ennek meghatározása a következő összefüggésekkel történik.

Adott az egyik tag felülete az S_{1F} forgó koordináta-rendszerben:

$$\mathbf{r}_{1F} = \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \quad (5.1.)$$

$$\mathbf{r}_{1F} = x_{1F}(\eta, \vartheta)\mathbf{e}_x + y_{1F}(\eta, \vartheta)\mathbf{e}_y + z_{1F}(\eta, \vartheta)\mathbf{e}_z \quad (5.2.)$$

Ennek normálvektora:

$$\mathbf{n}_{1F} = \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \eta} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \vartheta} \quad (5.3.)$$

A két tag közötti relatív sebességvektor meghatározható:

$$\mathbf{v}_{1F}^{(12)} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (5.4.)$$

ahol $\mathbf{M}_{1F,2F}$ és $\mathbf{M}_{2F,1F}$ transzformációs mátrixok, és

$$\mathbf{P}_{1a} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{M}_{2F,1F} \quad (5.5.)$$

ahol \mathbf{P}_{1a} a kinematikai leképzés mátrixa.

A felület (η, ϑ) értékpárja legyen egy u paraméter függvénye.

Az érintkezési vonal egyenletét a kapcsolódás I. törvénye szerint a következő függvénykapcsolat írja le:

$$f(\eta(u), \vartheta(u), \varphi_1) = f(u, \varphi_1) = \mathbf{n}_{1F} \cdot \mathbf{v}_{1F} = 0 \quad (5.6.)$$

Rögzített φ_1 mozgásparaméter értékek mellett meghatározhatók a felületnek azok az összetartozó $\eta(u), \vartheta(u)$ paraméter értékpárjai, amelyek kielégítik az (5.6.) összefüggést.

A továbbiakban konkretizáljuk a problémát a tengelymetszetben körív alkotóval rendelkező csiga profilú felületre, amely származtatásának vázlata a 3.2. ábrán látható.

Az új modellben kidolgozott matematikai összefüggések felhasználásával egy C nyelvű számítógépes program készült, melynek futtatásával ábrázolásra kerültek a kapcsolódást jellemző érintkezési vonalak, melyek más-más geometriai paraméterek mellett más-más képet, jelleget mutatnak.

Az általunk kiválasztott hajtás jóságának megítéléséhez alapvetően a következő három jellemző hasonlítható össze:

a.) Az egyidejű érintkezési vonalak összhosszúsága

Az (5.7) összefüggés felhasználásával egyenközü φ_1 mozgásparaméter léptetés során adódott helyzetekben az egyidejű érintkezési vonalak összhosszúsága megadja egy fontos jellemzőjét a hordképnek. Az értékelés különböző paraméterek változtatásával azonos szempontok szerint történik. Például hosszúság-dimenziójú paramétereknél mm-enként, szög-dimenziójú paraméterek esetében fokenként.[45]:

$$L = \sum_{k=1}^m \int_{u_{jr}}^{u_{jt}} ds \quad (5.7.)$$

ahol:

- $ds = \sqrt{(\dot{x}(u))^2 + (\dot{y}(u))^2 + (\dot{z}(u))^2}$
- k : az érintkezési vonalak futóindexe
- m : a vizsgált érintkezési vonalak száma
- u_{jr} : a lábhézag értékével növelt lábhengeri sugárértéknek megfelelő u paraméter érték
- u_{jt} : a csiga fejhengerhez tartozó u paraméter érték
- $u_{jt} - u_{jr}$: a működő fogmagasságnak megfelelő paraméterkülönbség

A kiválasztási kritérium szerint az $L_j = L$ maximális értéke a legmegfelelőbb, pl. a teherbírás szempontjából.

$$L_{opt} = \max \{L_1(\eta, \vartheta), L_2(\eta, \vartheta), \dots, L_z(\eta, \vartheta)\} \quad (5.8.)$$

ahol:

- L_j : az L értéke a vizsgált különböző esetekben
- j : a vizsgált verzió futóindexe ($j=1,2,\dots,z$)
- z : a vizsgált verziók száma
- L_{opt} : az L_j optimum értéke

Meg kell jegyeznünk, hogy ez az érték a b) pont szerint legjobbnak ítélt változatoknál jelent további értékelési szempontot.

b) Az érintkezési vonalak érintői és a relatív sebességvektorok által bezárt szög

Ebből a szempontból az a legkedvezőbb, ha a relatív sebességvektor ($\mathbf{v}_{IF}^{(12)}$) és az érintkezési vonal érintője (\mathbf{t}) által bezárt szög átlagos értékének merőlegestől való H eltérése a legkisebb. A megoldáshoz a relatív sebességvektor és az érintővektor irányába mutató egységnyi hosszúságú $\mathbf{v}_{IF,e}^{(12)}$ és \mathbf{t}_e vektorokkal célszerű használni a vizsgálat elvégzéséhez.

Az (5.1.), (5.4.), (5.5.) összefüggések felhasználásával határozható meg[63]:

$$H_j = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_{IF,e,i,k}^{(12)} \cdot \mathbf{t}_{e,i,k} \quad (5.9.)$$

ahol:

-az érintővektor $\mathbf{t} = \dot{x}(u)\mathbf{e}_x + \dot{y}(u)\mathbf{e}_y + \dot{z}(u)\mathbf{e}_z$

- i - egy érintkezési vonalon a vizsgált pontok indexe pontonként egy vonalon

- k - a vizsgált érintkezési vonalak indexe

A változatok értékelése szempontjából ennek az értéknek (H_j) a minimuma az előnyös.

$$H_{\text{opt}} = \min \{H_1(\eta, \vartheta), H_2(\eta, \vartheta), \dots, H_z(\eta, \vartheta)\} \quad (5.10.)$$

ahol:

- H_j : az egyes változatok esetében a (5.9.) szerinti érték
- H_{opt} : H_z optimum értéke
- j : a vizsgált verzió futóindexe ($j=1,2,\dots,z$)
- z : a vizsgált változatok száma

Ez a jellemző az olajfilm kialakulása és teherbírása szempontjából lényeges.

Értékelésünkénél a H_j és H_{opt} , mint statisztikai mutatószám szerepel [45].

Kapcsolódási vonalak elhelyezkedése:

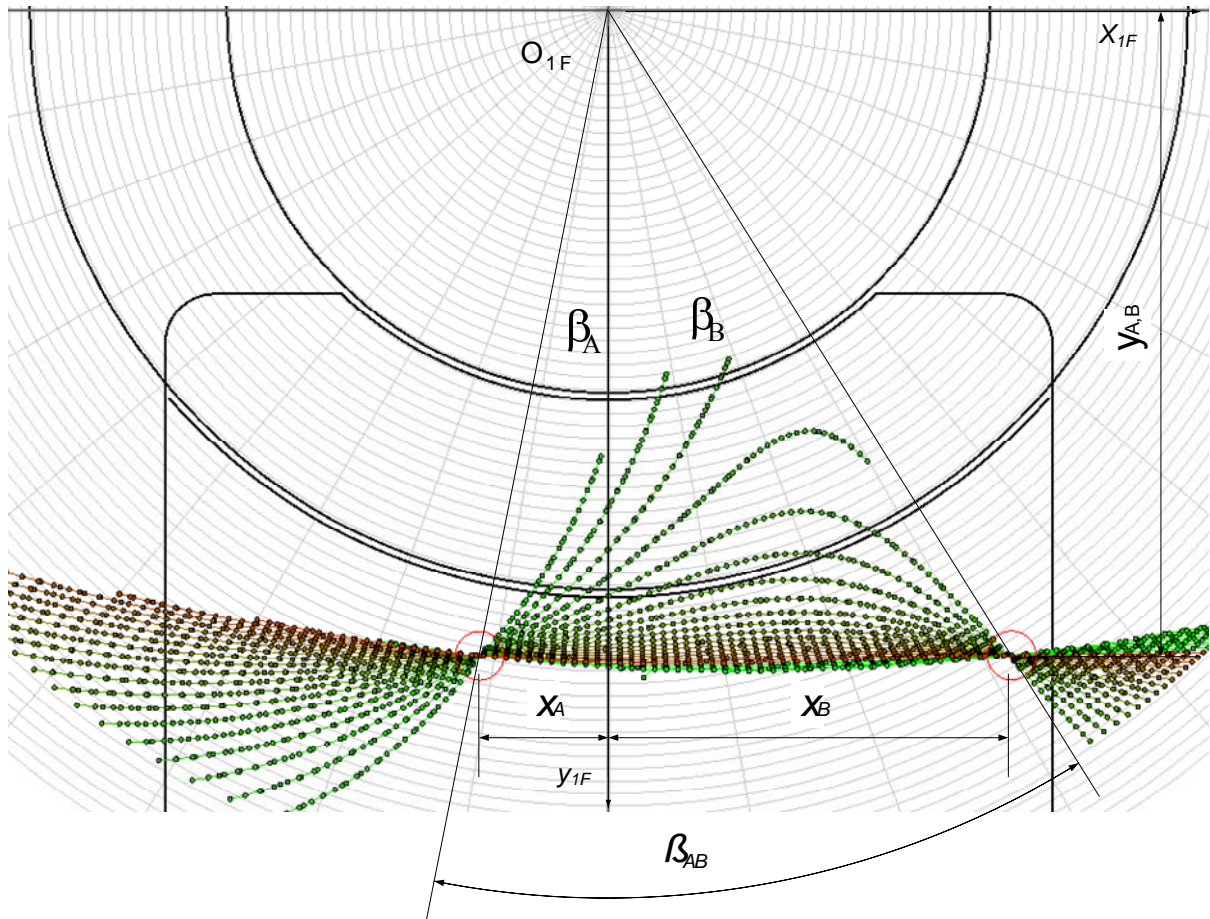
Az előző két kritérium szerinti maximum és minimum értékek módosítására szolgál azon szempont szerinti értékelés, amely az **érintkezési vonalak elhelyezkedését, a kapcsolódási csomópontok helyzetét ítéli meg a hajtás jóságát tekintetében.**

Konkrét adatokkal futattuk az erre a célra kifejlesztett C nyelvű számítógépes programunkat például a tengelymetszetben körív profilú csigahajtás esetére (M3. melléklet), ahol gyakorlati tapasztalatok alapján a belépő oldali csomópontnak a hajtás fő síkjától a csigakerék szélességének 1/6-ra kell lennie, a csiga tengelye és a csomópontok által bezárt szög pedig a hordkép elhelyezkedését, és méretét határozza meg [86].

Ezzel az eljárással egy adott hajtástípusnál tehát meghatározhatók azok az optimális geometriai paraméterek, melyek a kapcsolóvonalak ideális elhelyezkedését lehetővé teszik.

Konkrét példaként a következő pontban a tengelymetszetben körívprofilú hengeres csigahajtás esetében mutatjuk be a c) pont szerinti minősítési eljárást.

A csomópontok elhelyezkedését az 5.2. ábra szemlélteti.



$\beta_{AB} = 38,999957^\circ$
 $X_A = -19,67 \text{ mm}$
 $X_B = 38,24 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 285 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

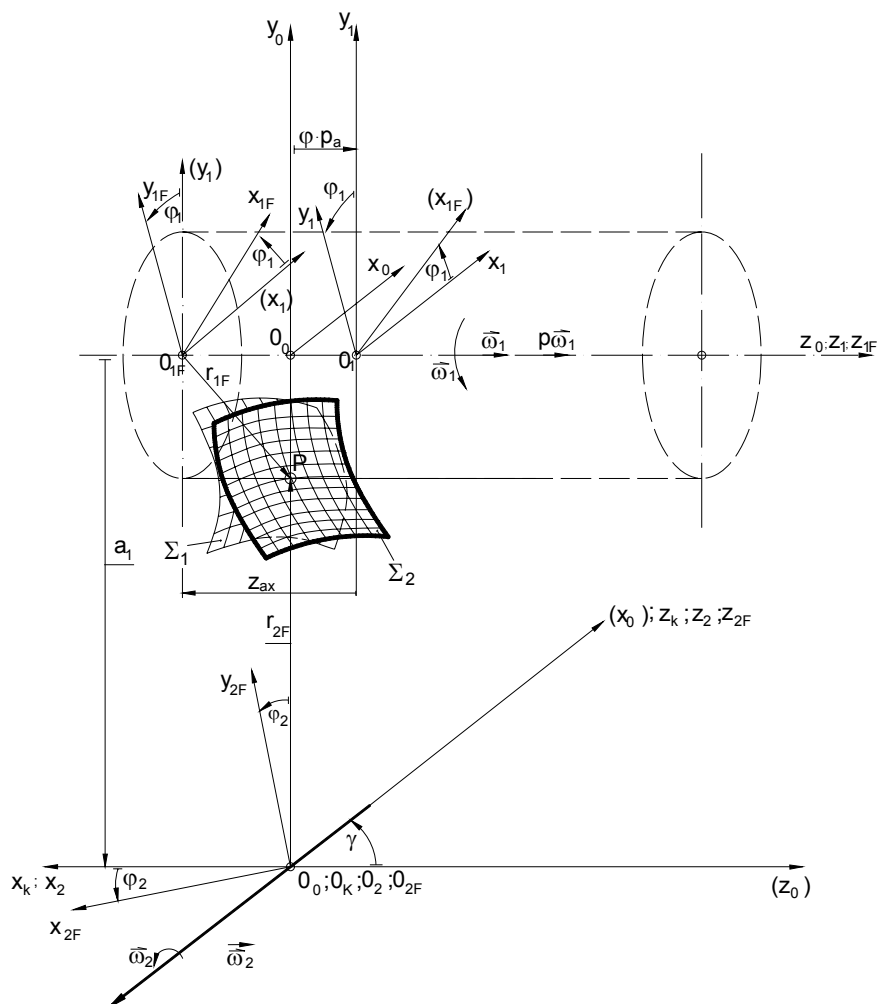
$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho = 45 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

5.2. ábra

A csomópontok szögei (β_A és β_B), a ρ_{ax} körív profil sugara és a K profil körív sugár középpontjának távolsága a bemenő geometriai adatokkal megadott esetben

5.4. Érintkezési vonalak elhelyezkedésére ható geometriai paraméterek vizsgálata tengelymetszetben körív profilú csiga és csigakerék vizsgálata esetén

A kapcsolódó csiga-csigakerékpár esetén az analitikai vizsgálatok nagyon gyakran csigára vonatkozóan egyszerűbben valósíthatók meg. Vizsgálatainkat a tengelymetszetben körívprofilú csigákkal (bal menetemelkedésű, jobboldali fogpropprofil) rendelkező hajtás esetére konkretizáljuk.



5.3. ábra

Az új modell tengelymetszetben körív profilú csiga és csigakerék esetén
 $c=0, p_r=0, \alpha=0, \gamma=-90^\circ,$

A $K_{0F}(x_{0F}, y_{0F}, z_{0F})$ álló koordináta-rendszerben a csiga paraméteres egyenlete a következő alakban írható fel homogén koordinátákkal [57].

$$\mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} -\eta \sin(\vartheta + \varphi_1) \\ \eta \cos(\vartheta + \varphi_1) \\ p_a \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.11.)$$

ahol:

- p_a – a csiga csavarparamétere ($p_a > 0$ tartozik a jobb menetű csavarhoz).
 η, ϑ – belső paraméter
 ρ_{ax} – profil körívsugara
 K – profil körívsugár középpontjának távolsága a csiga tengelyétől.

Tengelymetszetben ívelt profilú csigahajtás \mathbf{n}_0 normálvektorának koordinátái a (4.6) szerint írhatók fel:

$$\left. \begin{aligned}
 n_{0x} &= -\eta \sin(\vartheta + \varphi_1) \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + p \cdot \cos(\vartheta + \varphi_1) \\
 n_{0y} &= \eta \cos(\vartheta + \varphi_1) \frac{K - \eta}{\sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2}} + p \cdot \sin(\vartheta + \varphi_1) \\
 n_{0z} &= \eta
 \end{aligned} \right\} \quad (5.12.)$$

Tengelymetszetben körív profilú csiga-csigakerék hajtás sebességvektorának koordinátái $\mathbf{v}_{0F_ív} = \mathbf{P}_{0a_ív_hajtás} \cdot \mathbf{r}_{0F_ív}$ szerint számíthatók. A $\mathbf{P}_{0a_ív_hajtás}$ esetén $c=0$, $p_r=0$, $p_a=0$, $\alpha=0$, $\gamma=-90^\circ$, $\varphi_1=0^\circ$ -nál

$$\mathbf{P}_{0a_ív_hajtás} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & i \cdot a_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.13.)$$

$$v_{0_ívx}^{(12)} = -y \quad (5.14.)$$

$$v_{0_ívz}^{(12)} = x - iz$$

$$v_{0_ívz}^{(12)} = i \cdot y + a \cdot i$$

Ezekből az S_0 álló vonatkoztatási rendszerben a kapcsolódási egyenlet az

$$\mathbf{n}_{0_ív}^{(12)} \cdot \mathbf{v}_{0_ív}^{(12)} = -n_x \cdot y + n_y \cdot x - n_y \cdot i \cdot z + n_z \cdot i \cdot y + n_z \cdot a \cdot i = 0 \quad (5.15.)$$

alakba írható.

A φ_1 elfordulási szög egy rögzített értékének esetében az előző egyenletet kielégítő (η, ϑ) polár koordinátájú pontok alkotják a kapcsolódási vonalat. A fenti egyenlet implicit alakja miatt, az azt kielégítő polár koordinátapárok csak iterációval határozhatók meg.

A 5.4. ábra egy-egy rögzített φ_1 esetén az érintkezési vonalak számítógépes meghatározását mutatja az általunk kifejlesztett program alapján.

A csigakerék Σ_2 fogfelülete az S_2 csigakerékhez rögzített koordináta-rendszerben felírt pillanatnyi érintkezési vonalak burkolófelületeként állítható elő:

$$\left. \begin{aligned} f(\eta, \vartheta, \varphi_1) &= 0 \\ \mathbf{r}_{1F} &= \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \\ \mathbf{r}_{2F,1F_ív_kerék} &= \mathbf{M}_{2F,1F_ív_kerék} \cdot \mathbf{r}_{1F_ív} \end{aligned} \right\} \quad (5.16.)$$

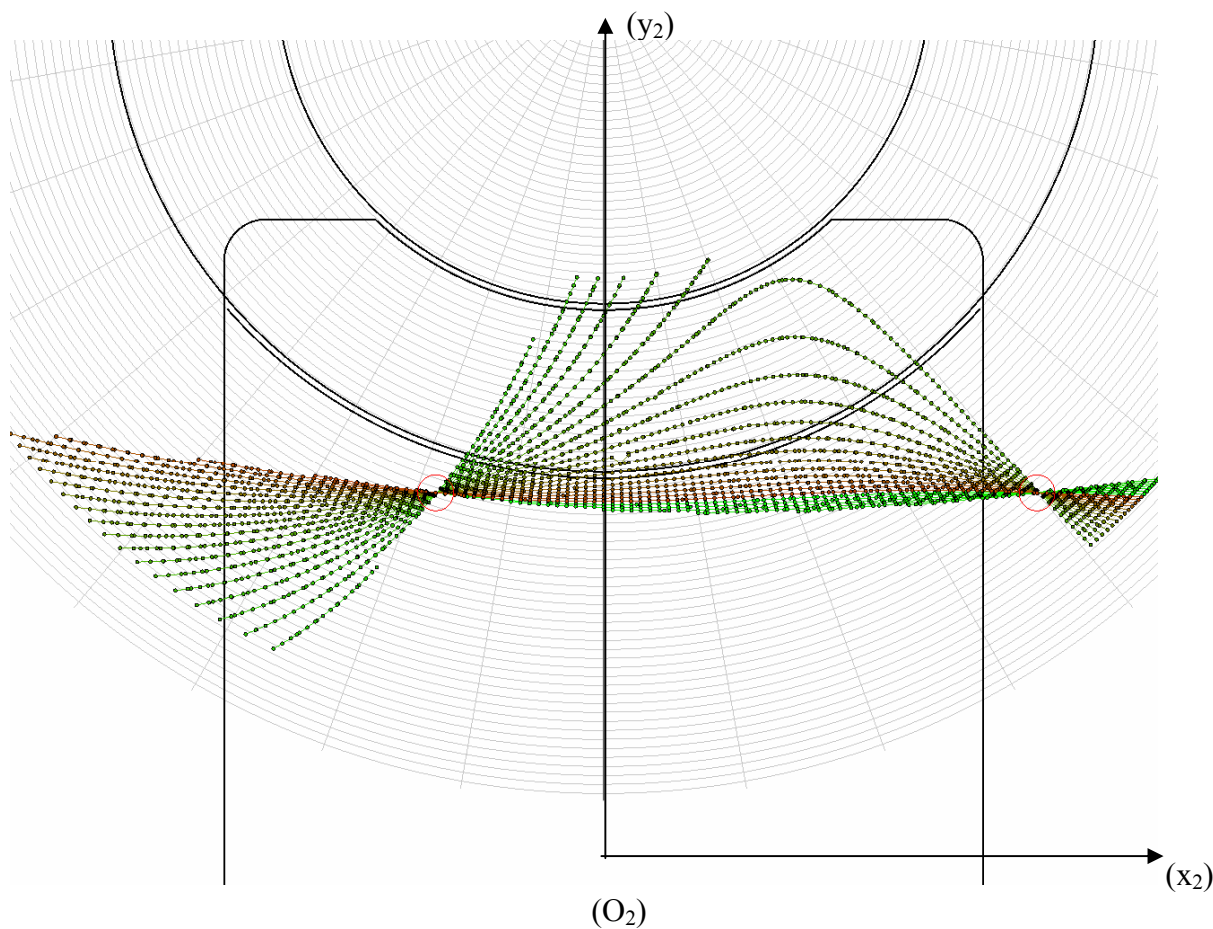
Az $\mathbf{M}_{2F,1F_ív_kerék}$ megfelelő formáját a fentiek szerint leírtaknak megfelelően az $\mathbf{M}_{2F,1F}$ -ből kapjuk az adott csigahajtást leíró geometriai paraméterek értelmezése mellett:

$$\mathbf{M}_{2F,1F_ív_kerék} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 & -a_0 \cdot \sin \varphi_2 \\ +\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & +\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & +a_0 \cdot \cos \varphi_2 \\ +\cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.17.)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{2F_ív_kerék} &= \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \eta \cdot \sin \vartheta - \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \\ &\quad - \cos \varphi_2 \cdot \left(p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \right) - a_0 \cdot \sin \varphi_2 \\ y_{2F_ív_kerék} &= -\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \eta \cdot \sin \vartheta + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \\ &\quad - \sin \varphi_2 \cdot \left(p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \right) + a_0 \cdot \cos \varphi_2 \\ z_{2F_ív_kerék} &= -\cos \varphi_1 \cdot \eta \cdot \sin \vartheta - \sin \varphi_1 \cdot \eta \cdot \cos \vartheta \end{aligned} \right\} \quad (5.18.)$$

Az érintkezési vonalak előállítását szolgáló számítógépes program működési elve:

A program, a bemenetként átadott adatokból kiszámolja az eljárás megkezdéséhez szükséges implicit formájú egyenletrendszer. A bemenő adatok alapján lehatárolásra kerül a vizsgálat kiterjedése, így a peremfeltételeknek megfelelően a kereső eljárás kiszámolja az adott esetre vonatkozó $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}^{(12)} = 0$ egyenlet alapján az érintkezési pontokat. Az eredményül előállt ponthalmazt egy-egy érintkezési görbe sorbarendezett pontjainak sorbarendezett csoportjává alakítja. Meghatározásra kerül az érintkezési csomópontok helyzete és nyílásszöge, valamint a területarányok vizsgálata is megtörténik. Végül az eredmények kiírásával, a változatok értékelése, majd az optimum megkeresésével zárul a folyamat.



$i_{21}=0,0857142$
 $K = 69,5\text{mm}$
 $a = 280\text{mm}$
 $p = 18,75 \text{ mm}$
 $z_{ax} = 0\text{mm}$

$\rho_{ax} = 55\text{mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75\text{mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

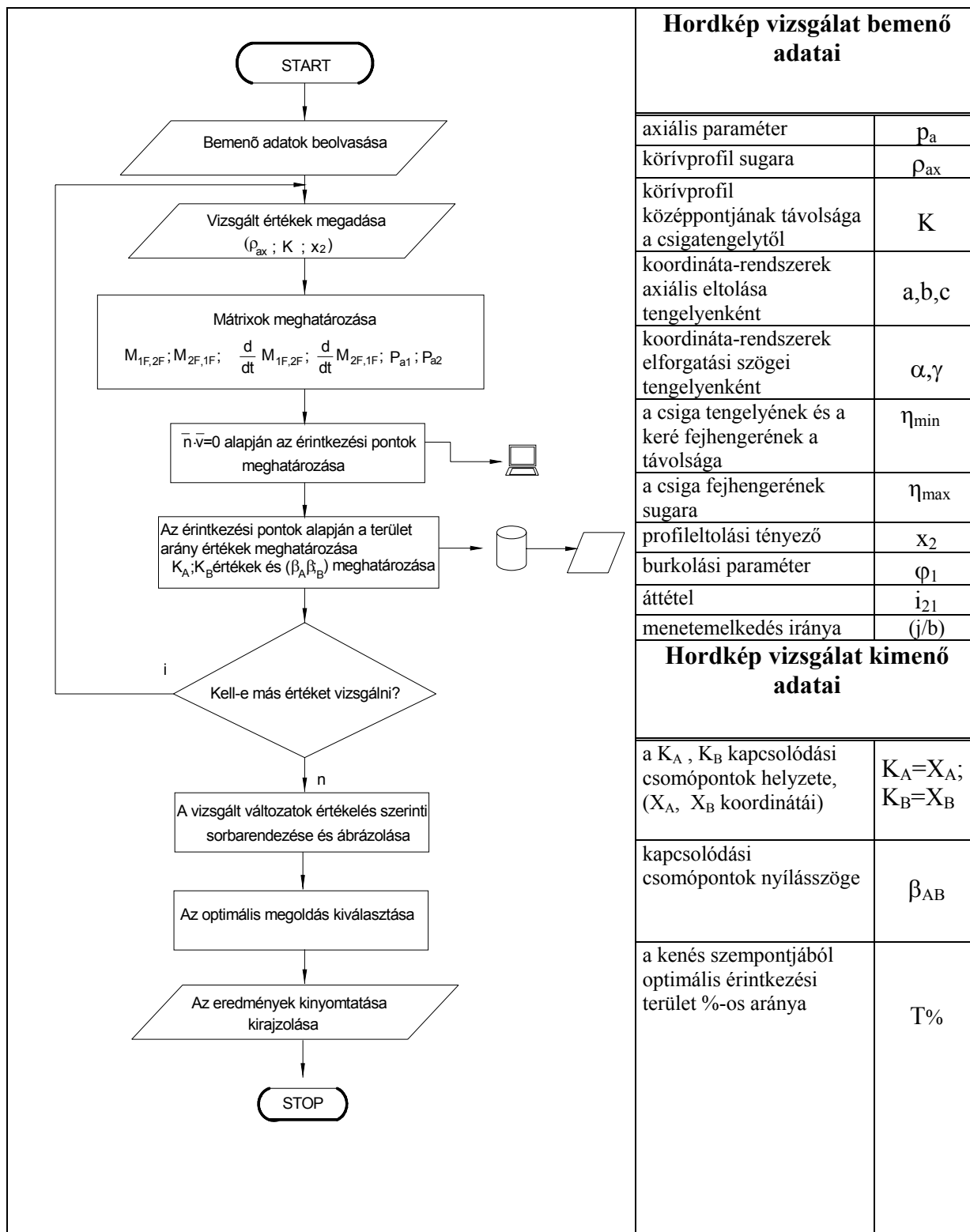
5.4. ábra

Az érintkezési vonalak az általunk kifejlesztett számítógépes program alapján az $[(x_2), (y_2)]$ síkban

Az 5.4. ábrán a $[(x_2), (y_2)]$ sík az $[x_2, y_2]$ koordinátasíkkal párhuzamos, a célszerű ábrázolás miatt az y_2 tengely mentén pozitív irányba tolva.

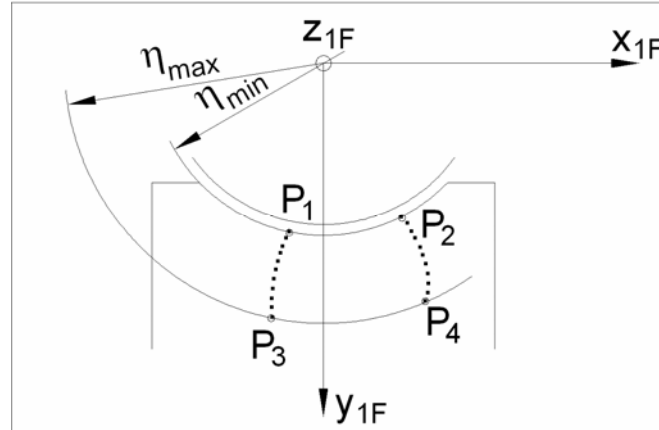
Az M3. mellékletben az 5.8.-5.26. ábrákon a koordinátatengelyek értelmezése az 5.4. ábrán bemutatott módon történik.

A hordkép vizsgálatának folyamata áttekinthető módon az 5.5. ábrán



5.5. ábra
A hordkép vizsgálatának folyamata

Az 5.6. ábrán látható módon csak a kerék felületének és a csiga fejhengerének nagyságától függő η_{\min} és η_{\max} közé eső pontjait tekintjük, mint a hordkép részeit.



5.6. ábra
A hordkép legszélso pontjai

Ez a csigakerék működő fogfelületén lévő, érintkező pontok legszélso pontjainak halmaza, azaz a legszélso pontjait adják a hordképnek. Ezeket a pontokat az x koordinátatengellyel párhuzamos szeletelés esetében a legkisebb x koordinátájú, azaz balról határoló pontokat, H_{bal} , a legnagyobb x koordinátájú, azaz jobbról határoló pontokat, H_{jobb} , kívánjuk egy interpolációs görbével leírni. A H_{bal} η_{\min} paraméterű pontja P_1 és η_{\max} paraméterű pontja P_3 . A H_{jobb} η_{\min} paraméterű pontja P_2 és η_{\max} paraméterű pontja P_4 .

Ezen $P(\eta, \vartheta, \varphi_1)$, pontok $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$, és $K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ koordinátái a (4.1.) és (4.13.) szerint számíthatók.

A H_{bal} pontokat $P_1 \equiv P_1^0(\eta_1^0, \vartheta_1^0, \varphi_{1,1}^0), P_1^1(\eta_1^1, \vartheta_1^1, \varphi_{1,1}^1), \dots, P_1^n(\eta_1^n, \vartheta_1^n, \varphi_{1,1}^n) \equiv P_3$ -nek nevezzük.

Ezekből az

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_{1F} &= \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \\ \mathbf{r}_{2F} &= \mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \mathbf{r}_{1F} \end{aligned} \right\} \quad (5.19.)$$

segítségével a $P_1 \equiv P_1^0(x_{0,2}^1, y_{1,2}^1, z_{0,2}^0), P_1^1(x_{1,2}^1, y_{1,2}^1, z_{1,2}^1), \dots, P_1^n(x_{n,2}^1, y_{n,2}^1, z_{n,2}^1) \equiv P_3$ koordináták számíthatók. A pontokhoz az u_i ($i=0,1,\dots,n$), amelyekre $u_i \neq u_j$, minden $i \neq j$ -re, és u_i húrhossz szerinti paraméterezést rendeljük, ahol legyen $u_0=0, u_n=1$.

$$L = \sum_{i=0}^{n-1} \sqrt{(x_{i+1,2}^1 - x_{i,2}^1)^2 + (y_{i+1,2}^1 - y_{i,2}^1)^2 + (z_{i+1,2}^1 - z_{i,2}^1)^2} \quad (5.20.)$$

$$u_{i+1} = u_i + \frac{\sqrt{(x_{i+1,2}^1 - x_{i,2}^1)^2 + (y_{i+1,2}^1 - y_{i,2}^1)^2 + (z_{i+1,2}^1 - z_{i,2}^1)^2}}{L} \quad (5.21.)$$

Egy interpolációs görbét kell meghatározni [4, 12], mely illeszkedik az adott H_{bal} pontokra az adott paraméterezés szerint. Egy lehetséges megoldás a sok közül az interpolációs Bézier-görbe.

Meg kell keresni azokat a $\mathbf{b}_{10}, \mathbf{b}_{11}, \dots, \mathbf{b}_{1n}$ kontrollpontokat, amelyek által meghatározott Bézier-görbe az adott $P_1^0 = \mathbf{p}_{10}, P_1^1 = \mathbf{p}_{11}, \dots, P_1^n = \mathbf{p}_{1n}$ pontokon halad át, azaz

$$\mathbf{b}_1(u_i) = \mathbf{p}_{1i} \quad (i=0, 1, \dots, n) \quad (5.22.)$$

A Bézier-görbe egyenlete

$$\mathbf{b}_1(u) = \sum_{j=0}^n B_j^n(u) \mathbf{b}_{1j}, \quad (5.23.)$$

ahol

$$B_j^n(u) = \binom{n}{j} u^j (1-u)^{n-j} \quad (5.24.)$$

Bernstein polinomok.

Felhasználva a (5.22)-t és az (5.23)-t a következő lineáris inhomogén egyenletrendszer kapjuk:

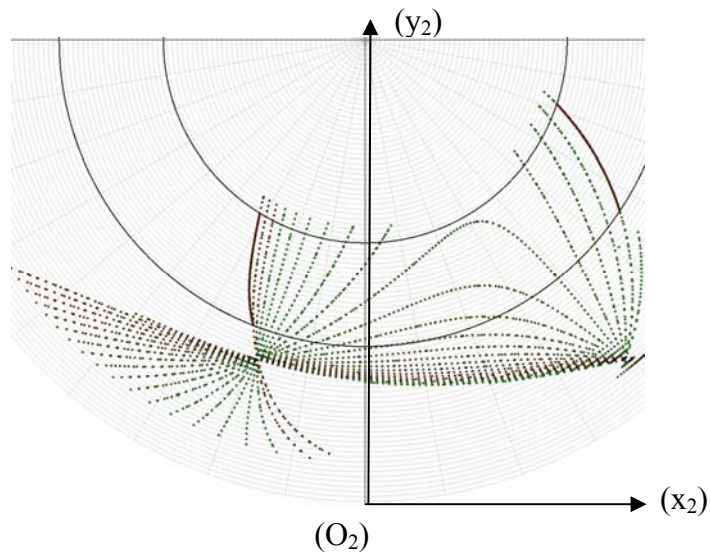
$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{10} \\ \mathbf{p}_{11} \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^n(u_0) & B_1^n(u_0) & \dots & B_n^n(u_0) \\ B_0^n(u_1) & B_1^n(u_1) & \dots & B_n^n(u_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_0^n(u_n) & B_1^n(u_n) & \dots & B_n^n(u_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{10} \\ \mathbf{b}_{11} \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{1n} \end{bmatrix} \quad (5.25.)$$

Az $u_i \neq u_j$ feltétel egyértelmű megoldást biztosít minden \mathbf{b}_{1i} -re. Így megkapjuk a \mathbf{b}_{1i} kontrollpontjait a $\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{11}, \dots, \mathbf{p}_{n1}$ pontokon áthaladó Bézier görbének.

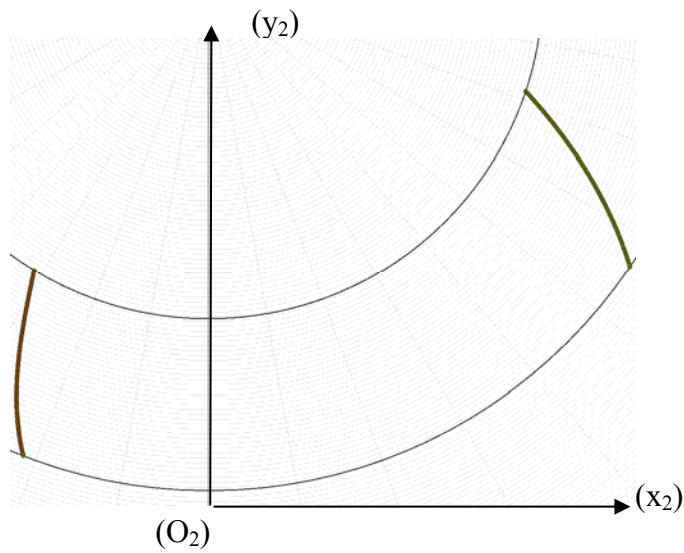
Ugyanígy járunk el a H_{jobb} pontok esetén. A H_{jobb} pontokat $P_2 \equiv P_2^0(\eta_2^0, \vartheta_2^0, \varphi_2^0), P_2^1(\eta_2^1, \vartheta_2^1, \varphi_2^1), \dots, P_2^n(\eta_2^n, \vartheta_2^n, \varphi_2^n) \equiv P_4$ -nek nevezzük. Az előzőekben felvázolt eljárással meghatározzuk ezen pontok koordinátáit a K_{2F} -ben, a húrhossz szerinti paraméterezésüket, majd a rájuk illeszkedő Bézier görbének a $\mathbf{b}_{20}, \mathbf{b}_{21}, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ kontrollpontjait, amelyek által meghatározott Bézier-görbe az adott $P_2^0 = \mathbf{p}_{20}, P_2^1 = \mathbf{p}_{21}, \dots, P_2^n = \mathbf{p}_{2n}$ pontokon halad át, azaz

$$\mathbf{b}_2(u) = \sum_{j=0}^n B_j^n(u) \mathbf{b}_{2j} \quad (5.26.)$$

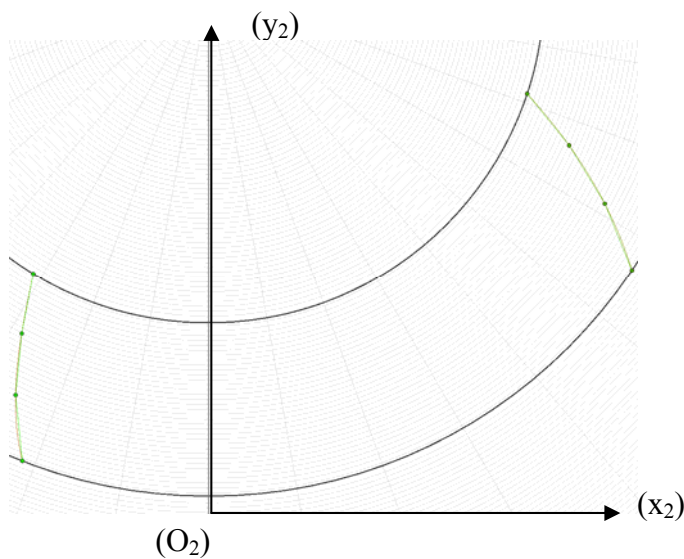
a Bézier-görbe egyenlete.



a) ábra



b) ábra



c) ábra

5.7. ábra

A hordkép szélső pontokra illesztett Bézier-görbe példája (M2 melléklet, 5.1.táblázat 6. sora)
 a) a hordkép és a burkoló Bézier-görbe, b) a Bézier-görbe pontsora, c) a Bézier-görbe és az
 eredeti görbe közti eltérés

Az általunk készített számítógépes program az előzőekben vázolt matematikai eljárással nyújt vizsgálati lehetőséget az általunk megadott tengelymetszetben körív profilú csigahajtás hordkép elemzésére. A programot különböző geometriai paraméterekkel futtattuk, és az adott csigahajtásra szemlélve a hordképet, a tendenciákat az optimumkereséshez összegezhetővé, áttekinthetővé tettük.

Következtetések:

A ρ_{ax} paraméter növelésének hatása, és a K paraméter növelésének hatása meghatározó az érintkezési vonalak alakjára és a csomópontok elhelyezkedésére (lásd. M3. 5.8.-5.26. ábra). Numerikus számításokból megállapítható, hogy a profil körív sugár középpontja K távolságának kis mértékű megnövelésével is jelentősen nőnek a β_A és β_B szögek értékei, s így a két szög összege is, amely a kapcsolókép szélességével van kapcsolatban.

Ehhez képest csak nagyon kis mértékű a hatása a nagy értékű ρ_{ax} profilsugár változásának. Tehát tervezéskor, a kapcsolókép növelése érdekében célszerű a profilsugár középpontjának a csiga tengelyétől való távolságát változtatni, növelni.

A fentiek alátámasztására szolgál az M3 melléklet. Az M3 mellékletben bemutatott 5.8. – 5.26. ábra, illetve az 5.1.-5.2. táblázat.

Mindezen eredmények jól felhasználhatóak a konstrukciós paraméterek optimalására ill. a hordkép lokalizálására, meghatározására.

A paraméterek vizsgált értéktartományát az 5.3 táblázat tartalmazza.

A tartomány magába foglalja az eszterga gyártási hibáiból való eltérést, illetve a konstrukciós optimalási eltéréseket.

Hordkép	Tervezett	Lehetséges eltérés az optimum kereséséhez	
Δa	280	(± 10)	
ΔK	69,5	(50+80)	($\Delta \alpha$ követi)
$\Delta \rho_{ax}$	50	(35+70)	
$\Delta \alpha$	220	($18^\circ \div 30^\circ$)	
Δx_2	1	(0,8+1,5)	
$\Delta \beta$	55°	($40^\circ - 70^\circ$)	
h_1	$\frac{1}{6} h_2$	$\left(\frac{2}{6} - \frac{1}{6} \right)$	

5.3 táblázat

Paraméterek hordkép elemzésre alkalmazott vizsgálati értéktartománya a megadott körív profilú csigahajtá esetén

Összegzés

A hengeres és kúpos csiga fogfelületén lévő érintkezési pontok kiszámítására egy C^{++} nyelvű számítógépes program lett kifejlesztve. A kiszámított, szélső érintkezési pontokra Bézier görbét illesztettünk, melyek használatával az egész felületet analitikusan kezelhetőnek tekinthetjük arra az esetre, ha a görbe nem tartalmaz szinguláris pontot.

Ez azt jelenti, hogy a módszer akár a spiroid hajtások érintkezési felületének lokalizációjához és dimenzionálásához is új lehetőséget nyújthat a tervezés során.

5.5. Az új modell hasznosítása

Az előzőekben ismertetett számítógépes eljárás lehetőséget biztosít arra, hogy a tervezés során mind a hengeres, mind a kúpos csiga hajtópárok geometriai adatait, paramétereit azon szempontok szerint határozhatjuk meg, hogy a kapcsolódási vonalak alakja, a csomópontok elhelyezkedése mind a teherbírás, mind a kenés szempontjából optimális legyen.

Az optimális paraméterekkel megtervezett hajtópár legyártásához alkalmasan kifejlesztett új modellben felírt matematikai háttérre számítógépes program készült. Ennek eredményeit felhasználó CNC köszörűkorong lefejtő berendezés kifejlesztése vált szükségessé. Ez a berendezés a köszörűkorong tengelymetszetében szabályozza le a profilt a hajtás típusától függően megtervezett paraméterek felhasználásával.

A hajtópárok tervezésének vonatkozásában célunk további hajtás- és gyártásgeometriai vizsgálat elvégzése, az optimális geometriai paraméterek meghatározása a hordkép kedvező elhelyezkedésének biztosítása céljából, valamint a hajtópárok és szerszámaik gyártása és ellenőrzése számítógéppel vezérelt gyártócellában, mely tartalmaz egy CNC menetkőszörű gépet CNC korongszabályozót és egy 3D-s mérőgépet a megfelelő szoftverekkel.

6. AZ ÉRTEKEZÉS EREDMÉNYEINEK ÖSSZEFOGLALÁSA, TÉZISEK

Az értekezés új tudományos eredményeit az alábbi tézisek foglalják össze:

1. Tézis: Korábbi, hengeres csigák, és szegnyereg elállítással kúpos csigák megmunkálása során fellépő problémának kiküszöbölésére - miszerint a menesztőszívvel történő forgásátadás a kúpos csigák megmunkálása esetében a munkadarabnál szögsebesség-ingadozást okoz, - olyan új kinematika matematikai leírását dolgoztam ki, amelyben a tengelyek távolsága megmunkálás közben változva teszi lehetővé a kúpos csigaalak követését, kiiktatva ezáltal a csiga forgásának szögsebesség ingadozását. {5, 11, 17,19, 26}

Az új modell megfelelő paraméterválasztással alkalmas:

- hengeres és kúpos csavarfelületek forgásfelülettel (például köszörűkoronggal (f_3)) történő megmunkálásának elemzésére, {13, 20, 25}
- hengeres és kúpos csigák (f_1) és csigakerekek (f_2) kapcsolódásának vizsgálatára, {9, 13, 14, 27,28}
- hengeres és kúpos lefejtőmaróval (f_4) történő csigakerék fogazás modellezésére, függetlenül a csavarfelület profiljától, {1, 4, 25}
- hengeres és kúpos lefejtőmarók (f_4) és az azt megmunkáló forgás felületű szerszám (például csapos korong (f_3)) vizsgálatára. {3, 6}

2. Tézis: A szerszámfelületek direkt módszer ((f_1) csiga és a hozzá tartozó (f_3) köszörűkorong) szerinti vizsgálata során a numerikus elemzéssel szemben analitikus eljárást alkalmaztam. A szerszámfelület leírására új összefüggést tártam fel. A felállított matematikai függvény lehetővé teszi az optimális sűrűségű pontsor előállítását tetszőleges koordináta tengelyen, ami a gyártási pontosság javulását eredményezi azáltal, hogy a profilpontokat egy interpolációs görbét leíró függvénnyel helyettesíti. {22, 23, 24}

Meghatároztam a kívánt közelítési pontossághoz az előnyös interpolációs görbe-típust, valamint a minimálisan szükséges profilpontok számát. Az eljárás alkalmazása nagyobb szabadságot biztosíthat a CNC körív interpoláció esetében az illeszkedő körívek végpontjainak oly módon történő megválasztására, hogy az a profil geometriai pontosságának javítása érdekében történjen.

A pontokkal adott profil helyettesítése Bézier-görbével történik.

A kidolgozott módszer egy korszerű CNC gép pályavezérléséhez nyújt megfelelő alapot, és további analitikus módszerek kifejlesztésére ad lehetőséget.

3. Tézis: Meghatároztam a direkt eljárás folyamatában a hengeres csigák (f_1) megmunkálásakor a köszörűkorong (f_3) kopásából adódó változó tengelytáv figyelembevételével a karakterisztikus görbe-változások vizsgálatának módszerét. Az ebből adódó karakterisztikus görbe-változások alapul szolgálnak a korongprofil utánszabályozásának beállításához. {10, 12, 23, 26}

Ennek a módszernek a kimunkálásával a köszörűkorong kopás határa vizsgálhatóvá vált.

Ez a probléma az ismertett matematikai modell, illetve a kifejlesztett számítógépes program révén konkrét esetek vizsgálatára alkalmas, azaz megoldottnak tekinthető.

4. Tézis: Az indirekt eljárás során a csigáról - mechanikus lefejtő-szabályozó készülékkel - visszafejtett korong (f_3) felületének, illetve az azzal köszörült csiga (f_1) felületének meghatározását végeztem el, mely összevetve az elméleti csavarfelülettel a koronglefejtés paramétereinek optimalására ad alapot. A kidolgozott eljárás alapjául szolgál a csigaprofil torzulás elkerülése érdekében végzendő korongszabályozás beállításának meghatározásához.

Ezáltal:

- meghatározható a korongalak lefejtésének sűrűsége, amellyel a megköszörült csiga egy megadott gyártási tűrésen belül lesz, illetve
- a csigáról való visszafejtéssel szabályozott korong tűrésmezője határozható meg ahhoz, hogy az azzal köszörült csiga felülete az előírt tűrésen belül legyen. {15, 16, 21}

5. Tézis: Hordkép lokalizálás és geometriai paraméterek (az a tengelytáv, a p menetemelkedési paraméter, a csiga tengelymetszetbeli görbét meghatározó paraméterek, úgymint körív esetén a körív középpontjának és a csiga tengelyének K távolsága, a körív ρ_{ax} sugara, az x_2 profileltolási tényező), valamint a kerék fogfelület és a hordkép területarányának kapcsolatát tártam fel az előírt kapcsolódási feltételek alapján.

A hordkép határ görbéit pontsor helyett Bézier-görbékkel írtam fel, ezáltal a hordkép egésze analitikusan kezelhetővé vált.

Megállapítottam a csigahajtás tervezési, geometriai paramétereit a helyes kapcsolódás érdekében. {2, 7, 8, 18}

7. TOVÁBBFEJLESZTÉSI IRÁNYOK, LEHETŐSÉGEK

A kúpos és hengeres csavarfelületek között létesíthető **projektív transzformációs kapcsolat** elemzése, matematikai kapcsolatok feltárása a matematikai eljárások általánosítása céljából.

További matematikai vizsgálat tárgya lehet a csigahajtások fogfelületének felírására újabb módszerek kimunkálása és az alkalmazhatóság kapcsolatának vizsgálata. Az interpolációs, illetve az aproximációs közelítések alkalmazhatóságának vizsgálata a **pontosság** vonatkozásában a különböző csigahajtások elemeinek gyártása esetén.

Ezen értekezésben említett módszertől eltérően egyéb szempontok szerint alkalmas, más spline-interpolációs-approximációs görbe, illetve **felület felírásaival** lehetőség nyílna a gyártás, majd a működés közbeni torzulás analitikus úton történő vizsgálatára.

A csigahajtások gyártásának folyamatában a megmunkáló **szerszám és a csiga tőrésmezőinek folyamatos összehangolására vizsgálati** módszerek kidolgozása különböző hajtások esetében.

Csigahajtások elemeit **megmunkáló szerszám élgeometriájának működés közbeni vizsgálata** a szerszámélhez rendelhető **Monge-tégla** bijektív tartományának kiszámításával, a **CCD kamerák elhelyezésének matematikailag egzakt meghatározása**.

8. SUMMARY

In today's technology, it is the computer-aided or fully automated systems that take over the designing processes of products, technology and tools of production. The computer support of engineering work is the most important condition for increasing the efficiency of production and enhancing the quality of the products.

Building on the literature and on the results of my own research work in the field, I have chosen as the topic of the dissertation the discussion of the production geometry problems of various types of helical surfaces – with an exact mathematical solution – that can be applied for many purposes in engineering practice and the elaboration of the uniform concept of the implementation for the purposes of geometrically proper design, production and control.

Subject matter of the research work:

A novel description of the production geometry of cylindrical and conical worm drives. In practice there exist approximating solutions, however, this work is aimed at increasing the number of these processes for the purpose of manufacturing accuracy, for the advances in science and technology provide a possibility for that and simultaneously create a demand as well.

- 1) Developing the theory required for the geometrically proper working of helical surfaces with a constant pitch, i.e. developing the mathematical description of a kinematic model suitable for handling cylindrical and conical helical surfaces as well as the production geometry of the relevant tools for a new kinematics ($a_1 = a_0 \pm p \cdot \varphi_1$ for a changing distance of the axes in technology).
- 2) Placing the impact study of the changes in tool profile concerning accuracy on novel mathematical foundations. Description of the tool profile represented by a finite number of points calculated numerically by means of a function in explicit form, as opposed to the previous description.
- 3) Elaborating the process required for studying the changes in the characteristic curve due to the distance of the axes resulting from the wear on the grinding wheel in machining cylindrical worms for setting the compensation for the wheel profile.
- 4) Determining the worm surface with a curved profile in axial section and ground with a controlled wheel in a discrete position, in an indirect process as a function of tool control for accuracy analysis.
- 5) Localising the bearing pattern and exploring the relations between the geometrical parameters of the worm.

The new scientific results of the dissertation are summarised in the theses:

Thesis 1: In order to eliminate problems that earlier arose during the machining of cylindrical worms and, by means of tailstock set over, of conical worms – according to which the transfer of revolution by means of a work driver causes a variation in the angular velocity of the workpiece in the machining of conical worms - the author has elaborated the mathematical description of a new kinematics in which the distance of the axes changing during machining will make it possible to follow the form of the conical worm, thus eliminating the variation in the angular velocity in the revolution of the worm.

The model, by choosing the appropriate parameters, is suitable for:

- analysing the machining of cylindrical and conical helical surfaces by means of a revolution surface (e.g. a grinding wheel (f_3)),
- studying the connections between cylindrical and conical worms (f_1) and worm wheels,

- modelling the worm wheel gearing by means of a cylindrical or conical gear hobbing machine (f_4), irrespective of the helical surface profile,
- studying cylindrical and conical gear hobbing machines (f_4) and the tool with a revolution surface machining it (e.g. pin wheel (f_3)).

Thesis 2: In the analysis of tool surfaces with the direct method (worm (f_1) and the relevant grinding wheel (f_3)), an analytical method was used instead of numerical analysis. A new relationship was explored for describing the tool surface. The mathematical function created makes it possible to produce a line of points with an optimum density on an arbitrary coordinate axis, which results in an improvement in production accuracy by replacing the profile points with a function describing an interpolation curve.

The favourable type of the interpolation curve was determined for the approximation accuracy as well as the number of minimally required profile points. The application of the procedure may provide greater freedom in CNC arc interpolation for choosing the endpoints of the fitting arcs so as to achieve an improvement in the geometrical accuracy of the profile.

The replacement of the profile given by points is achieved by using the Bézier-curve.

The method elaborated provides the appropriate foundation for the path control of up-to-date CNC equipment as well as facilitates the development of further analytical methods.

Thesis 3: The method for examining the changes in the characteristic curves was determined in the course of the direct procedure in machining cylindrical worms (f_1) with consideration of the changing distance of the axes resulting from the wear of the grinding wheel (f_3). The resulting changes in the characteristic curves provide the basis for setting the after-setting of the wheel profile and for the examination of preventing undercut.

The elaboration of this method makes it possible to examine the wear limit of the grinding wheel.

The problem can be regarded as suitable for examining concrete cases by means of the mathematical model described and the computer program developed, that is as solved.

Thesis 4: In the course of the indirect procedure, the determination of the surface of the back generating wheel (f_3) by means of grinding wheel truing equipment from a worm and the surface of the worm ground by it (f_1) was elaborated, which provides the foundation for optimising the parameters of wheel generating as compared with the theoretical helical surface. The procedure elaborated provides a basis for determining the setting of wheel control for the purpose of preventing worm profile distortion.

Thus it becomes possible to determine:

- the density of generating the wheel shape, by means of which the ground worm will be within the given production accuracy,
- the toleration field of the wheel regulated by back generation from the worm so that the surface of the worm ground by it will be within the prescribed tolerance.

Thesis 5: The relations between bearing pattern localisation and the geometrical parameters (distance between the axes a , pitch parameter p , the parameters determining the curve of the worm in the axial section, such as distance K between the origin of the arc and the axis of the worm in case of an arc, radius ρ_{ax} of the arc, and profile displacement factor x_2), as well as those between the ratio of the gear surface of the wheel and the bearing surface were explored on the basis of the prescribed connection conditions.

The limit curves of the bearing pattern were given by Bézier-curves instead of a line of points, thus rendering the entire bearing pattern suitable for being handled analytically.

The design and geometrical parameters of the worm drive were established for achieving the right connection.

9. IRODALOMJEGYZÉK

1. Albert, R., Bilz, R.: Fertigung der Schaubflaechen aller Arten von Zylinderschnecken durch Wirbeln, Fraesan und Schleifen Maschinenbautechnik, Berlin 37 (1988) 10., pp.437-438.
2. Altmann, F. G.: Bestimmung des Zahnflankeneingriffs bei allgemeinen Schraubengetrieben VDI Forschung aus dem Gebiet des Ingenieurwesens, 1937. No.5.
3. Bär, G.: Geometrie-Eine Einführung in die Analytische und Konstruktive Geometrie, B.G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, Stuttgart, 1996.
4. Bakondi K.: Hátraesztorgált marók és fogazószerszámok tervezése, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.
5. Balajti Zs.: A harmadrendű térgörbe Monge-féle ábrázolásának bijektivitása, ME Géptervezők és Termékfejlesztők Országos Szemináriumának kiadványa, Miskolc, 1995. 147-153. o.
6. Balajti, Zs.: Bijectivity of Monge-projection of cubic curve, International conference on Applied Informatics proceedings, Eger, 23-25. August. 1995., pp. 23-32.
7. Balajti Zs.: A Monge-féle ábrázolás bijektivitásának vizsgálata, Egyetemi doktori értekezés, Miskolc, 1995.
8. Bányai K.: Új típusú spiroid hajtások gyártásgeometriai és elemzése, Készülő PhD dolgozat., 2006.
9. Bányai K.: Hengeres csigák gyártásgeometriája és ellenőrzése, Egyetemi doktori értekezés, Miskolc, 1977.
10. Bercsey, T., Horák, P.: A new tribological model of worm gear teeth contact. ASME 7th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, October 7-9. 1996, pp. 147-152. L R
11. Bercsey, T., Horák, P.: Modelling of the Contact- and Tribological Conditions of Spatial Gearing. International Conference on Gears, March 13-15, 2002, Munich, Germany. VDI-Berichte Nr. 1665, 2002. pp. 91-105.
12. Bercsey, T., Groma, I., Horák, P.: Modelling Errors in Worm Gear Manufacturing with Random Variables. Dresdener Maschinenelemente Kolloquium. 5. und 6. Dezember 2007, Dresden.
13. Bercsey T.: Csigahajtópárok kapcsolódási viszonyainak számítógépes szimulációja és optimalása. MicroCAD '90, Miskolc, 1990.
14. Bercsey T.: Globoid csiga és sík fogfelületű hengeres kerék kapcsolódási viszonyainak vizsgálata, Egyetemi doktori értekezés, Budapest, 1971.
15. Bercsey T.: Toroidhajtások elmélete, Kandidátusi értekezés, Budapest, 1977.
16. Bercsey, T., Horák, P.: A new tribological model of worm gear teeth contact, ASME 7th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, 1996. Proceedings, pp. 147-152.
17. Bercsey, T., Horák, P.: Error analysis of worm gear pairs, 4th World Congress on Gearing and Power Transmission 16-18. 03. 1999. CNIT-PARIS
18. Bercsey T., Groma I.: Csavarfelületek geometriai hibáinak modellezése, Géptervezők és Termékfejlesztők Országos Szemináriumának kiadványa, Miskolc, 2006/8-9 1. kötet LVII évfolyam 57-60. o.
19. Bilz, R.: Ein Beitrag zur Entwicklung des Globoidschneckengetriebes zu einem leistungsfähigen Element der modernen Antriebstechnik, Diss.B, TU Dresden, 1976.
20. Bluzat, J. P.: Rectification des surfaces heliocoidales d'une visProfilage par meule annulaire 2 eme Congres Mondial des Engrenages, Paris, 1986. Vol.1. pp.719-732.
21. Bohle, F., Saari, O.: Spiroid Gears-A New Development in Gearing, AGMA Paper 389.01., 1955.
22. Bohle, F.: Spiroid Gears and Their Characteristics Machinery, 06. 01. 1956.
23. Buckingham, E.: Design of worm and spiral gears The Industrial Press, New York, 1960.
24. Capelle, J.: Theorie et calcul des engrenages hypoids Edition Dunod, Paris, 1949. 1/74.
25. Crain, R.: Schraubenräder mit geradlinigen Eingriffsflächen Werkstattstechnik, Bd.1. 1907.
26. Csibi, V. I.: Contribution to Numerical Generation of Helical Gearing with any Profils (in Romanian), Ph.D. dissertation, Technical University of Cluj-Napoca, 1990.
27. Dietrich, H.: Weiterentwicklung der Theorie zur Ermittlung von Hertzschen Drücken und Reibungszahlen in Verzahnungen von Schneckengetrieben. Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1989.
28. Distelli, M.:Über instantane Schraubengeschwindigkeiten und die Verzahnung der Hyperboloidräder, Zeitschrift Math and Phys, 51. 1904.
29. Drahos I.: G. Monge's Darstellende Geometrie, ihre Unvollständigkeiten und die Möglichkeiten ihrer Vervollständigung, Konstruktive GeometrieVortragsomlung Debrecen, 1990. pp. 28-35.
30. Drahos István: A szerszámgeometria mozgásgeometriai alapjai Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.
31. Drahos I.: A kinematikai gyártásgeometria alapjai. Akadémiai doktori értekezés, Budapest, 1987.

32. Drahos, I.: Annäherungsmodell zweiter Ordnung zum Kontakt konjugierten Zahnflächen für Berechnung, Versuch und Prüfung. Unveröffentlichte Kurzfassung zum Forschungsprojekt OTKA 5-326, Miskolc, 1993
33. Drahos I.: A hipoid kúpogaskerékpárok geometriai méretezésének alapjai, Egyetemi doktori értekezés, Miskolc, 1958.
34. Drahos I.: A Litvin-féle csigahajtás érintkezési vonalseregének és kapcsolási felületének szerkesztése Különlenyomat a NME Magyar Nyelvű Közleményei, XII. kötet
35. Drahos, I.: Eine Systematik der Verzahnungen mit sich kreuzenden Achsen, vom Standpunkt der kinematischen Geometrie aus betrachtet Wiss, Zeitschrift der TU Dresden, 1981. Heft. 4. pp. 97-103.
36. Drobni J.: Az ívelt profilú hengeres csigahajtások számítása. NME Gépelemek Tanszékének Közleményei, 194. szám 1968.
37. Drobni J.: Köszörülhető globoid csigahajtások. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1968.
38. Drobni J., Szarka Z.: A korlátozott fogérintkezési mező kialakítása különféle csigahajtásoknál, II. Fogaskerék Konferencia, Budapest, 1969.
39. Dudás, I.: Ívelt profilú csigahajtások szerszámozásának és gyártásának fejlesztése Kandidátusi értekezés, Miskolc, 1980. p.153+30 mell
40. Dudás I.: Számjegyzérlésű köszörűkorong profilozó berendezés, és eljárás annak szakaszos, illetve köszörülés közbeni folyamatos vezérlésére. NME Szolgálati találmány. 1988.III.30. OTH 4941/88. (88.IX.21)
41. Dudás, I.: The Theory and Practice of Worm Gear Drives Penton Press, London, 2000. (ISBN 1877180295)
42. Dudás, I.: Spiroid hajtások gyártásgeometriájának kérdései, MTA, Műszaki Tudományok Osztálya, Gépszerkezettani Bizottság, Hajtóművek Albizottsága ülésére készített korreferátum. Budapest, 1986. május 29.
43. Dudás I., Ankli J.: Ívelt profilú csigahajtás köszörűkorong profilozásának fejlesztése, Elfogadott és bevezetett újítás, Miskolc, 1978. DIGEP A-2843.
44. Dudás I., Bányai K., Bajáky Zs.: Koordináta mérés technika alkalmazása a csavarfelületek minősítésére, VIII. Nemzetközi Szerszámkonferencia Miskolc, 1993. 08. 31 – 09. 01., 400-408. o.
45. Dudás, I., Bányai, K., Varga, Gy.: Bearing Pattern Localization of Worm Gearing VDI-Gesellschaft Entwicklung Konstruktion Vertrieb, International Conference on Gears, Tagung Dresden, 22-24. 04. 1996., pp. 427-441.
46. Dudás, I., Bányai, K.: Manufacturing of helical surfaces in flexible production system, Singapore, 8-11. 11. 1994. pp.1036-1038.
47. Dudás, I., Cser, I., Berta, M.: Production of rotational parts in small-series and computer-aided planning of its production engineering Manufacturing Boston, Massachusetts USA, 1-5. 11. 1998. ISSN 0277-786X, ISBN 0-8194-2979-1, SPI - The International Society for Optical Engineering, pp. 172-177.
48. Dudás I., Drobni J., Ankli J., Garamvölgyi T.: Berendezés és eljárás főmetszetben ívelt profilú csigahajtópár geometriailag helyes gyártására alkalmas köszörűkorong profilozására, Szolgálati találmány, szabadalmi lajstromszám: 170118, Szabadalmi bejelentés napja: 1983. 12. 27.
49. Dudás, I. - Dudás, L.: CAD/CAM system for geometrically exact manufacturing of helicoid surfaces ICED 90 Dubrovnik, proceedings of ICED'90 Vol.4. 28-31. 08. 1990. pp. 1839-1846.
50. Dudás, I.: „Csavarfelületek gyártásának elmélete”. Akadémiai doktori disszertáció, Miskolc, 1991.
51. Dudás, I.: „Manufacturing of Helicoid Surfaces in CAD/CAM Systems”, International Conference On Notion and Power Transmission, MPT '91, Hiroshima, November 23-26, pp. 339-344.
52. Dudás, I.: „Verfahrensmethoden zur Berechnung und Herstellung von Hohlflakensckengetrieben” 6. Vortragstagung Fertigung und Gütesicherung im Zahnradgetriebbau, Magdeburg, pp. 186-190.
53. Dudás, I.: Design and manufacturing of Helicoid Surfaces and Their Tools Using a CAD/CAM System International Conference on Engineering DESIGN ICED'88, Budapest, 23-25. 08. 1988., pp. 8-16.
54. Dudás, I.: Die Analyse der Werkzeug- und Fertigungsgeometrie von Spiroidgetrieben 7. Vortragstagung mit internationaler Beteiligung Fertigung und Gütesicherung im Zahnradgetriebbau Magdeburg, 24-25. 09. 1986. p.215-221.
55. Dudás, I.: Forming of Driving Pair Bearing Patterns for Worm Gears 4th International Tribology Conference-AUSTRIB'94 5-8. 12. 1994. Vol.II. pp. 705-709. Perth, Australia
56. Dudás, I.: Generation of Spiroid Gearing The 7th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, California, USA, 6-9. 10. 1996. pp. 805-811.
57. Dudás I.: Ívelt profilú csigahajtás egyszerűsített gyártása és minősítése Egyetemi doktori értekezés, Miskolc, 1973.
58. Dudás, I.: Investigation of worm gear drive by simulation. 11th International Conference on Tools University of Miskolc, September 9-11, 2004., Pp. 125-131.

59. Dudás, I.: Manufacturing and Analification of Drives With Good Efficiency and High Load Capacity Department of Production Engineering Technical University for Heavy Industry 1986. 06. 16-18. pp. 155-167.
60. Dudás, I.: Manufacturing of Helicoid Surfaces in CAD/CAM System International Conference on Motion and Power Transmission MPT'91 1991. 11. 23-26., Japan, Hiroshima, pp. 339-344.
61. Dudás, I.: Optimization and manufacturing of the spiroid gearing. 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, Párizs, 16-18 March, 1999. pp. 377-390.
62. Dudás I.: Spiroid hajtások szerszám- és gyártásgeometriájának elemzése Gépgyártástechnológiai Köt. 26. sz: 4., 1986. 166-169. o.
63. Dudás, I.: The Theory and Practice of Worm Gear Drives. Kogan Page US., USA, 2004.
64. Dudás, I.: Vereinfachte Herstellung und Qualitätsbeurteilung der Zylinderschneckengetriebe mit Bogenprofil Publ. TUHI. Machinery Vol. 37. 1983. pp. 135-156.
65. Dudás, I., Bányai, K., Varga, Gy.: Simulation of meshing of worm gearing. ASME 7th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, 1996. Proceedings, pp. 141-146.
66. Dudás, L.: Surface Constructor - a Tool for Investigation of Gear Surface Connection, Proceedings of CIM 2003, Skolud, B.; Krenczyk, D. (Ed.), ISBN83-204-2850-5, Wisla, Poland, May 2003, Wydawnictwa Naukowe – Techniczne, Warszawa, pp. 140-147.
67. Dudás L.: Kapcsolódó felülepárok gyártásgeometriai feladatainak megoldása az elérés modell alapján kandidátusi értekezés, Budapest, TMB, 1991.P.144. 2005. 06. 29.
68. Dudás, L.: New possibilites in Computer Aied Design of Gear Mesh Publ. Univ. of Miskolc, Series C, Mechanical Enginiering. Vol. 49. (1999) pp. 39-47.
69. Dudley, D.W.: „Gear Handbook”, MC Graw Hill Book Co. New York-Toronto-London, 1962.
70. Erney Gy.: Fogaskerekek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983. p.460.
71. Gansin, W. A.: Sintezu evolventnoj Spiroidnoj peredaci Mechanika Maschin, 1972. p.31-32.
72. Garamvölgyi T.: Ívelt profilú csigahajtás geometriai méretezése. Gép XXXIX. évf. 1987. 11. szám November, pp. 404-410.
73. Georgiew, A. K., Goldfarb,W.I.: Kisledovaniju ortogonalnoj spiroidnoj peredaci s cylyndriceskim cervjakom, Imejusim witki idealno-peremennowo saga, Mechanika Maschin, No.45., Moszkva, 1974.
74. Gohman, H. I.: Theory of Gearing Generalized and Developed Analytically, Odessa (in Russian), 1886.
75. Gyenge, Cs., Chira, A., Andreica, I.: Study and achievements on the Worm GearsProceedings of the International Congress - Gear Transmissions '95. Sofia - Bulgaria, Vol.3. pp.48-51.
76. Hegyháti, J.: Untersuchungen zur Anwendung von Spiroidgetrieben. Dissertation, TU Dresden, 1988.
77. Horák P.: Körív profilú csigahajtópárok hibahatás elemzése. GÉP, LVII. Évf. 2006. 8-9. szám, 65-68.o.
78. Horák, P.: Computer model of the contact relations of worm gear pairs. 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, Paris, 16-18 March, 1999. pp. 483-488.
79. Horák P.: Körívprofilú csigahajtópárok tribológiai vizsgálata, PhD értekezés Bp., 2003.
80. Hoschek, J.: Zur Ermittlung von Hüllflächen in der räumlichen Kinematik Monh. Für Mathematik, 69., 1965.
81. Hurth, H., Schiefer, H.: Neue Hochleistungsverfahren für die Zahnradbear-beitung in der Serienfertigung 2 eme Congres Mondial des Engrenages, Paris, 1986. Vol.2. pp.409-422.
82. Juhász I.: Számítógépi geometria és grafika. Miskolci Egyetemi Kiadó. 1993.
83. Kawabe, S.: Generation of NC Commands for Sculptured Surface Machining from 3-Coordinate Measuring Data Fumihiko Kimura and Toshio Sata (1), Faculty of Engineering, University of Tokyo, Annals of the CIRP Vol 29/1/1980. pp. 369-371.
84. Kolchin, N. I.: Nekotorie voproszű geometrii, kinematiki, rascseta i proizvodsztva Leningrad, 1968. pp.362.
85. Kozma M.: Tribológia. Műegyetemi Kiadó, Budapest 1994
86. Krivenko, I. SZ.: Novüe tipű cservjacsnüh peredacs na szudah Izd. Szudoszrovenie, Leningrád, 1967.
87. Lange, S.: Untersuchung von Helicon- und Spiroidgetrieben mit abwickelbaren Schneckenflanken (Evolventtenschnecken) nach der Hertzschen und der hydrodynamischen Theorie Diss, TH München 1967.
88. Lévai I.: Hipoidhajtások tervezésének alapjai, Egyetemi Kiadvány, 1994
89. Lévai I.: Kitérő tengelyek közt változó mozgásátvitelt megvalósító – egyenesélű szerszámmal lefejthető – fogazott kerekek. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1966.
90. Lévai I.: Fogazatok kapcsolódásának kinematikai elmélete és alkalmazása hipoid-hajtások tervezésére, Akadémiai doktori értekezés, Miskolc, 1980. 1/153.
91. Lierath, F., Dudás, I.: The modern measuring technique as the device of the effective quality assurance of the machine production Fourth International Symposium on Measurement Technology and Intelligent Instruments, Miskolc, Lillafüred, Hungary, 2-4. 09. 1998. pp. 465-473.

92. Litvin, F. L., De Donno, M.: Computer methods in applied mechanics and engineering, Gear Research Laboratory, Department of Mechanical Engineering, University of Illinois at Chicago, IL 60607-7022, USA, 1997.
93. Litvin, F. L.: Development of Gear Technology and Theory of Gearing, NASA Reference Publication 1406, Chicago, 1998.
94. Litvin, F. L.: A fogaskerékkapcsolás elmélete. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
95. Litvin, F. L.: Gear geometry and applied theory. Englewood Cliffs, Prentice Hall, NJ., 1994.
96. Litvin, F. L.: Theory of Gearing. NASA Reference Publication 1212. 1989.
97. Litvin, F. L., Kim, D. H.: Computerized Design, Generation and Simulation of Meshing of Modified Involute Spur Gear With Localized Bearing Contact and Reduced Level of Transmission Errors, Journal of Mechanical Design, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 119, pp. 96-100., 1997.
98. Litvin, F. L., Kim, V.: Computerized Simulation of Meshing and Bearing Contact for Single-Enveloping Worm-Gear Drives, Journal of Mechanical Design, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. Vol.114, pp. 313-316., 1992.
99. Litvin, F. L., Seol, I. H.: Computerized Determination of Gear Tooth Surface as Envelope to Two Parameter Family of Surfaces, Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, Vol. 138, Nos. 1-4., pp. 213-225., 1996.
100. Litvin, F. L., Wang, A., Handschuh, R. F.: Computerized Design and Analysis of Face-Milled, Uniform Tooth Height Spiral Bevel Gear Drives, Journal of Mechanical Design, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 118, No. 4, pp. 573-579., 1996.
101. Litvin, F. L.: Application of Finite Element Analysis for Determination of Load Share, Real Contact Ratio, Precision of Motion, and Stress Analysis, Journal of Mechanical Design, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 118, No. 4., pp. 561-567., 1996.a.
102. Litvin, F. L.; Chen, J. S.; Seol, I. H.; Kim, D.; Lu, J.; Zhao, X.; Egelja, A.; Wang, A. G.; Handschuh, R. F.: Computerized Design and Generation of Gear Drives with Localized Bearing Contact and Low Level of Transmission Errors. VDI Berichte 1230, International Conference on Gears, 22-24 April 1996, Dresden, pp. 63-82.
103. Magyar J.: Csavarfelületű elemek kapcsolódása Kandidátusi disszertáció, Budapest, 1960.
104. Maros D., Killmann V., Rohonyi V.: Csigahajtások, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.
105. Minkov, K.: Mehano-matematichno modelirane na hiperboloidni predavki Disszertacija (Doktor na tehnicneszkie nauki), Szofia, 1986.
106. Molnár J.: A megmunkáló rendszer elmozdulékonyságából származó megmunkálási hiba meghatározásának kísérleti-analitikai módszere Egyetemi doktori értekezés, Miskolc, 1969. p.67.
107. Monge, G.: Géométrie descriptive. Lecon données aux Ecoles normales, l'an 3 de la République, Paris, Baudouin, an VII.
108. Müller, H. R.: Zur Ermittlung von Hüllflächen in der räumlichen Kinematik Monh für Mathematik, 63. 1959.
109. Niemann, G., Winter, H.: „Maschinenelemente” Band III., Berlin, Springer-Verlag, 1986.
110. Niemann, G., Weber, C.: Schneckentriebe mit flüssiger Reibung. VDI-Forschungsheft, 412., Berlin, 1942.
111. Niemann, G., Weber, G.: Profilbeziehungen bei der Herstellung von zylindrischen Schnecken, Schneckenfräsern und Gewinden Vieweg, Braunschweig, 1954.
112. Olivier, Th.: Theorie geometrique des engrenages. Paris, 1842.
113. Ortleb, R.: Zur Verzahnungs- und Fertigungsgeometrie allgemeiner Zylinderschneckengetriebe, Dissertation, TU Dresden, 1971.
114. Páczelt I.: Végeselem-módszer a mérnöki gyakorlatban, I. kötet, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1999, p.450 ISBN 963 661 312 5
115. Patentschrift, Deutsches Patentamt, No. 905444 47h 3 No.855527 27h
116. Pay, E.: Reductor melcat cu melc interior, (Belső csigás hajtómű), Brevet de inventie nr. 90521, 1986., Bucuresti, Romania
117. Pay, E., Pay, G., Lobontiu, M., Cioban, H.: Contributii provond modelarea matematica a angrenajelor melcate onterioare, (A belső csigás hajtások általános matematikai modellje), In: Sesiunea Stiintifica Jubiliara Universitatea Pitesti, noiembrie 1992., In: Buletinul Stiintific al Universitatii din pitesti, Vol. Orange de masini. Mechanisme, pp.20-25.
118. Pay G.: Belső csigás hajtások Ph.D disszertáció, Miskolc, 2001
119. Predki, W., Holschlag, A.: Vorausberechnung von Tragbildern für Schneckentriebe. Konstruktion 47 (1995), pp. 137-142.
120. Reuleaux, F.: Der Konstrukteur, Vieweg Sohn, Braunschweig, 1982.
121. Rohonyi V.: Fogaskerék-hajtások. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980.
122. Saari, O. E.: Mathematical Background of Spiroid Gears Ind. Math. Series, Detroit (Mich.), 1956.

123. Saari, O. E.: Speed-Reduction Gearing, U.S. Patent No.2,696,125, 1954.
124. Seol, I. H., Litvin, F. L.: Computerized Design, Generation and Simulation of Meshing and Contact of Worm-Gear Drives With Improved Geometry, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.138, Nos.1-4., pp.73-103., 1996.b.
125. Simon, V.: Characteristics of a new type of cylindrical worm gear drive, ASME 6th International Power Transmission and Gearing Conference, San Diego, 1996. Proceedings, pp. 133-140.
126. Simon V.: Egy új típusú globoid csigahajtás jellemzői, Akadémiai doktori értekezés, Budapest, 1994.
127. Simon, V.: Tooth contact analysis of mismatched hypoid gears, Proceedings of the 7th International Power Transmission and Gearing Conference, 1996. 10. 6-9. San Diego, California, pp.789-798.
128. Siposs I.: Globoid hajtások lefejtés nélkül készített csigakerékkel. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1990.
129. Stadtfeld, H. J.: Handbook of Bevel and Hypoid Gears: Calculation, Manufacturing, and Optimization, Rochester Institute of Techno-logy, Rochester, New York., 1993.
130. Stübler, E.: Geometrische probleme bei der Verwendung von Schraubenflächen in der Technik, Z.Math. und Phys. Band 60. 1911.
131. Su, D., Dudás.I.: Development of an intelligent Integrated System approach for design and Manufacture of worm gears proceedings, 9th International Conference on Tools, 3-5. 09. 1996. Miskolc, Hungary
132. Szabó J.: Adalékok a számítógépi grafika matematikai megalapozásához. Disszertáció a habilitált doktori fokozat megszerzéséhez. Debrecen, 1994.
133. Szeniczai, L.: Csigahajtóművek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1957.
134. **T038288 sz. OTKA:** „Új geometriájú spiroid hajtások kutatása, gyártásgeometria kidolgozása”, Miskolc, 2005. (Témavezető: Dr. DUDÁS Illés)
135. Tajnafői J.: Mechanizmusok származtatásméletének alapjai és hatása a kreatív gondolkodásra. Akadémiai doktori értekezés, Miskolc, 1991.
136. Váradi K., Molnár L., Kollár Gy.; Gara, P.: Néhány gépészeti érintkezési feladat végeselemes megoldása. GÉP XXXIX. évf. 1987. 1. szám, Január, 10-16. o.
137. Vinh, N. D.: Evolvens fogazatú hengeres kerék - globoid csiga kapcsolódási viszonyainak vizsgálata és optimalása. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1993.
138. Weck, M.-Ernst, D.-Gogrewe, H.U.: Numerisch gesteuertes Abrichten von Profilschleifscheiben Industrie-Anzeiger Nr.54 v.3.7.1981/103.pp.12-20.
139. Weinhold, H.: Zur Fertigungsgeometrischen Deutung technologischer Prozesse, Fertigungstechnik und Betrieb, 1963. No.3.
140. Wildhaber, E.: Helical Gearing, U.S. Patent No.1,601,750., 1926.
141. Wilkesmann, H.: Berechnung von Schneckengetrieben mit unterschiedlichen Zahnprofilformen. Dissertation TU München, 1974.
142. Willis, R.: Principles of Mechanism, Cambridge, London, 1841.
143. Wittig, K. H.: Zur Geometrie der Zylinderschnecken, Maschinenmarkt, 72. 1966.
144. Zalgaller, V. A.: Theory of Envelopes, Nauka, Moskow, 1975. (in Russian)
145. Zotow, B. D.: Osi zaceplenija spirodnüh peredac, Izv. Wuz. Masinostromijr, 1961. No. 6.
146. "Fogazott hajtópárok és hajtások optimalása, kapcsolódás elméletének és tribológiájának továbbfejlesztése "(**OTKA T 000655** BME-ME). A kutatás időtartama: 1991-94. (Témavezető: Dr. Bercey T. – Dr. Dudás I.)
147. "Optimális kapcsolódás kialakulásának feltételrendszere" **OTKA T 019093**. A kutatás időtartama: 1996-99. (Témavezető: Dr. Dudás I.)
148. "CCD kamerás mérési rendszerek kifejlesztése a gépipari minőségbiztosítás területén" **OTKA 026566**. A kutatás időtartama: 1998-2001. (Témavezető: Dr. Dudás I.)
149. "Új geometriájú spiroid hajtások kutatása, gyártásgeometria kidolgozása." **OTKA T038288**. A kutatás időtartama: 2001-2005. (Témavezető: Dr. Dudás I.)
150. Bali J.: Forgácsolás. Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.
151. Sasi Nagy I.: Fogazószerszámok tervezése. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1961.
152. Sályi I.: Műszaki mechanika. Tankönyvkiadó, Bp., 1964.
153. Tajnafői J.: Szerszámgépek mozgásleképező tulajdonságainak elvei és néhány alkalmazása Kandidátusi értekezés, Kézirat, Miskolc, 1965.
154. Szabó, O.: Generation and Production of From (Polygon) surfaces by Means of Two Rotari Motions and NC, 8th International Machine Designe and Production Conference. Proceedings, Ankara, 1988. pp. 485-494. ISBN 975-429-123-3/1.
155. Szabó O.: Mechatronikai modell-berendezés sokszög fogazott felületek NC pályavezérlésének vizsgálatához, XI. Nemzetközi Gépész Találkozó, EMT Kolozsvár 2003., pp. 207-210.

9/a. PUBLIKÁCIÓK AZ ÉRTEKEZÉS TÉMÁJÁBAN

Idegen nyelvű folyóiratban megjelent szakkikk:

- {1} Zs. Balajti, K. Bányai: A possible method for solving a 3d evaluation with 2 ccd cameras, Production Process and Systems, A Publication of the University of Miskolc, Volume 4 (2004)., pp. 237-242., HU ISSN 1215-0851
- {2} Zs. Balajti, I. Dudás: A Development of a New Method for the Description of the Bearing Pattern of Spiroid Drives, Production Processes and Systems, A Publication of the University of Miskolc, Volume 4 (2004), pp. 13-23., HU ISSN 1215-0851
- {3} Zs. Balajti: Analysis of the Reproduction of the Object Including Helices Gained from Photos Taken by 2 CCD Cameras, Production Processes and Systems, A Publication of the University of Miskolc, Volume 4 (2004), pp. 5-12., HU ISSN 1215-0851
- {4} Gy. Varga, Zs. Balajti, I. Dudás: Advantages of CCD Camera Measurements for Profile and Wear of Cutting Tools, Journal of Physics: Conference Series 13, 2005, pp. 159-162., Institute of Physics Publishing, doi: 10.1088/1472-6596/13/1/037, London.
- {5} I. Dudás, Zs. Balajti: Mathematical Model for Analysing Helicoid Surfaces Having the Same Axis, International Journal of Mathematical Science Vol. 5 no.: 2 (December 2006) New Delhi, India. 2006., pp. 289-301.

Magyar nyelvű folyóiratban megjelent szakkikk:

- {6} Balajti Zs., I. Dudás: A Monge-féle projekció alkalmazása a gépgyártásban, Gépgyártás c. folyóirat, XLV. évfolyam, 2005. 3. szám, 32-35. o.
- {7} Balajti Zs., Dudás I.: Spiroid hajtások hordképének meghatározása és analitikus leírása Bézier-felülettel, Gépgyártás c. folyóirat, XLV. évfolyam, 2005. 3. szám, 20-24. o.
- {8} Balajti Zs.: Térbeli hajtások hordképének elemzése, meghatározása, GÉP c. folyóirat 2005/5., LVI. évfolyam, 57-67. o.
- {9} Balajti Zs., Bányai K., Dudás I. : Spiroid hajtás végeelemes vizsgálata, Gépgyártástechnológia c. folyóirat, XLVI. évfolyam, 2006. 1-2. szám, 24-31. o.
- {10} Dudás I., Balajti Zs.,: Szingularitás és alámetszés elemzése helikoid hajtópárok felületein, Gépgyártástechnológiai c. folyóirat, XLVI. évfolyam, 2006. 1-2. szám, 32-36. o.
- {11} Balajti Zs., Dudás I.: Továbbfejlesztett Változó Tengelytávú Gyártás Matematikai Modellje Azonos Tengelyű Hengeres és Kúpos Csavarfelületek és Szerszámaik Vizsgálatára Gépgyártástechnológia c. folyóirat. XLVII. Évfolyam 2007. 1. szám, 19-23. o.

Tudományos közlemény, idegen nyelvű konferencia kiadványban:

- {12} Zs. Balajti, K. Bányai, I. Dudás: Up-to-date method for the determination of grinding wheel profile for manufacturing worm surfaces, microCAD 2002 International Scientific Conference, 7-8. March 2002, University of Miskolc, Hungary, pp. 81-85.
- {13} Zs. Balajti, K. Bányai, I. Dudás: A New Description Method for the Bearing Pattern of Spiroid Drives, 11th International Conference on Tools, University of Miskolc, Hungary, 2004. pp. 43-48.
- {14} Zs. Balajti: Modelling a Development of a New Method for Describing the Bearing Pattern of Spiroid Drives, 9th International Research/Expert Conference „Trends in the Development of Machinery and Associated Technology” TMT 2005, Antalya, Turkey, 26-30. September, 2005., pp. 985-988.

- {15} I. Dudás, Gy. Varga, Zs. Balajti: Advantages of CCD Camera Measurements for Profile and Wear of Cutting Tools, 7th International Symposium on Measurement Technology and Intelligent Instruments, Centre for Precision Technologies, University of Huddersfield, UK, 6-8. September 2005., pp. 271-274.
- {16} Zs. Balajti: Practical Application of the Monge Projection in the Production Process of Drive Pairs, Annals of MteM for 2005 & Proceedings of the 7th International Conference Modern Technologies in Manufacturing 6-8. October 2005., pp. 35-38.
- {17} I. Dudás, Zs. Balajti., K. Bányai: Accurate Production of Helicoid Surfaces, III. International Congress of Precision Machining Vienna-Austria (ICPM 2005), 18-19. October 2005., pp. 27-32.
- {18} I. Dudás, Zs. Balajti: Modelling and development for describing the bearing pattern of spiroid drives, Proceedings of the Sixth IASTED International Conference on "Robotics and Applications, 2005. October 31. – November 02. 2005., Cambridge, USA, pp. 203-208., ISBN 0-88986-521-3
- {19} Zs. Balajti, I. Dudás: New Model for the Production Geometrical Analysis of Spatial Drives, microCAD 2006. International Scientific Conference Miskolc, 16-17. March 2006., pp. 1-4., ISBN 963 661 713 9.
- {20} Zs. Balajti, I. Dudás: Mathematical model for analysing helicoid surfaces having the same axis, microCAD 2007. International Scientific Conference, Section L: Production Engineering and Manufacturing Systems, Miskolc, 22-23. March 2007., ISBN 978-963-661-742-4 Ö, 978-963-661-753-0.
- {21} I. Dudás, F. Leirath, Zs. Balajti: Analysis of the Production Process of the Arched Worm Profil, 12th International Conference on Tools, University of Miskolc, Hungary, 6-8. September 2007. pp. 169-174.
- {22} Zs. Balajti, I. Dudás: Determination of the Wheel Profile in explicit Form, 12-th International Conference on Tools, University of Miskolc, Hungary, 6-8. September 2007. pp. 181-185.

Tudományos közlemény, magyar nyelvű konferencia kiadványban:

- {23} Dudás I., Bányai K., Balajti Zs. : Szerszámprofil analitikus meghatározása menetfelületek előállításához, Doktoranduszok fóruma, Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki Kar Szekciókiadványa, 2001. November 6., 18-23 o.
- {24} Dudás I., Bányai K., Balajti Zs.: Kinematikai felületek előállításához szükséges szerszámprofilok meghatározása spline alkalmazásával, Kolozsvár, 2002. március 22-23., Fiatal Műszakiak Tudományos Ülészakának kiadványa, 37-40. o.
- {25} Balajti Zs., Bányai K., Dudás I.: Csavarvonalakat tartalmazó alakzatok rekonstruálhatósága CCD kamerával készített képekből, Doktoranduszok fóruma, Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki Kar Szekciókiadványa, 2003., 201-206 o.
- {26} Balajti Zs., Dudás I.: Új matematikai modell csavarfelületek elemzésére. XI. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülészaka, Kolozsvár, 2006. március 24-25., 23-26. o., ISBN 973-8231-50-7

Szakmai tudományos előadás idegen nyelven:

- {27} Zs. Balajti: Examination for the Bearing Pattern of Spiroid Drives, Doktoranduszok fóruma, 9. November 2004., Miskolc.

Szakmai tudományos előadás magyar nyelven:

- {28} Balajti Zs.: A spiroid hajtások analitikus hordképmeghatározásának vizsgálata, OGÉT 2005., Szatmárnémeti.

M1. melléklet

A P_{1a} átviteli mátrix elemeinek számítási részletei:

$$\begin{aligned}
 a_{11} = & \\
 & + \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + (\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot (\cos \alpha + i \cdot \cos \gamma) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot (i \cdot \cos \alpha + \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (\cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \cos^2 \gamma) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - (i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + (\cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \cos^2 \gamma) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (i \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + (\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - (\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 & - \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 =
 \end{aligned}
 \tag{3.74.}$$

$$\begin{aligned}
 &= +\cos^2 \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 &+i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 &-\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 &-i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 &-\cos^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 &-i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 &-\cos^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 &+\cos^2 \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 &+i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 &-\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 &+\sin^2 \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &-\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= +\cos^2 \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &-\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &-i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &-\cos^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+\sin^2 \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &-\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 =
 \end{aligned}$$

$$= \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \left(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \right)$$

$$= 1 - \left(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \right) \cdot \sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma =$$

$$= 0$$

$$\begin{aligned}
 a_{12} = & \\
 & -\left(\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \left(i \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \left(\sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \left(\cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \cos^2 \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma\right) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma\right) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - \left(\cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \cos^2 \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \left(\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \left(i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \left(\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 & - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 & - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 & - \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\left(\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \left(\sin^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_2\right) \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \left(\sin^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_2\right) \\
 &- \left(2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - 2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \left(\sin^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_2\right) \\
 &- \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \left[\sin^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_2\right] \\
 &- \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma\right) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \left(\cos^2 \varphi_2 + \sin^2 \varphi_2\right) \\
 &- \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 &- 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 = \\
 \\
 &= -i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \\
 &- \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 &- \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \\
 &- \cos^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \\
 &- -\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 &- \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 = \\
 \\
 &= -\sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \\
 &- \sin^2 \varphi_1 \\
 &- \cos^2 \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \\
 &- i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma = \\
 \\
 &= -1 - i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma
 \end{aligned}
 \tag{3.75.}$$

$$\begin{aligned}
 a_{13} = & \\
 & +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 = \\
 & \\
 & = i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 = \\
 & \\
 & = +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 - i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1
 \end{aligned}
 \tag{3.76.}$$

$$\begin{aligned}
 a_{21} = & \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + (\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + (\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + (\cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \cos^2 \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (\cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \cos^2 \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + (\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - (i \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + (\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 & - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 & - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1 =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= +\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \left(\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \right) \cdot \cos^2 \varphi_1 \\
 &+ \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma \right) \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 &- 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1 = \\
 \\
 &= i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \\
 &\sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 &\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1 \\
 &\cos^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 &\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1 = \\
 \\
 &1 + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma
 \end{aligned}
 \tag{3.77.}$$

$$\begin{aligned}
 a_{22} = & \\
 & -(\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (\cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \cos^2 \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + (i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + (\cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \cos^2 \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma) \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (i \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - (\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 & + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 & - \sin^2 \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 & - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 &+ \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \cos^2 \gamma \right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \\
 &+ \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- \sin^2 \alpha \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \\
 &- \left(\cos^2 \alpha + i \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 &- \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 = \\
 \\
 &= + \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \\
 &- \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma = \\
 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.78.}$$

$$\begin{aligned}
 a_{23} = & \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 = \\
 \\
 = & +i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & +i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 = \\
 \\
 a_{23} = & +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 + i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1
 \end{aligned}
 \tag{3.79.}$$

$$\begin{aligned}
 a_{31} = & \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + \left(\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + \left(i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \left(\cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma \right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma \right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \left(\cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \left(\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 = \\
 & = + \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & - \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma \right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 & + \left(\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma \right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 & + i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \\
 & + \cos^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 = \\
 & = -i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1
 \end{aligned} \tag{3.80.}$$

$$\begin{aligned}
 a_{32} = & \\
 & -\left(\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \left(i \pi \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \left(\cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & - \left(\cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \left(i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - \left(\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & + \cos^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 = \\
 & \\
 & = -\left(\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + i \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 & + \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \\
 & - i \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & - \left(i \cos \alpha \cdot \sin \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 & + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 & + \cos^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 = \\
 & \\
 & = -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1 - i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1
 \end{aligned} \tag{3.81.}$$

$$\begin{aligned}
 a_{33} = & \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos^2 \varphi_2 = \\
 & = +i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \\
 & -i \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma = \\
 & = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.82.}$$

$$\begin{aligned}
 a_{14} = & \\
 & -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \cos^2 \alpha\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -\left(p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot z_{ax} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos^2 \alpha - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos^2 \alpha\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + i \cdot c \cdot \cos^2 \gamma - p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma + p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot p_a \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos^2 \alpha - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos^2 \alpha\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \cos^2 \alpha - i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma + p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin^2 \alpha\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 & -\left(p_a \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 & +c \cdot \cos \varphi_1 \\
 & -a_o \cdot \sin \varphi_1 \\
 & +p_r \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- \left(i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \cos^2 \alpha\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ \left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
 &- i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- \left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin^2 \alpha + a_o\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &- \left(p_a \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - c\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ p_r \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 = \\
 \\
 &= -i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \\
 &- p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- p_r \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ p_r \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
 &- i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 &i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \\
 &- a_o \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ c \cdot \cos \varphi_1 = \\
 \\
 &= -\left(p_r + i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + a_o\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ \left(p_r + i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ \left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha + c - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ \left(i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot p_a \cdot \sin \alpha\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1
 \end{aligned}$$

(3.83.)

$$\begin{aligned}
 a_{24} = & \\
 & -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot c\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \cos^2 \alpha\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -\left(p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos^2 \alpha - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos^2 \alpha\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma + i \cdot c \cdot \cos^2 \gamma - p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma + p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & + i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & - i \cdot p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \gamma + p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos^2 \alpha - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos^2 \alpha\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \cos^2 \alpha - i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma\right) \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & + i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 & -\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin^2 \alpha\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 & - c \cdot \sin \varphi_1 \\
 & - a_o \cdot \cos \varphi_1 \\
 & + p_r \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
 &-\left(i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \cos^2 \alpha\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
 &-\left(p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+\left(p_a \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - c\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &-\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \sin^2 \alpha + a_o\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ p_r \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 = \\
 \\
 &= -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha + c\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+ p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
 &-\left(p_a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &-\left(p_r + i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + a_o\right) \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+ p_r \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 + i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 = \\
 \\
 &= +\left(i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha - c\right) \cdot \sin \varphi_1 \\
 &+\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
 &-\left(i \cdot z_{ax} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + i \cdot c\right) \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma + p_r + a_o \cdot \cos \varphi_1 \\
 &+\left(p_r + i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1
 \end{aligned}$$

(3.84.)

$$\begin{aligned}
 a_{34} = & \\
 & -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & -\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot a_o \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot c \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -i \cdot p_a \cdot \sin^2 \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma\right) \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma + p_a \cdot \sin^2 \gamma\right) \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin^2 \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \sin^2 \gamma\right) \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +i \cdot p_a \cdot \cos \alpha \cdot \sin^2 \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot a_o \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & -\left(i \cdot p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma - p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma\right) \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \\
 & +p_a \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \\
 & -p_a \cdot \varphi_1 \\
 & +z_{ax} = \\
 \\
 = & -\left(i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma - p_a \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma\right) \\
 & +i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \varphi_1 \\
 & +\left(p_a \cdot \sin^2 \gamma + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - i \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \gamma\right) \\
 & -\left(i \cdot p_a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma - i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma\right) \cdot \varphi_1 \\
 & +p_a \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \gamma + p_r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \\
 & -p_a \cdot \varphi_1 \\
 & +z_{ax} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -i \cdot c \cdot \sin \alpha \\
 &+ p_a \cdot \cos^2 \gamma \\
 &+ p_a \cdot \sin^2 \gamma \\
 &- i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \\
 &- i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \\
 &- p_a \cdot \varphi_1 \\
 &+ z_{ax} =
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} &= -i \cdot c \cdot \sin \alpha \\ &+ p_a \cdot \cos^2 \gamma \\ &+ p_a \cdot \sin^2 \gamma \\ &- i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \\ &- i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \cdot \varphi_1 \\ &- p_a \cdot \varphi_1 \\ &+ z_{ax} = \end{aligned}} \right\} (3.85.)$$

$$\begin{aligned}
 &= -[i \cdot p_r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + p_a] \cdot \varphi_1 \\
 &+ [p_a - i \cdot c \cdot \sin \alpha - i \cdot a_o \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma + z_{ax}]
 \end{aligned}$$

M2. melléklet

Az \mathbf{a}_3 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_1 jelöléssel ellátott karakterisztikus görbék számított pontjaiból terjedelmi okok miatt csupán az első 25 darab koordinátáinak listája:

curv point	η (mm)	ϑ (°)	φ_1 (°)	X_{IF} (mm)	Y_{IF} (mm)	Z_{IF} (mm)
\mathbf{a}_3 0.	35,7500	-0,9004	0,0000	28,0129	22,2113	30,9916
\mathbf{a}_3 1.	36,7500	-0,9032	0,0000	28,8604	22,7517	30,1537
\mathbf{a}_3 2.	37,7500	-0,9061	0,0000	29,7131	23,2850	29,3637
\mathbf{a}_3 3.	38,2487	-0,9076	0,0000	30,1404	23,5483	28,9868
\mathbf{a}_3 4.	38,7500	-0,9091	0,0000	30,5712	23,8111	28,6187
\mathbf{a}_3 5.	39,7500	-0,9121	0,0000	31,4350	24,3290	27,9164
\mathbf{a}_3 6.	40,7500	-0,9153	0,0000	32,3046	24,8390	27,2544
\mathbf{a}_3 7.	41,7500	-0,9186	0,0000	33,1803	25,3404	26,6307
\mathbf{a}_3 8.	42,7500	-0,9219	0,0000	34,0623	25,8326	26,0439
\mathbf{a}_3 9.	43,6355	-0,9250	0,0000	34,8489	26,2605	25,5537
\mathbf{a}_3 10.	43,7500	-0,9254	0,0000	34,9510	26,3153	25,4923
\mathbf{a}_3 11.	44,7500	-0,9290	0,0000	35,8467	26,7877	24,9748
\mathbf{a}_3 12.	45,7500	-0,9328	0,0000	36,7498	27,2492	24,4902
\mathbf{a}_3 13.	46,7500	-0,9366	0,0000	37,6606	27,6991	24,0375
\mathbf{a}_3 14.	47,7500	-0,9407	0,0000	38,5799	28,1364	23,6161
\mathbf{a}_3 15.	48,1856	-0,9425	0,0000	38,9829	28,3228	23,4421
\mathbf{a}_3 16.	48,7500	-0,9449	0,0000	39,5079	28,5603	23,2251
\mathbf{a}_3 17.	49,7500	-0,9492	0,0000	40,4452	28,9698	22,8641
\mathbf{a}_3 18.	50,7500	-0,9538	0,0000	41,3926	29,3635	22,5325
\mathbf{a}_3 19.	51,7500	-0,9586	0,0000	42,3508	29,7401	22,2300
\mathbf{a}_3 20.	52,0262	-0,9599	0,0000	42,6174	29,8410	22,1515
\mathbf{a}_3 21.	52,7500	-0,9636	0,0000	43,3204	30,0983	21,9562
\mathbf{a}_3 22.	53,7500	-0,9688	0,0000	44,3025	30,4360	21,7113
\mathbf{a}_3 23.	54,7500	-0,9744	0,0000	45,2980	30,7514	21,4950
\mathbf{a}_3 24.	55,2672	-0,9774	0,0000	45,8186	30,9051	21,3945
\mathbf{a}_3 25.	55,7500	-0,9803	0,0000	46,3081	31,0422	21,3076

curv point	η (mm)	ϑ (°)	φ_1 (°)	X_{IF} (mm)	Y_{IF} (mm)	Z_{IF} (mm)
\mathbf{a}_2 0.	35,7500	-1,1666	0,0000	26,0785	24,4535	35,9830
\mathbf{a}_2 1.	36,1719	-1,1694	0,0000	26,4544	24,6691	35,6533
\mathbf{a}_2 2.	36,7500	-1,1732	0,0000	26,9737	24,9597	35,2165
\mathbf{a}_2 3.	37,7500	-1,1800	0,0000	27,8798	25,4515	34,4987
\mathbf{a}_2 4.	38,7500	-1,1868	0,0000	28,7964	25,9293	33,8263
\mathbf{a}_2 5.	38,7524	-1,1868	0,0000	28,7987	25,9304	33,8247
\mathbf{a}_2 6.	39,7500	-1,1938	0,0000	29,7241	26,3920	33,1970
\mathbf{a}_2 7.	40,7500	-1,2009	0,0000	30,6633	26,8389	32,6087
\mathbf{a}_2 8.	41,2217	-1,2043	0,0000	31,1104	27,0439	32,3450
\mathbf{a}_2 9.	41,7500	-1,2082	0,0000	31,6153	27,2678	32,0605
\mathbf{a}_2 10.	42,7500	-1,2156	0,0000	32,5780	27,6810	31,5490

a₂	11.	43,5642	-1,2217	0,0000	33,3721	28,0025	31,1602
a₂	12.	43,7500	-1,2232	0,0000	33,5546	28,0741	31,0747
a₂	13.	44,7500	-1,2310	0,0000	34,5448	28,4468	30,6360
a₂	14.	45,7500	-1,2390	0,0000	35,5491	28,7980	30,2319
a₂	15.	45,7728	-1,2392	0,0000	35,5722	28,8058	30,2231
a₂	16.	46,7500	-1,2473	0,0000	36,5682	29,1261	29,8617
a₂	17.	47,7500	-1,2558	0,0000	37,6027	29,4296	29,5246
a₂	18.	47,8473	-1,2566	0,0000	37,7042	29,4578	29,4935
a₂	19.	48,7500	-1,2646	0,0000	38,6533	29,7066	29,2202
a₂	20.	49,7500	-1,2737	0,0000	39,7209	29,9552	28,9481
a₂	21.	49,7905	-1,2741	0,0000	39,7645	29,9647	28,9377
a₂	22.	50,7500	-1,2832	0,0000	40,8060	30,1733	28,7080
a₂	23.	51,6077	-1,2915	0,0000	41,7515	30,3343	28,5274
a₂	24.	51,7500	-1,2930	0,0000	41,9097	30,3585	28,4997
a₂	25.	52,7500	-1,3032	0,0000	43,0328	30,5081	28,3233

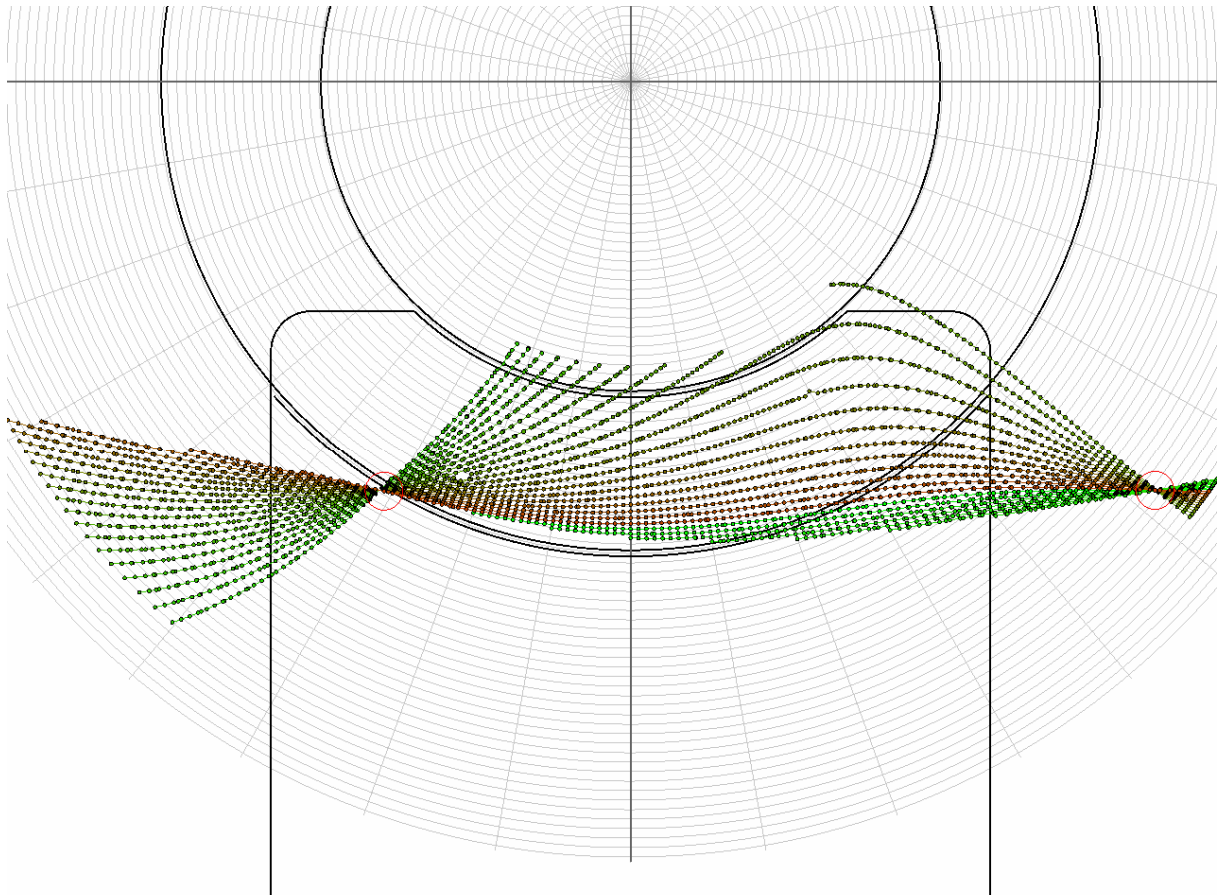
	curv point	η (mm)	ϑ (°)	φ_1 (°)	X_{1F} (mm)	Y_{1F} (mm)	Z_{1F} (mm)
a₁	0.	35,7500	-1,7088	0,0000	30,2867	18,9941	46,1489
a₁	1.	35,9639	-1,7104	0,0000	30,4991	19,0580	45,9850
a₁	2.	36,7500	-1,7165	0,0000	31,2833	19,2852	45,4027
a₁	3.	37,7500	-1,7242	0,0000	32,2872	19,5601	44,7040
a₁	4.	38,2153	-1,7279	0,0000	32,7569	19,6823	44,3943
a₁	5.	38,7500	-1,7321	0,0000	33,2986	19,8183	44,0499
a₁	6.	39,7500	-1,7400	0,0000	34,3173	20,0596	43,4379
a₁	7.	40,4255	-1,7453	0,0000	35,0095	20,2128	43,0472
a₁	8.	40,7500	-1,7481	0,0000	35,3460	20,2787	42,8684
a₁	9.	41,7500	-1,7560	0,0000	36,3763	20,4897	42,3316
a₁	10.	42,5924	-1,7628	0,0000	37,2522	20,6492	41,9098
a₁	11.	42,7500	-1,7641	0,0000	37,4166	20,6776	41,8336
a₁	12.	43,7500	-1,7723	0,0000	38,4639	20,8469	41,3703
a₁	13.	44,7134	-1,7802	0,0000	39,4796	20,9917	40,9557
a₁	14.	44,7500	-1,7805	0,0000	39,5182	20,9970	40,9404
a₁	15.	45,7500	-1,7889	0,0000	40,5796	21,1273	40,5427
a₁	16.	46,7500	-1,7974	0,0000	41,6478	21,2374	40,1761
a₁	17.	46,7876	-1,7977	0,0000	41,6881	21,2411	40,1629
a₁	18.	47,7500	-1,8059	0,0000	42,7228	21,3266	39,8397
a₁	19.	48,7500	-1,8146	0,0000	43,8047	21,3941	39,5328
a₁	20.	48,8125	-1,8151	0,0000	43,8724	21,3980	39,5144
a₁	21.	49,7500	-1,8234	0,0000	44,8934	21,4394	39,2545
a₁	22.	50,7500	-1,8323	0,0000	45,9887	21,4617	39,0043
a₁	23.	50,7837	-1,8326	0,0000	46,0257	21,4621	38,9963
a₁	24.	51,7500	-1,8413	0,0000	47,0906	21,4601	38,7816
a₁	25.	52,7015	-1,8500	0,0000	48,1452	21,4356	38,5948

M3. melléklet

<i>Megnevezés</i>	<i>Jele</i>	<i>Adatok</i>		
Csiga fogszáma	z_1	2	3	5
Modul a főmetszetben	m	2	12,5	16
Osztóhengeri emelkedési szög	γ_0	12°5'45"	21°2'15''	27°45'30''
Foghajlás iránya	bal	bal	bal	bal
A fog ívelésének sugara a főmetszetben	ρ_{ax}	36,6	50	58,5
Foghúr mérőn beállítandó fejmagasság	\bar{S}_{n1}	9	10	15
Csiga foghúr mérete	\bar{f}_{n1}	10 ^{+0,0} -0,125	13 ^{+0,0} -0,125	13,44 ^{+0,0} -0,125
Tengelytáv	a	280	280	280
Osztóhenger átmérő	d_{01}	84	97,5	152
Emelkedés	H	56,5486	117,809722	251,327408
Profilszög a főmetszetben	δ_{ax}	22°28'30"	24°31'10''	23°9'
A csigakerék fogszáma	z_2	51	35	24
A csiga fogazat radiális ütéstűrése	F_{r1}	±0,017		
A csiga axiális osztáshibájának tűrése	f_{p1}	±0,016		
A menet-emelkedés tűrése	f_γ	±0,018		
A csiga profilhibájának tűrése	f_f	0,08		

5.1. táblázat

A tervezett és gyártott tengelymetszetben körív profilú csigák főbb adatai [50]

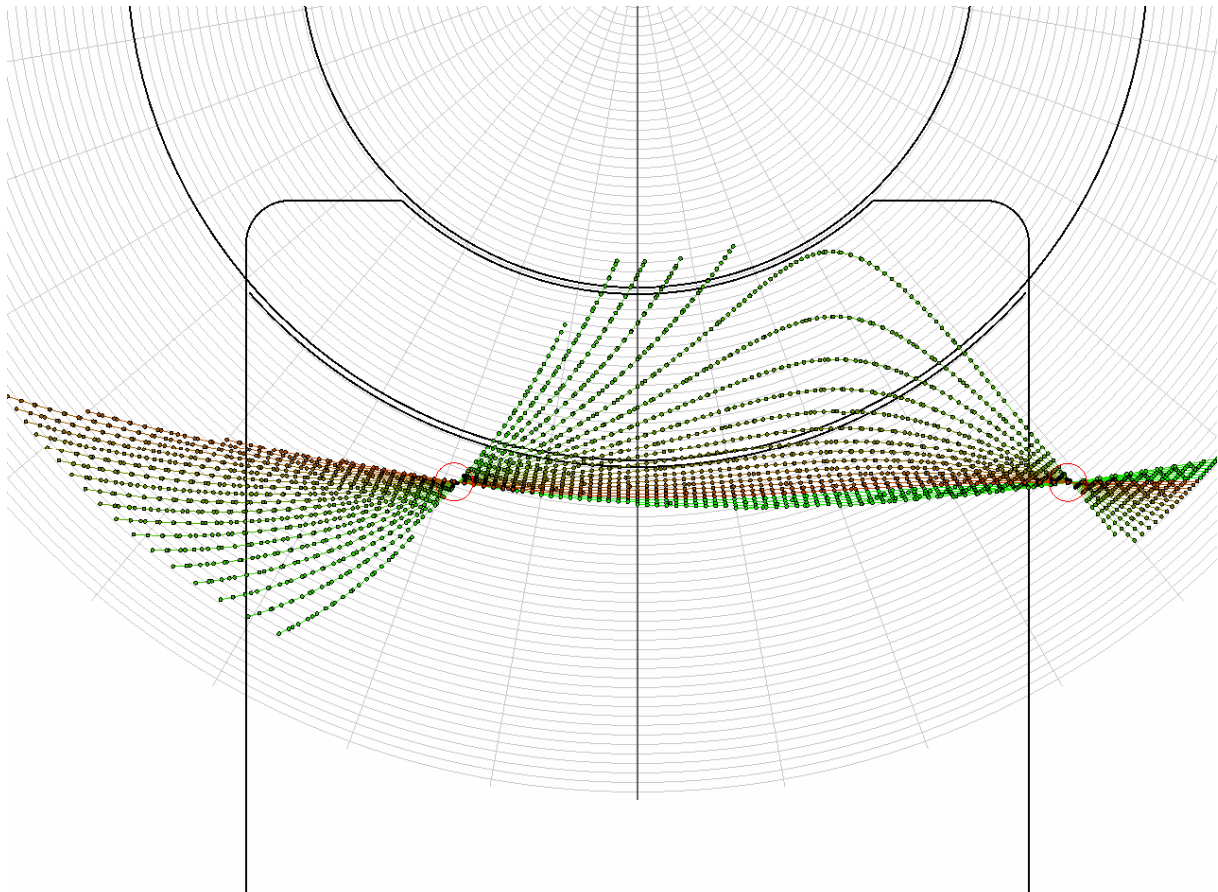


$\beta_{AB} = 83,0124^\circ$
 $T_{\%} = 75,4527\%$
 $X_A = -30,86 \text{ mm}$
 $X_B = 65,61 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 270 \text{ mm}$
 $x_2 = 0,36$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

A kapcsolódási csomópontok közelebb kerültek a csiga tengelyvonalához, a hordkép helyzete módosult, nagyobb lett. A kilépő oldal nem kedvező.

5.8. ábra
Az a tengelytáv hatása a hordképre

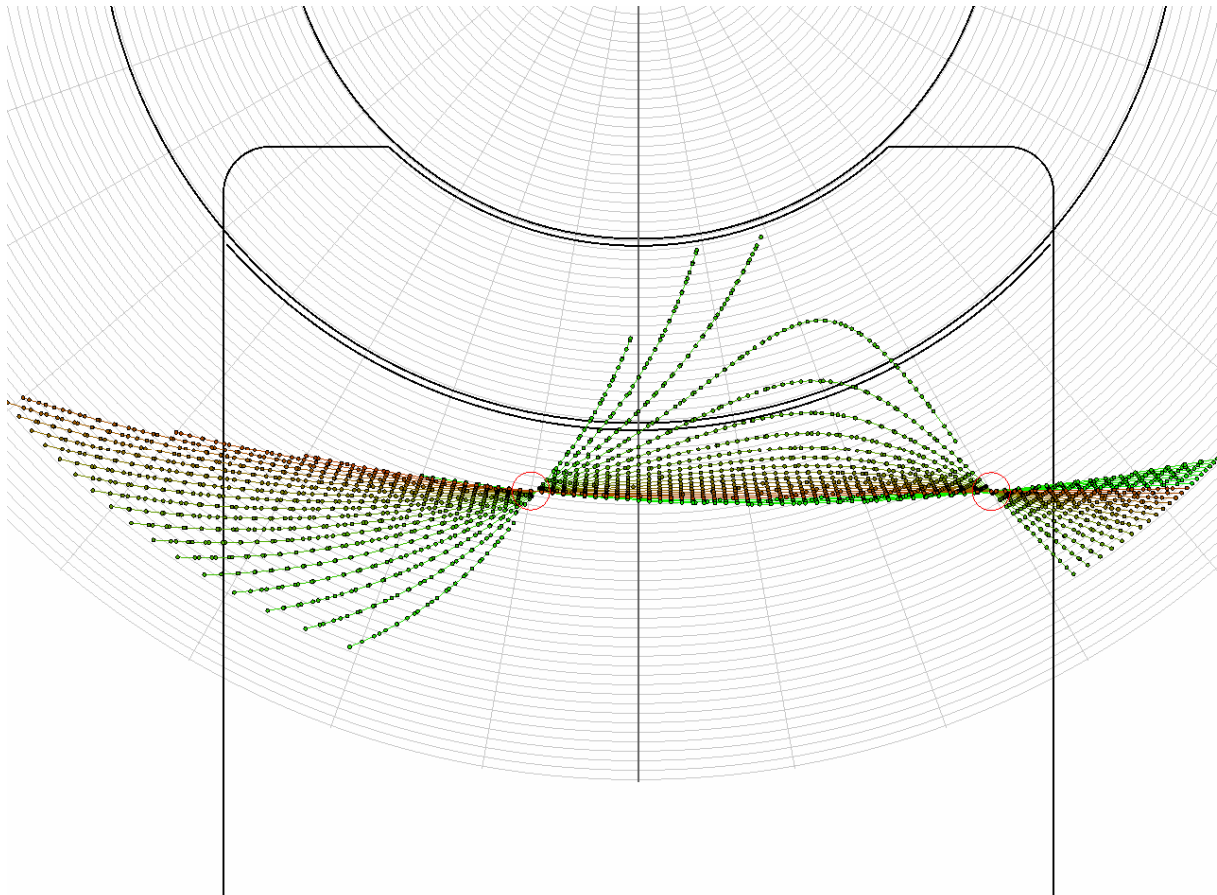


$\beta_{AB} = 57,9218^\circ$
 $T\% = 52,6629\%$
 $X_A = -25,65 \text{ mm}$
 $X_B = 53,25 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Kitűnő hordkép.

5.9. ábra
Az a tengelytáv hatása a hordképre

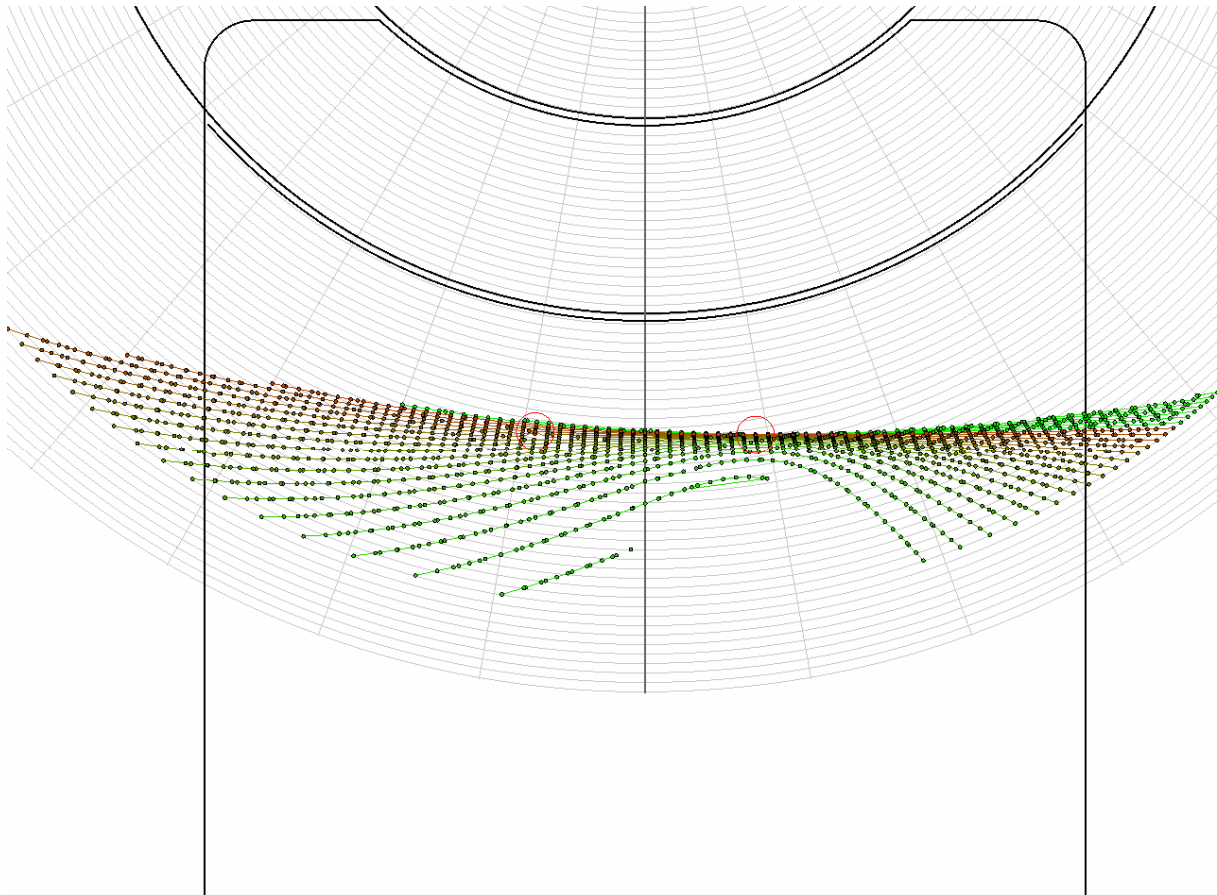


$\beta_{AB} = 38,9999^\circ$
 $T_{\%} = 36,3614\%$
 $X_A = -19,67 \text{ mm}$
 $X_B = 38,24 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 285 \text{ mm}$
 $x_2 = 1,4$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Kicsi a hordkép.

5.10. ábra
Az a tengelytáv hatása a hordképre

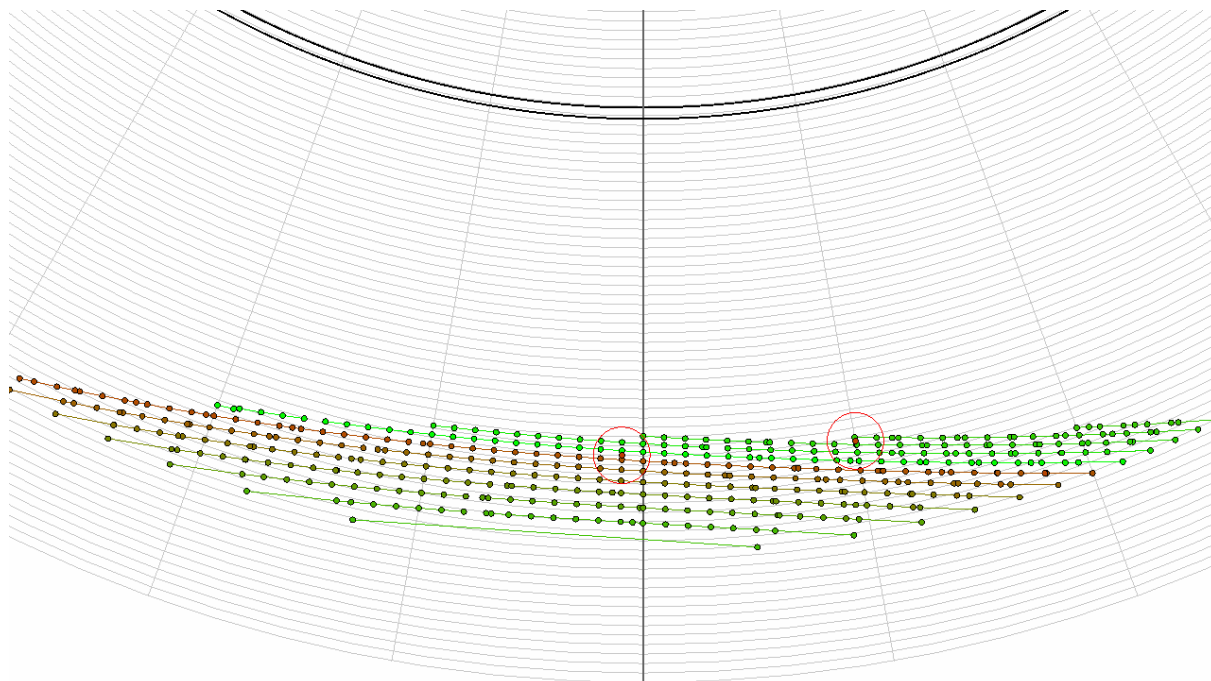


$\beta_{AB} = -^\circ$
 $T\% = -\%$
 $X_A = -$
 $X_B = -$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5\text{mm}$
 $\mathbf{a = 290\text{mm}}$
 $x_2 = 1,8$
 $p = 18,75\text{mm}$

$z_{ax} = 0\text{mm}$
 $\rho_{ax} = 50\text{mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75\text{mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Nincs hordkép.

5.11. ábra
Az a tengelytáv hatása a hordképre

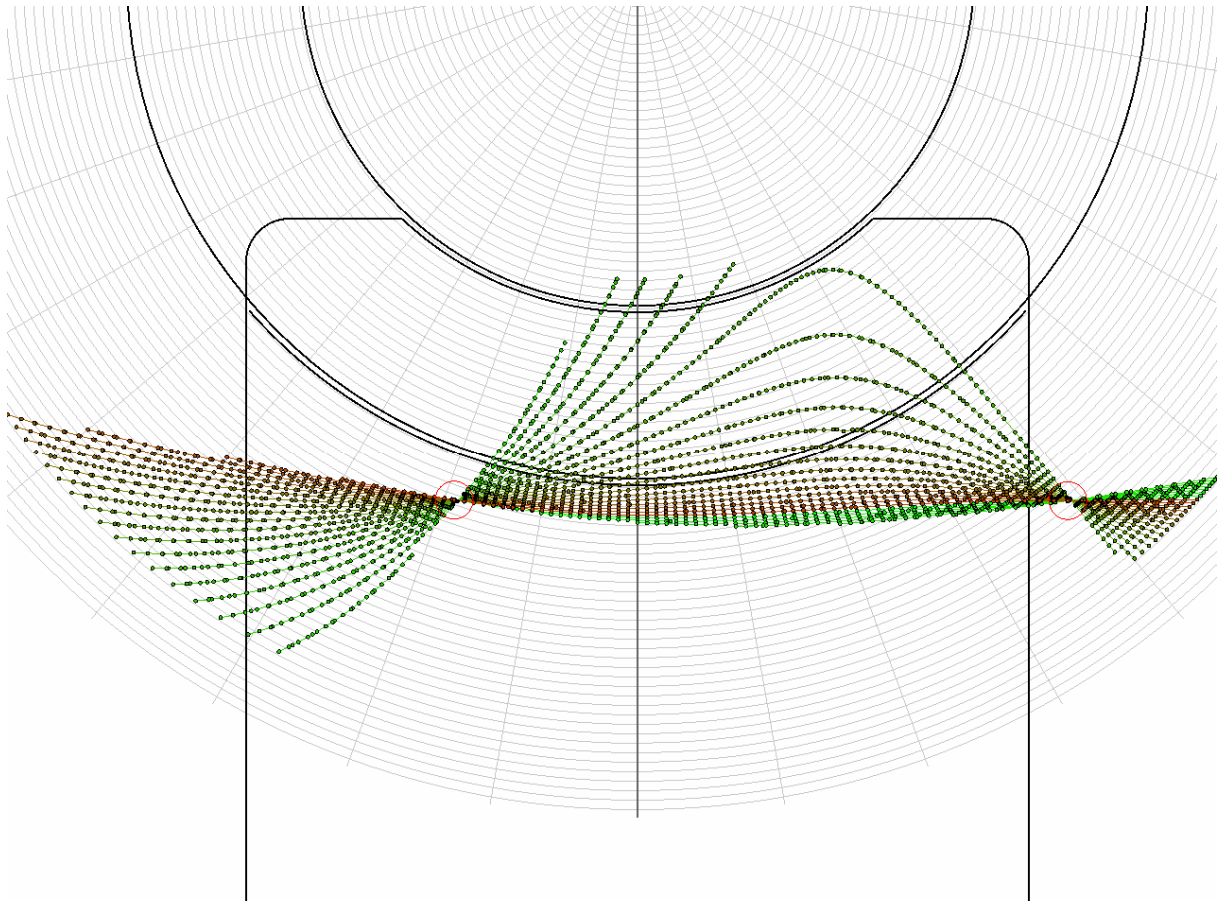


$\beta_{AB} = -^\circ$
 $T_{\%} = -\%$
 $X_A = -$
 $X_B = -$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5\text{mm}$
 $a = 280\text{mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 16,75\text{ mm}$

$z_{ax} = 0\text{mm}$
 $\rho_{ax} = 50\text{mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75\text{mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Rossz.

5.12. ábra
A p paraméter hatása a hordképre

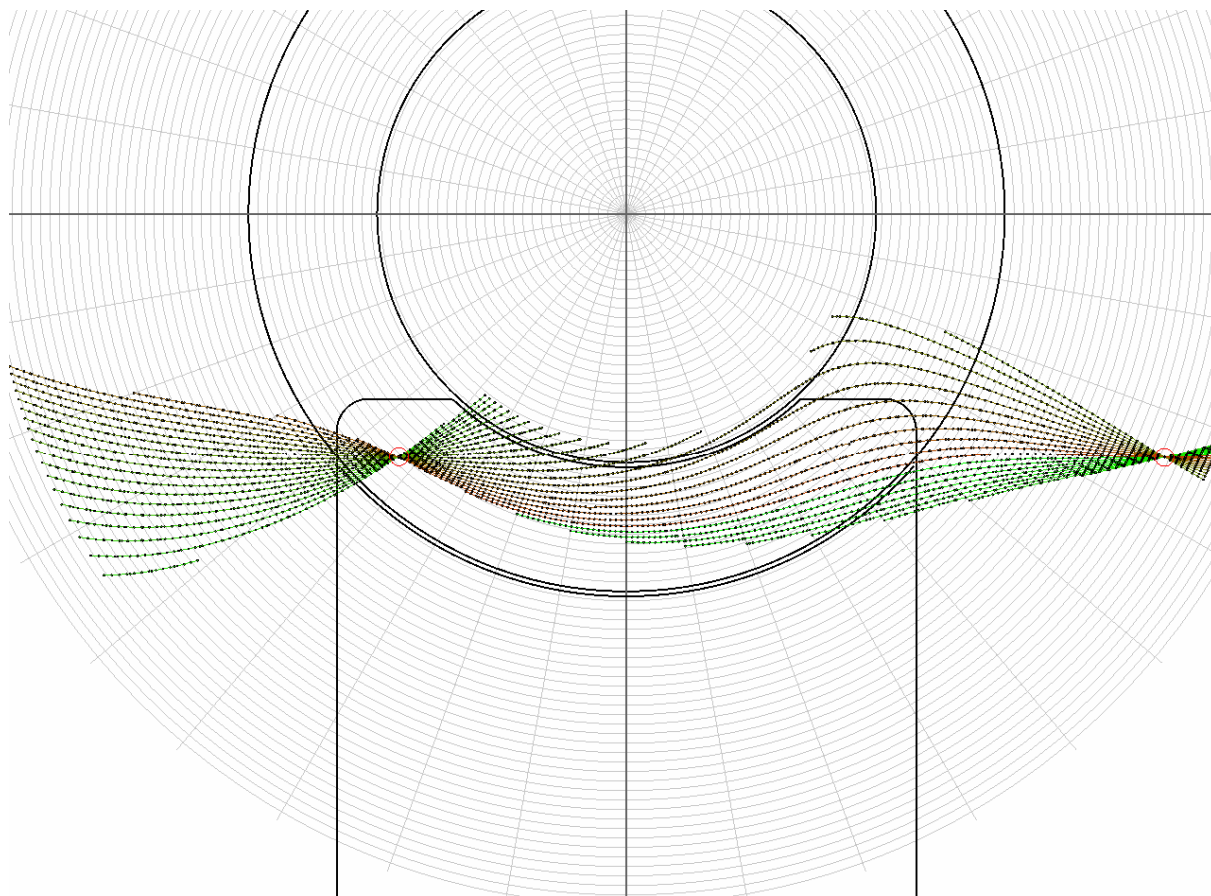


$\beta_{AB} = 57,9011^\circ$
 $T\% = 52,6603\%$
 $X_A = -21,07 \text{ mm}$
 $X_B = 49,47 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Kitűnő.

5.13. ábra
A p paraméter hatása a hordképre

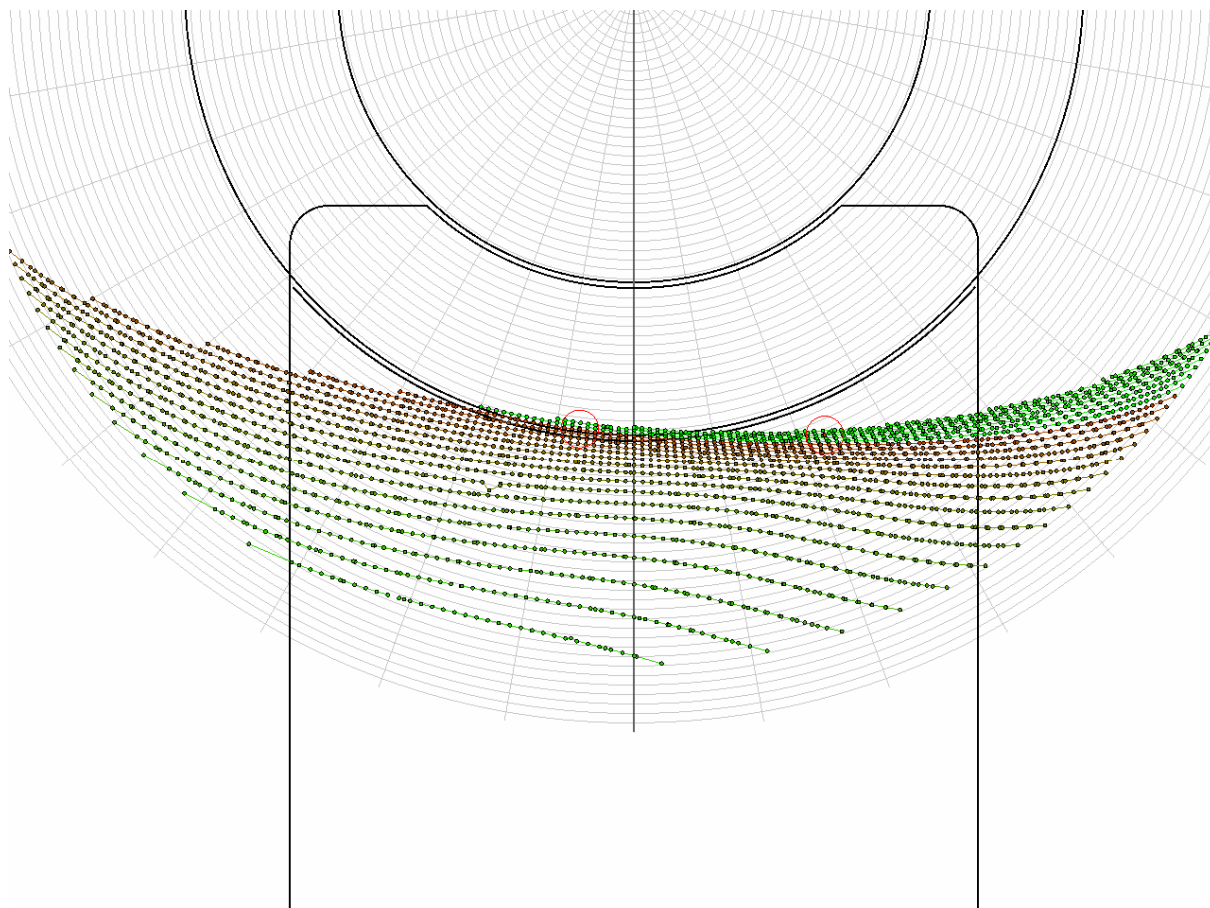


$\beta_{AB} = 108,6561^\circ$
 $T_{\%} = 98,7821\%$
 $X_A = -35,33 \text{ mm}$
 $X_B = 83,54 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $\mathbf{p = 20,75 \text{ mm}}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Rossz.

5.14. ábra
A p paraméter hatása a hordképre

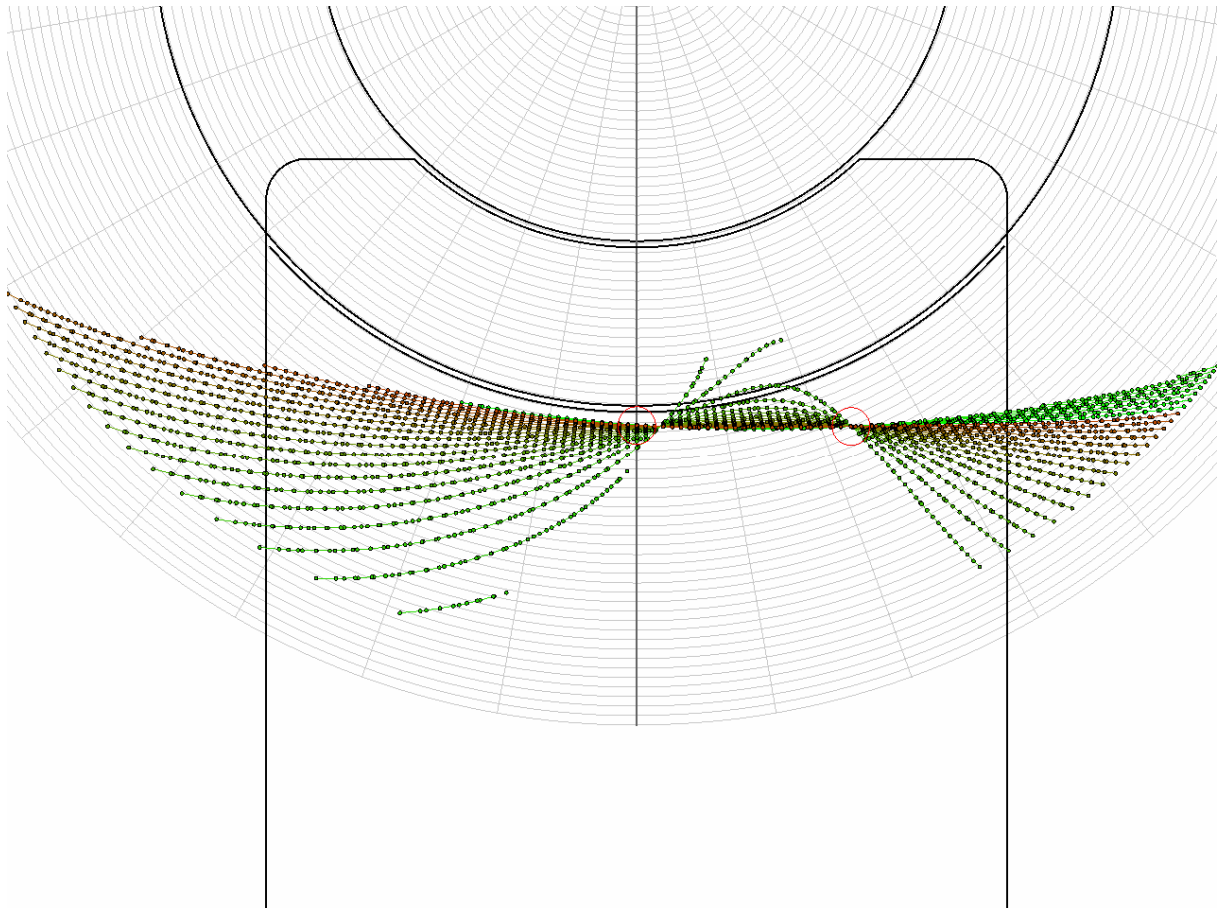


$\beta_{AB} = -^\circ$
 $T\% = -\%$
 $X_A = -$
 $X_B = -$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 50\text{mm}$
 $a = 280\text{mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75\text{ mm}$

$z_{ax} = 0\text{mm}$
 $\rho_{ax} = 50\text{mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75\text{mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Nincs horkép.

5.15. ábra
A K távolság hatása a hordképre

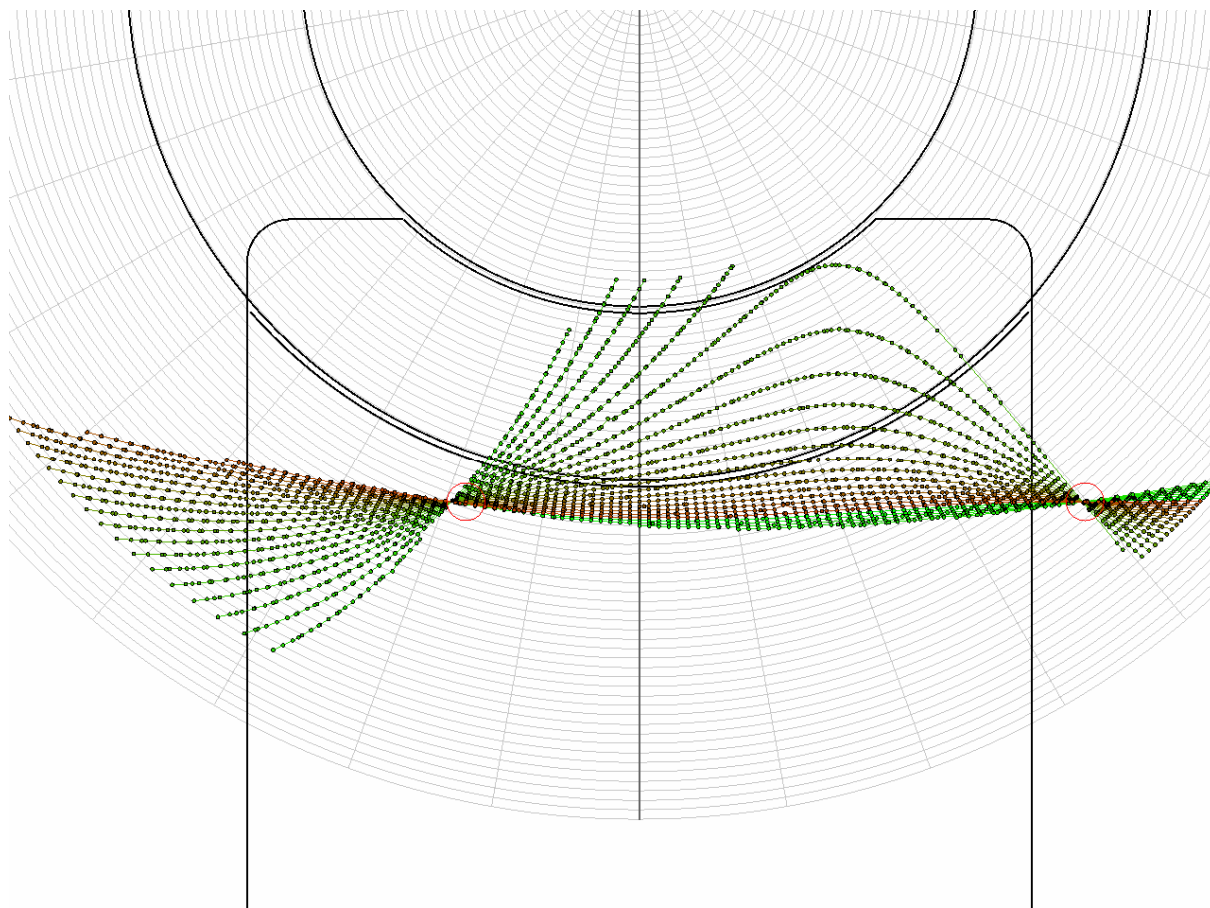


$\beta_{AB} = 23,0132^\circ$
 $T\% = 20,9103\%$
 $X_A = 8,89 \text{ mm}$
 $X_B = 25,99 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 60 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Nem jó, kicsi a horkép.

5.16. ábra
A K távolság hatása a hordképre

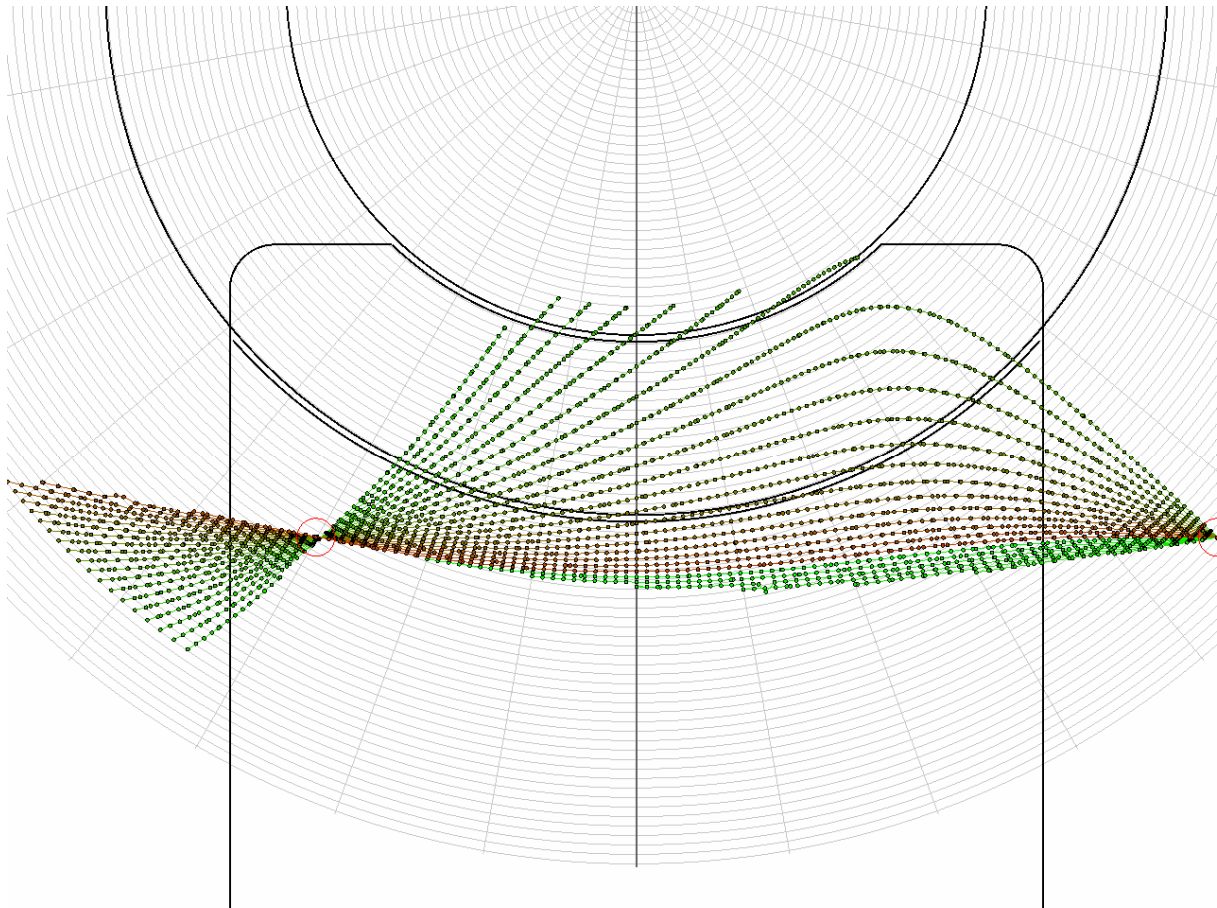


$\beta_{AB} = 57,9218^\circ$
 $T\% = 52,5510\%$
 $X_A = -19,89 \text{ mm}$
 $X_B = 51,09 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 70 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Kitűnő.

5.17. ábra
A K távolság hatása a hordképre

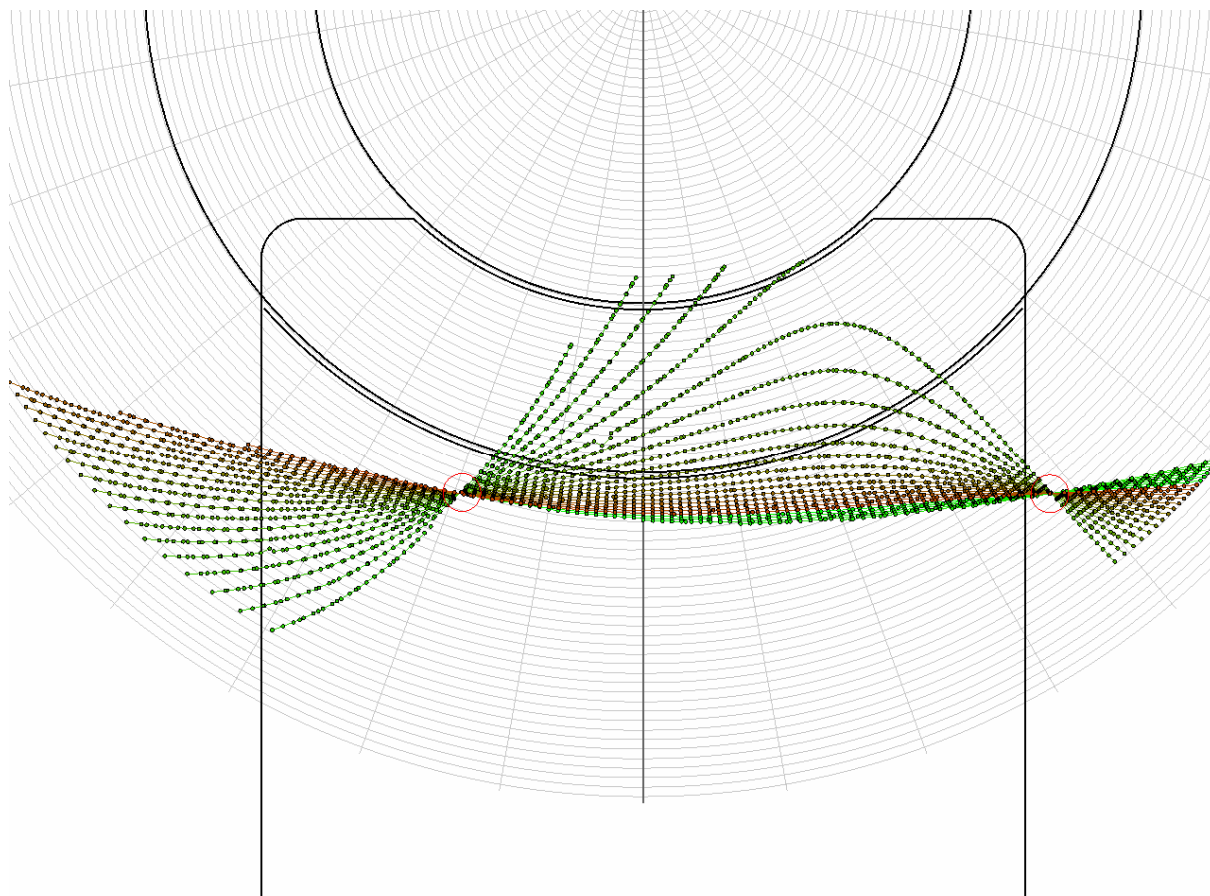


$\beta_{AB} = 76,4901^\circ$
 $T\% = 69,5420\%$
 $X_A = -35,47 \text{ mm}$
 $X_B = 64,26 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 78 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Jó.

5.18. ábra
A K távolság hatása a hordképre

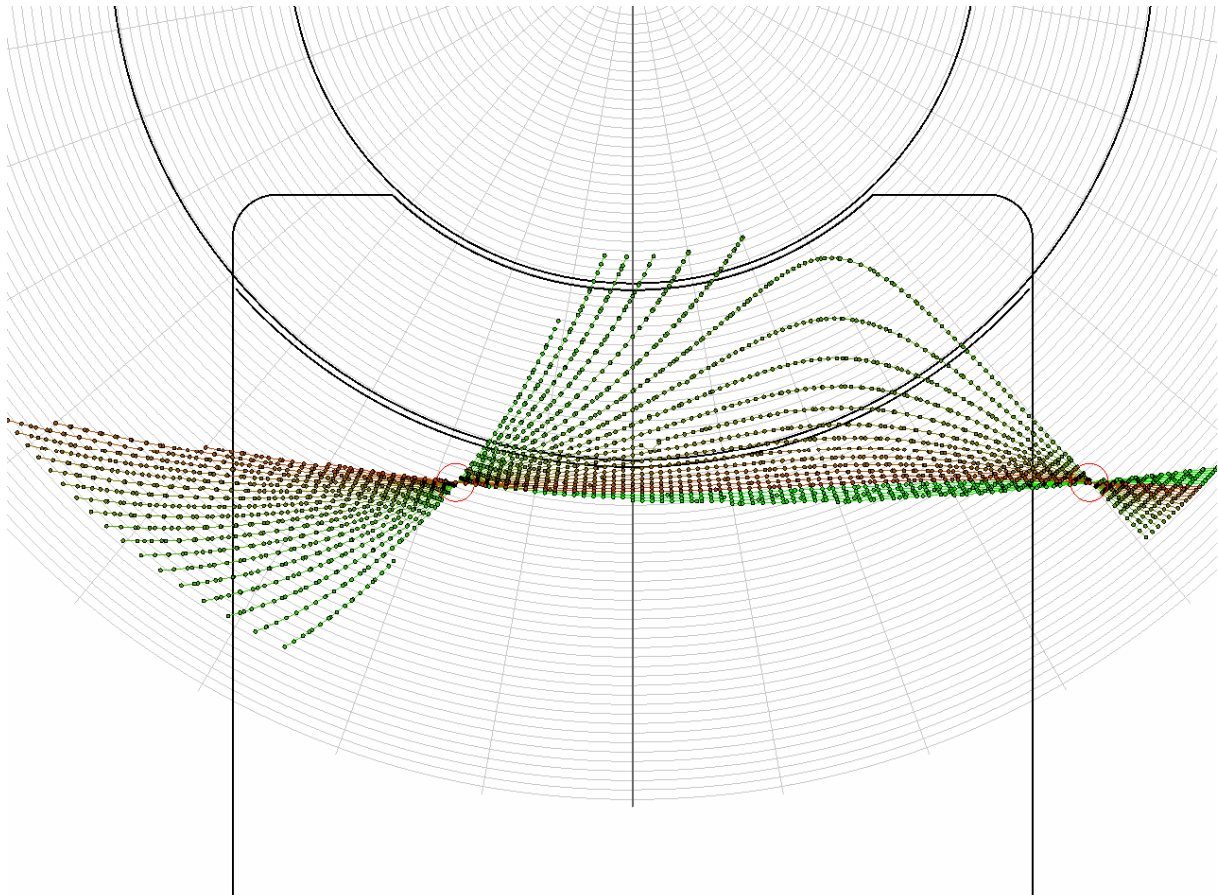


$\beta_{AB} = 57,2504^\circ$
 $T\% = 52,0521\%$
 $X_A = -21,34 \text{ mm}$
 $X_B = 47,84 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 45 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Kitűnő.

5.19. ábra
A ρ_{ax} sugár hatása a hordképre

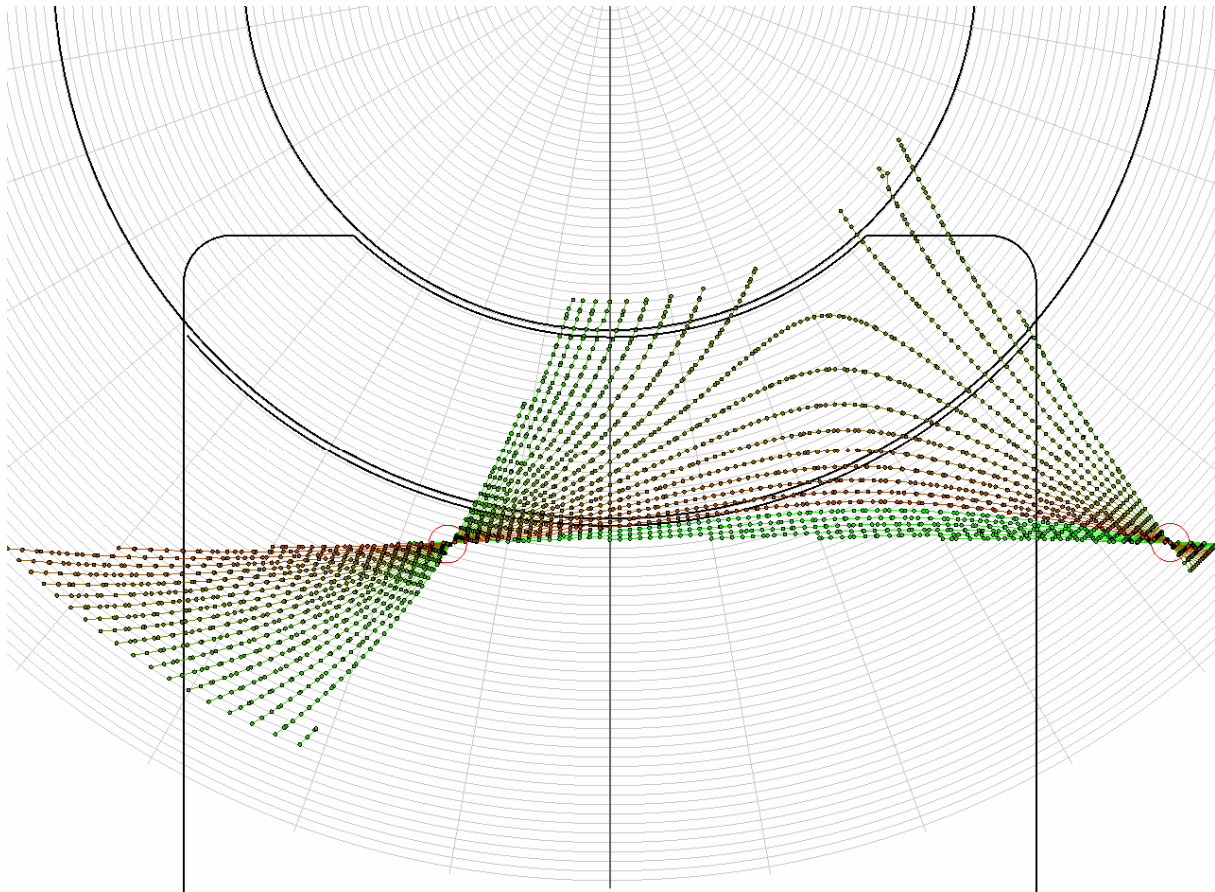


$\beta_{AB} = 58,0032^\circ$
 $T\% = 52,7324\%$
 $X_A = -19,89 \text{ mm}$
 $X_B = 51,39 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 55 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Jó.

5.20. ábra
A ρ_{ax} sugár hatása a hordképre

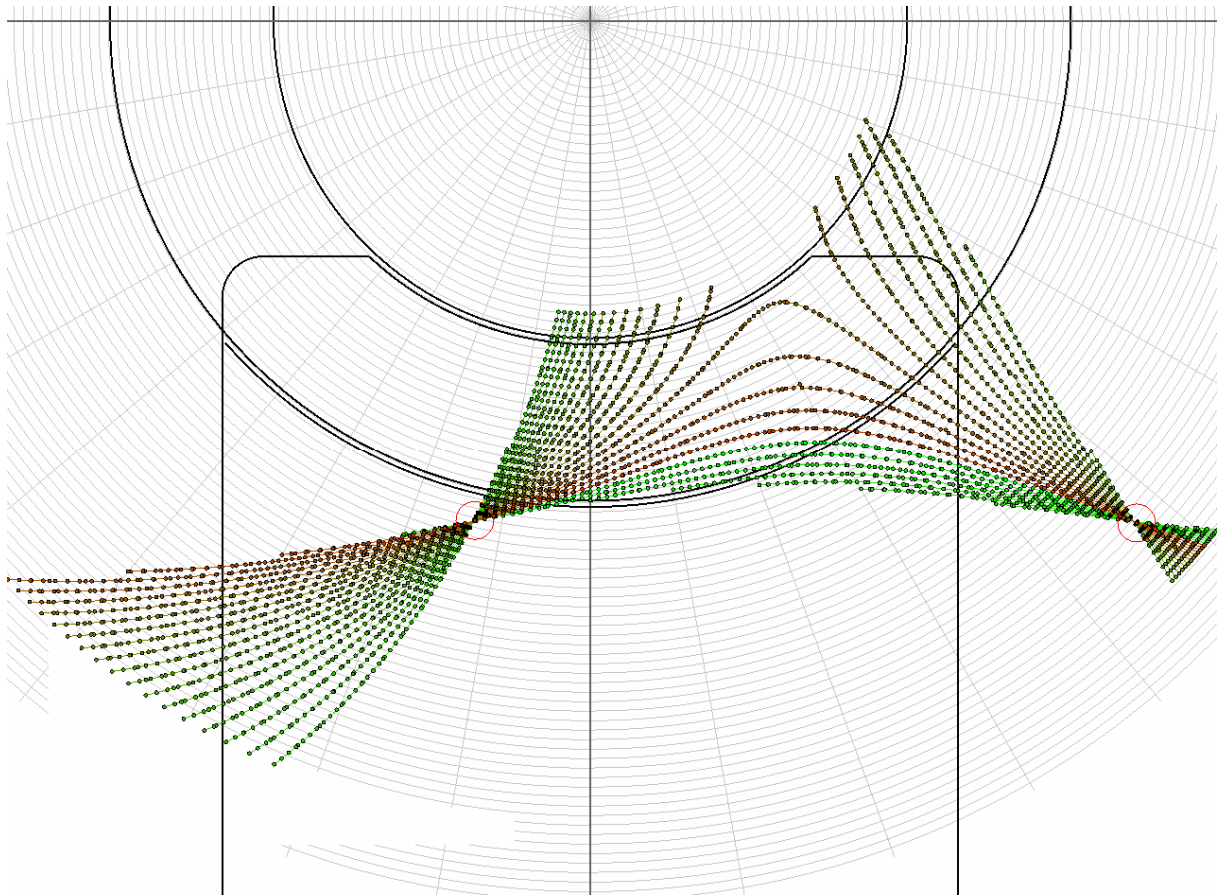


$\beta_{AB} = 59,5937^\circ$
 $T_{\%} = 54,1811\%$
 $X_A = -17,13 \text{ mm}$
 $X_B = 59,15 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 75 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Nem jó.

5.21. ábra
A ρ_{ax} sugár hatása a hordképre

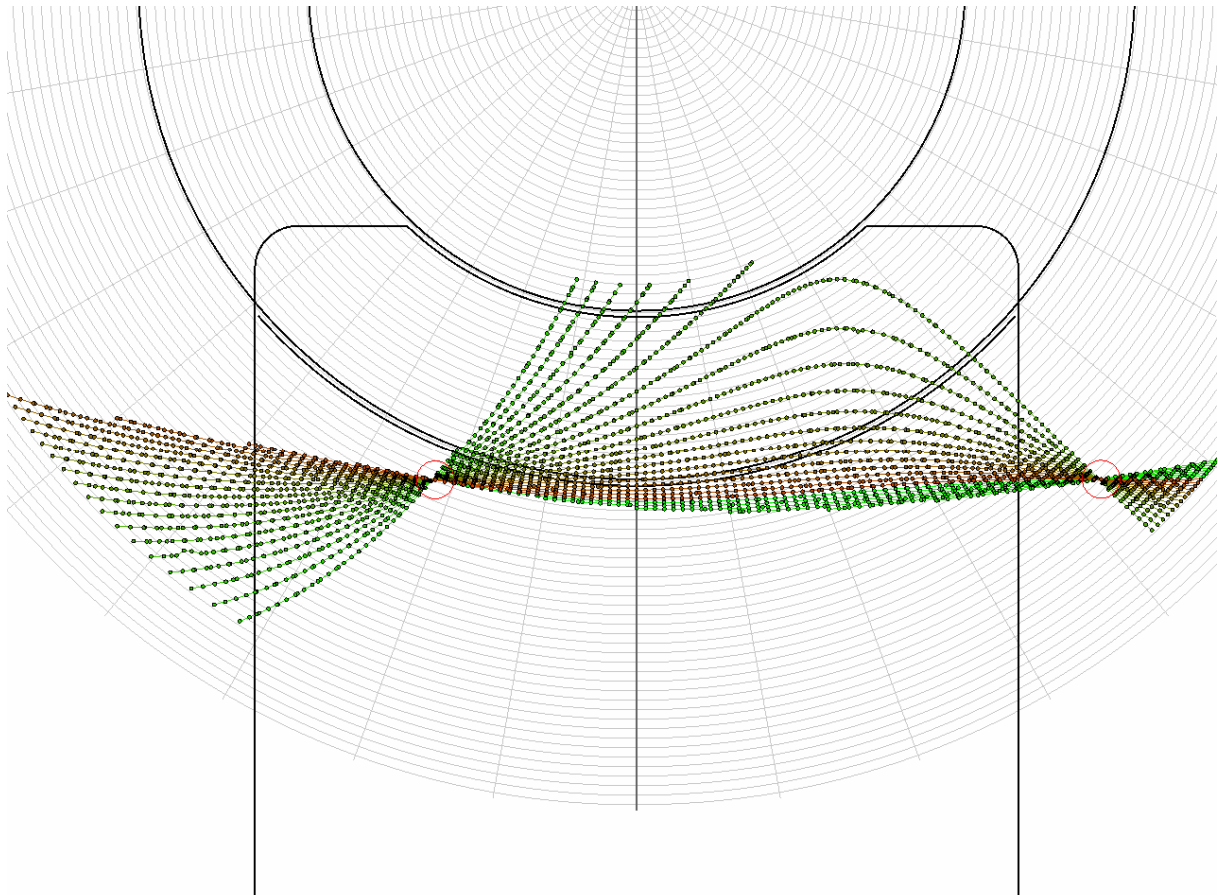


$\beta_{AB} = 59,0185^\circ$
 $T_{\%} = 53,0134\%$
 $X_A = -14,13 \text{ mm}$
 $X_B = 66,78 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = 1$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$Z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 95 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Rossz a kilépő oldal.

5.22. ábra
A ρ_{ax} sugár hatása a hordképre

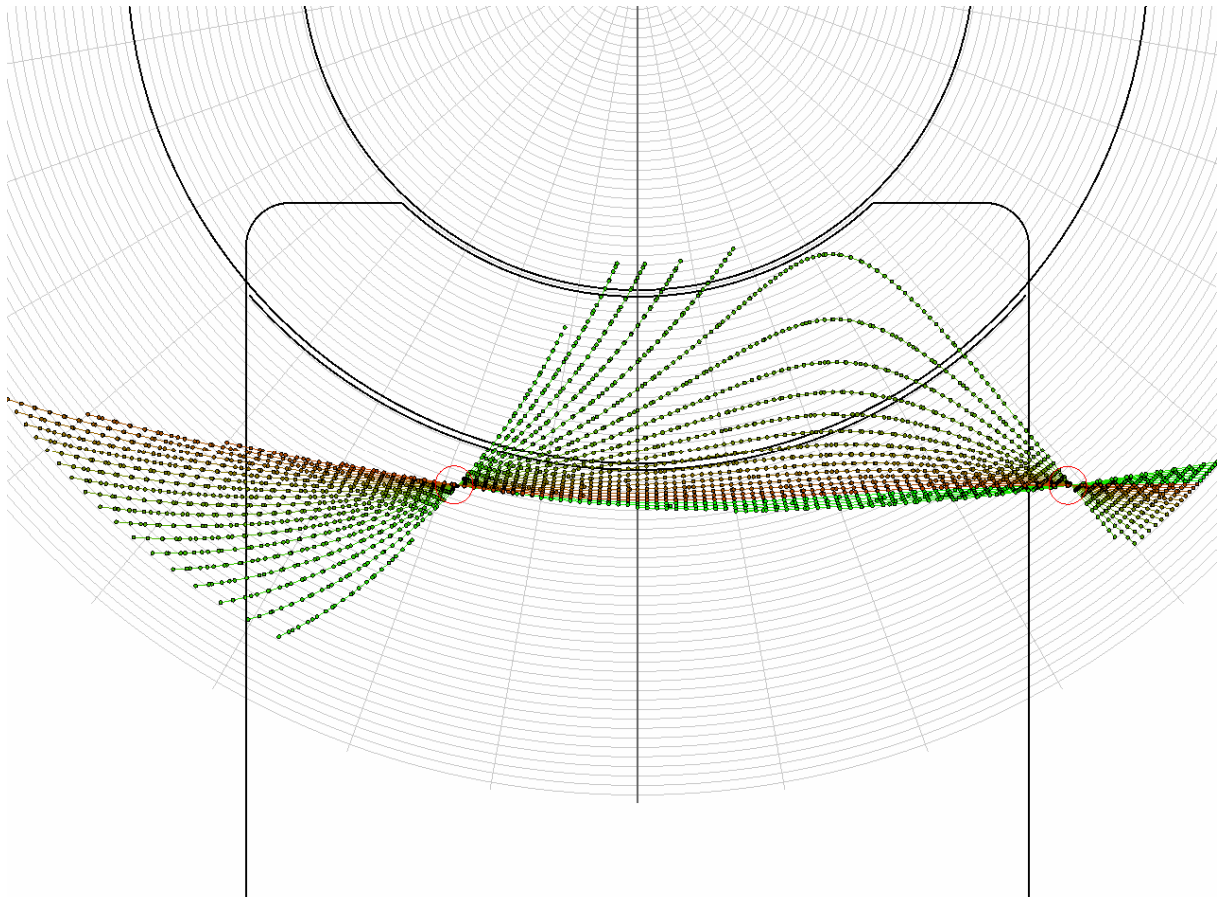


$\beta_{AB} = 65,0021^\circ$
 $T_{\%} = 60,0241\%$
 $X_A = -23,75 \text{ mm}$
 $X_B = 54,76 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 277,5 \text{ mm}$
 $x_2 = \mathbf{0,8}$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Jó.

5.23. ábra
Az x_2 profileltolás tényező hatása a hordképre

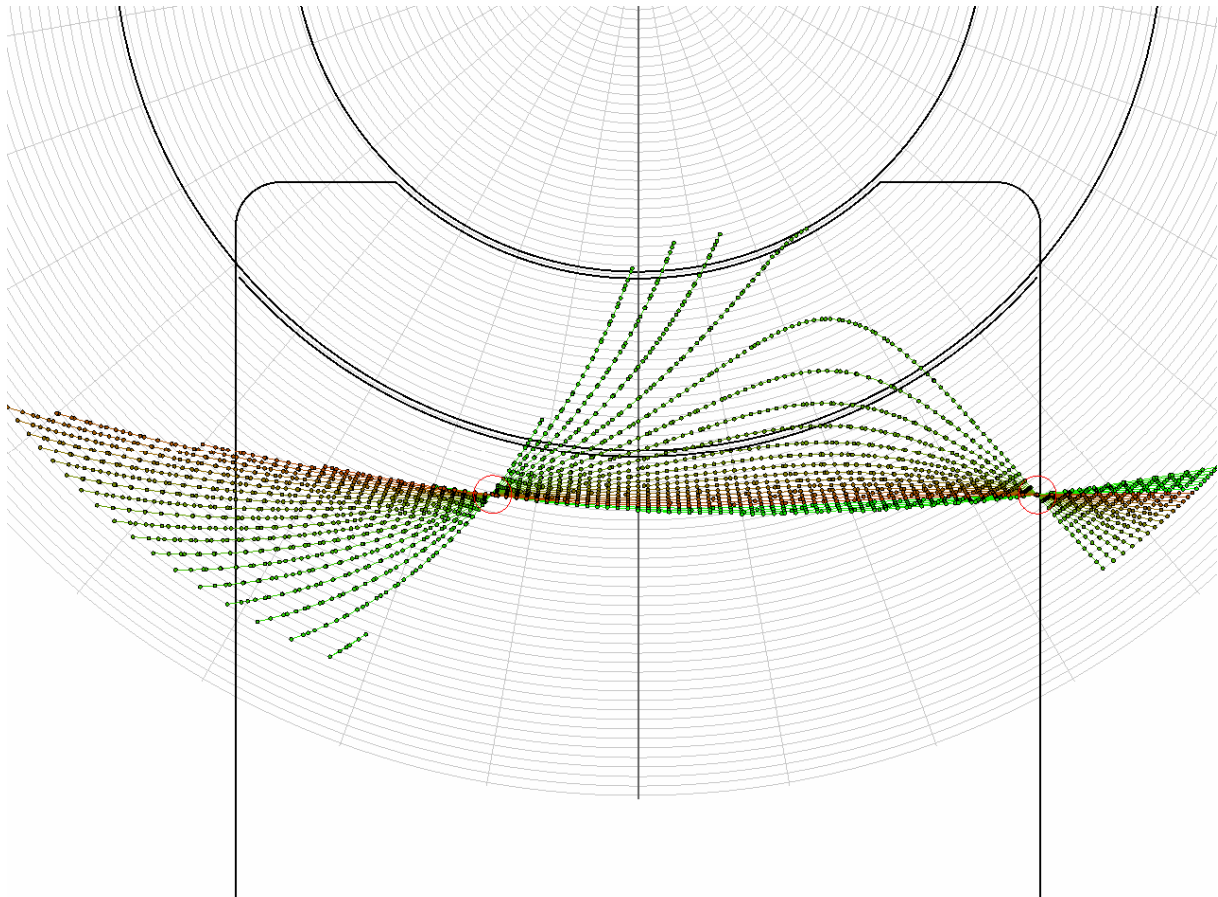


$\beta_{AB} = 57,9219^\circ$
 $T_0 = 52,0111\%$
 $X_A = -21,07 \text{ mm}$
 $X_B = 49,47 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 280 \text{ mm}$
 $x_2 = \mathbf{1}$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $N_v \leq 0,001$

Jó.

5.24. ábra
Az x_2 profiletolás tényező hatása a hordképre

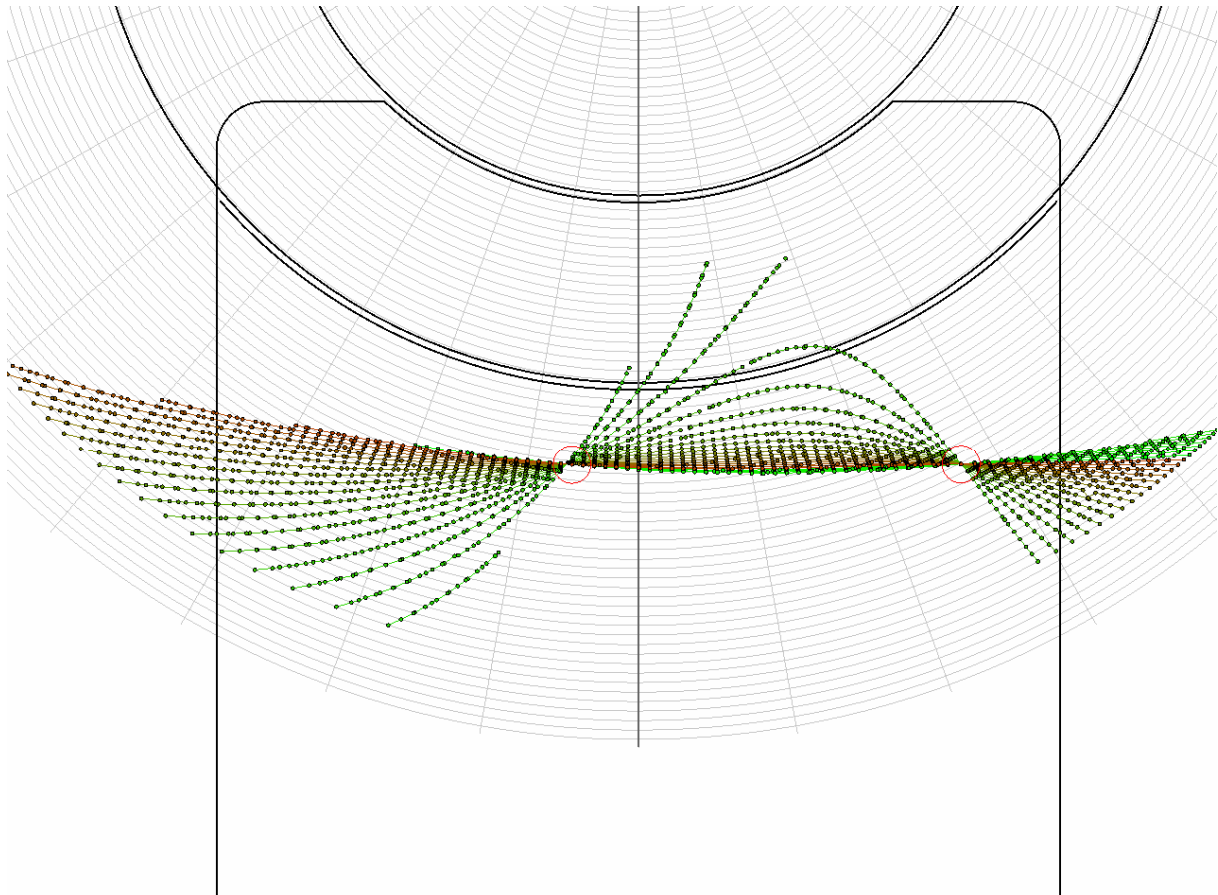


$\beta_{AB} = 49,3267^\circ$
 $T_0 = 45,0312\%$
 $X_A = -16,26 \text{ mm}$
 $X_B = 44,63 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 282,5 \text{ mm}$
 $x_2 = \mathbf{1,2}$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Közepes.

5.25. ábra
Az x_2 profileltolás tényező hatása a hordképre



$\beta_{AB} = 33,0011^\circ$
 $T_{\%} = 20,0401\%$
 $X_A = -7,09 \text{ mm}$
 $X_B = 34,39 \text{ mm}$
 $i_{21} = 0,0857142$
 $K = 69,5 \text{ mm}$
 $a = 286,25 \text{ mm}$
 $x_2 = 1,5$
 $p = 18,75 \text{ mm}$

$z_{ax} = 0 \text{ mm}$
 $\rho_{ax} = 50 \text{ mm}$
 $\varphi_1 = -30 - 200^\circ$
 $\eta = 38,75 - 58,75 \text{ mm}$
 $\vartheta = -60 - 60^\circ$
 $nv \leq 0,001$

Rossz.

5.26. ábra
Az x_2 profileltolás tényező hatása a hordképre

Paraméterek								Eredmények				
Sorszám	Változó értékek	a (mm)	K (mm)	ρ_{ax} (mm)	α (°)	x_2 (mm)	p (mm)	β (°)	Hordkép %	X_A (mm)	X_B (mm)	Minősítés
1	a	270	69,5	50	0°	1	18,75	83,01	75,45	-30,86	65,61	A kilépő oldal nem kedvező
2	a	280	69,5	50	0°	1	18,75	57,92	52,66	-25,65	53,25	Jó
3	a	285	69,5	50	0°	1	18,75	38,99	36,36	-19,67	38,24	Kicsi a hordkép
4	a	290	69,5	50	0°	1	18,75	-	-	-	-	Nincs hordkép
5	p	280	69,5	50	0°	1	16,75	-	-	-	-	Rossz
6	p	280	69,5	50	0°	1	18,75	57,90	52,66	-21,07	49,47	Jó
7	p	280	69,5	50	0°	1	20,75	108,65	98,78	-35,33	83,54	Rossz
8	K	280	50	50	0°	1	18,75	-	-	-	-	Nem jó
9	K	280	60	50	0°	1	18,75	23,01	20,91	8,89	25,99	Nem jó
10	K	280	70	50	0°	1	18,75	57,92	52,55	-19,89	51,09	Kitűnő
11	K	280	78	50	0°	1	18,75	76,49	69,54	-35,47	64,26	Jó
12	ρ_{ax}	280	69,5	45	0°	1	18,75	57,25	52,05	-21,34	47,84	Kitűnő
13	ρ_{ax}	280	69,5	55	0°	1	18,75	58,00	52,73	-19,89	51,39	Jó
14	ρ_{ax}	280	69,5	75	0°	1	18,75	59,59	54,18	-17,13	59,15	Jó
15	ρ_{ax}	280	69,5	95	0°	1	18,75	59,01	53,01	-14,13	66,78	Elfogadható
16	x_2	280	69,5	50	0°	0,8	18,75	65,00	60,02	-23,75	54,76	Kitűnő

17	x_2	280	69,5	50	0°	1	18,75	57,92	52,01	-21,07	49,47	Kitűnő
18	x_2	280	69,5	50	0°	1,2	18,75	49,32	45,03	-16,26	44,63	Elfogadható
19	x_2	280	69,5	50	0°	1,5	18,75	33,00	20,04	-7,09	34,39	Rossz

5.2. táblázat
Paraméterek értéktartománya