

POLIMERIZÁCIÓS REAKTORFAL RADIÁLIS IRÁNYÚ ELMOZDULÁSÁNAK VIZSGÁLATA

INVESTIGATION OF RADIAL DISPLACEMENT OF POLYMERISATION REACTOR WALL IN DIFFERENT LOAD CASES

BOKROS ISTVÁN–SIMÉNFALVI ZOLTÁN–SZEPESI GÁBOR¹

Jelen cikk bemutatja a vegyiparban igen gyakran alkalmazott készülékek, a fűtött-hűtött reaktorok falának radiális elmozdulás meghatározásának egyik módszerét. A készülék köpenyterébe vezetett hűtőfolyadék hőmérsékletprofilját CFD-szimulációval határoztuk meg. A radiális elmozdulást leíró differenciálegyenletet Runge–Kutta módszerrel oldottuk meg.

Kulcsszavak: hőfeszültség, CFD, BVP

This paper shows a possibility to determine the radial displacement of the wall of the heated-cooled jacketed reactor in case of isotherm and cooled state. The shell-side temperature profile of the coolant was determined by CFD, which can be formed. The adaptive Runge-Kutta method was used to solve the 4th order boundary value problem.

Keywords: thermal stress, CFD, BVP

Bevezetés

Statikus igénybevételűnek lehet tekinteni azt a készüléket, amelynél a készülék élettartama folyamán a teljes igénybevételi ciklusszám (indítás-teljes terhelés felvétele-leállítás) nem több, mint 1000, és az üzemi terhelés ingadozása nem haladja meg a méretezési érték 15%-át. Ez a feltétel a szakaszos üzemű polimerizációs reaktorokra nem teljesül, ezért a berendezés megbízhatóságának szavatolása érdekében a tervezés vagy a felülvizsgálat során célszerű elvégezni a kifáradásra való ellenőrzést is.

A kifáradási ellenőrzéshez a legveszélyesebb pontokban meg kell határozni a ténylegesen fellépő feszültségek értékét (feszültséganalízis), amely összetett terhelések esetén bonyolult és hosszadalmas számítási feladat. A polimerizációs reaktoroknál a nyomás-terhelés mellett a keletkező hőfeszültségeket [1] is figyelembe kell venni.

A kialakuló általános hőfeszültség a stacionárius hőmérsékletmező jellegéből adódó vagy az egymással mereven összekapcsolt szerkezeti elemek gátolt hőtágulásából származó másodlagos feszültség. A nyomástartó edényekben a fal külső és belső felületének hőmérséklet-különbségéből is származik ilyen feszültség. A feszültségek meghatározásához ismerni kell a fal radiális elmozdulásait a magasság függvényében.

¹ Miskolci Egyetem, Vegyipari Gépek Tanszéke
3515 Miskolc Egyetemváros
szepesi@uni-miskolc.hu

1. Hőmérsékletprofil meghatározása a reaktor köpenyterében

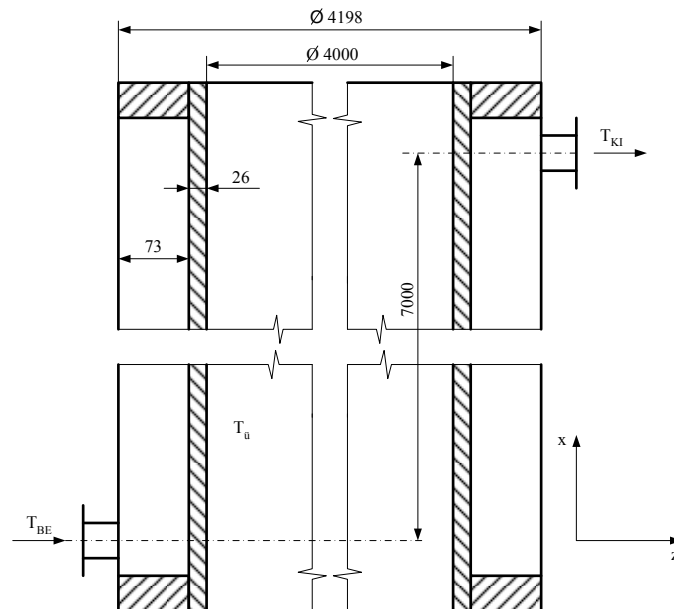
A reaktortérben lejátszódó exoterm folyamat során a munkatérből hőt vonunk el a köpenyterében, áramoltatott hűtőfolyadék segítségével. A ténylegesen elvont hő meghatározásához ismernünk kell a hőátvitelt leíró folyamatot, melyet az alábbi három részre bonthatunk:

- konvektív hőátadás a munkatér közege és a készülékfal között,
- hővezetés a reaktor falában,
- konvektív hőátadás a készülék fala és a hűtőfolyadék között.

A két konvektív hőátadási részfolyamatra jellemző hőátadási tényezőt meghatározhatjuk az irodalomban található összefüggések segítségével [2]. A készülék falában lévő hővezetési folyamat meghatározása nem jelent nagy nehézséget, amennyiben ismert a készülékfalra jellemző hővezetési tényező. A gyakorlatnak megfelelően, héjszerű készülékek esetén a hengeres reaktorfalban történő hővezetést síkfalúként modellezzük. Az általunk vizsgált berendezés héjszerűnek tekinthető (a falvastagság és az átmérő hányadosa kisebb, mint 0,16).

Amennyiben a készülék falában lévő hőmérséklet-gradiens következtében kialakuló hőfeszültségeket nem vesszük figyelembe a szilárdsági méretezésnél (sajnos a tervezői gyakorlatban ez tapasztalható), az a kisciklusú fáradási jelenség miatt a reaktor tönkremeneteléhez vezethet. Mivel a hőmérséklet-gradiens a helykoordinátától függ, így ezt a változást a készülékfalban meg kellett határozni.

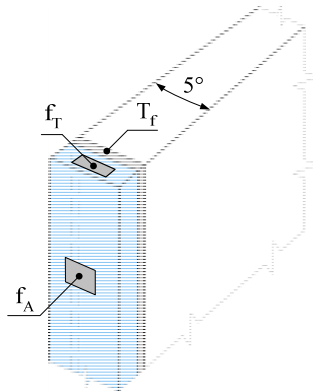
A vizsgált készülék geometriai méreteit az 1-es ábrán mutatjuk be.



1. ábra. A vizsgált készülékgeometria

A köpenytérbe a hűtőfolyadékot az alsó csonkon vezetjük be ($x = 0\text{ m}$) és a reaktor felső csonkján lép ki ($x = 7\text{ m}$). A reaktorteret tökéletesen kevertnek tekintjük, továbbá feltételezzük, hogy a készülékfal belső hőmérséklete 103 °C -os. A köpenytér alsó és felső pontjai mereven befogottak a duplikatúrát lezáró körtárcsák miatt.

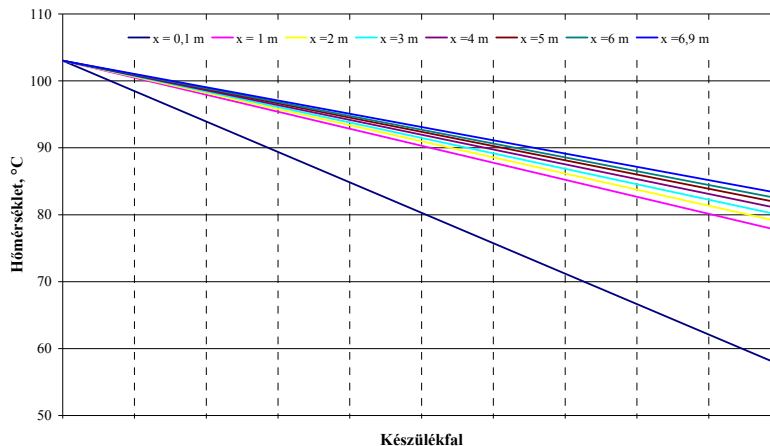
A kialakuló hőátadás során a köpenytéri folyadék felmelegszik, így a készülékfal külső pontjának hőmérséklete az x -koordináta mentén változik, mely hatással lesz a kialakuló hőfeszültségre. Az így létrejövő hőmérséklet-eloszlást numerikus áramlási szimulációval határoztuk meg. A CFD-szimulációhoz az Sc/Tetra véges térfogatok módszerét alkalmazó szoftvercsomagot használtuk. A különbségek, melyek a geometriában megmutatkoznak, nagyméretű háló és számítási igénnyel járnak. A nagy időigényű számítási folyamat redukálása céljából hengersizmetrikus feladattá egyszerűsítettük a fenti geometriát, melyre az Sc/Tetra lehetőséget ad. A továbbiakban a 2-es ábrán látható egyszerűsítést alkalmaztuk.



2. ábra. Számításhoz felhasznált hengersizmetrikus geometria

A periodikus peremfeltételek (*Periodic Boundary*) alkalmazása során elegendő a vizsgált hengeres térből egy 5° -os részletet behálózni, és az analízis tulajdonság beállításánál tudatni az egyenletrendszer megoldóval, hogy mely felületek ismétlődnek periodikusan. Az egyszerűsítés után az 5° -os térrész leírható 43 908 csomóponttal. A hálózáshoz tetraéder elemeket, a folyadék és szilárd fázisok között háromrétegű prizmatikus hálót alkalmaztunk. Az áramlási feladatoknál szokásos peremfeltétel párost vettük figyelembe, azaz a belépő keresztmetszeten a sebességet írtuk elő ($0,3\text{ m/s}$), a kilépő keresztmetszeten a nyomást ($p = 0\text{ bar}_g$, a 2-es ábrán az f_T -vel jelölt felület). Az energiaegyenlet számításához szükséges peremfeltételként az f_A felületet adiabatikusnak, valamint a készülékfal belső hőmérsékletét 103 °C -nak (T_f) tekintettük. A 2-es ábrán lévő fehérrel jelölt térrészt nem hálóztuk, perem és kezdeti feltételt nem alkalmaztunk.

A hőfeszültségek számításához szükségünk volt a készülékfalban lévő hőmérséklet-eloszlásra a készülék magasságának függvényében. A 3-as ábra mutatja a készülék falában lévő hőmérséklet-eloszlást radiális irányban a különböző magasságokban.



3. ábra. Hőmérsékleteloszlás a reaktor falában

2. Hengeres héj körszimmetrikus alakváltozása

A reaktor a hűtés során a vastagsága és hossza mentén egyenlőtlenül felmelegített vékonyfalú héjként modellezhető. Amennyiben a reaktort p sugárirányú nyomás és N_x tengelyirányú erő terheli, valamint figyelembe vesszük a hengeres héjra érvényes összefüggéseket ($R_x = \infty$, $R_y = R$, $\varphi = \pi/2$, $\mathcal{G} = dw/dx$, $P = 2\pi RN_x$) a héj elmozdulása az alábbi differenciálegyenlettel írható le:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{1 - \mu^2}{R^2} \frac{E_T^{(0)}(x)}{E_T^{(2)}(x)} w = -(1 - \mu^2) \frac{E_T^{(0)}(x)}{E_T^{(2)}(x)} \times \left\{ \frac{1}{R} \frac{N_T(x)}{E_T^{(0)}(x)} - \mu \frac{N_x}{R} \frac{1}{E_T^{(0)}(x)} + p(x) \frac{1}{E_T^{(0)}(x)} \right\} + \frac{1 + \mu}{E_T^{(2)}(x)} \frac{d^2}{dx^2} [M_T(x)]. \quad (1)$$

Abban az esetben, ha a héjra vonatkozó anyagjellemzők hőmérsékletfüggését elhanyagoljuk, akkor az (1) egyenlet egyszerűbb alakra hozható. Ezen egyszerűsítések:

$$E_T^{(0)}(x) = \int_{-h/2}^{h/2} E(x, z) dz = E_{köz} h. \quad (2. a)$$

$$E_T^{(2)}(x) = \int_{-h/2}^{h/2} E(x, z) z^2 dz = \frac{E_{köz} h^3}{12}. \quad (2. b)$$

$$N_T(x) = \int_{-h/2}^{h/2} \alpha(x, z) E(x, z) T(x, z) dz = \alpha_{köz} E_{köz} \int_{-h/2}^{h/2} T(x, z) dz. \quad (2. c)$$

$$M_T(x) = \int_{-h/2}^{h/2} \alpha(x,z)E(x,z)T(x,z)zdz = \alpha_{köz}E_{köz} \int_{-h/2}^{h/2} T(x,z)zdz . \quad (2. d)$$

Felhasználva a 2. a, b, c, d egyenleteket az 1-es egyenlet az alábbi alakban írható:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{E_{köz}h}{R^2} w = -p + \frac{\mu N_x}{R} - \frac{\alpha_{köz}E_{köz}}{R} \times \left[\int_{-h/2}^{h/2} T(x,z)dz + \frac{R}{1-\mu^2} \frac{d^2}{dx^2} \left(\int_{-h/2}^{h/2} T(x,z)zdz \right) \right]. \quad (3)$$

Az 1-es fejezetben megállapítottak szerint vékony héjak esetén a hőmérséklet-eloszlás lineárisnak tekinthető, így a falban lévő hőmérséklet tetszőleges helyen az alábbi összefüggéssel számolható (T_0 a fal közepes hőmérséklete, ΔT a hőmérsékletesés):

$$T(x,z) = T_0(x) + \frac{\Delta T(x)}{h} z . \quad (4)$$

A 4-es egyenlet felhasználásával a 3-as a következő általános alakban írható:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{E_{köz}h}{R^2} w = -p + \frac{\mu N_x}{R} - \frac{\alpha_{köz}E_{köz}h}{R} T_0(x) + \frac{D(1+\mu)\alpha_{köz}}{h} \frac{d^2}{dx^2} (\Delta T(x)), \quad (5)$$

ahol $D = \frac{E_{köz}h^3}{12(1-\mu^2)}$, a héj hengermerevsége.

Az 5-ös egyenlet által szolgáltatott elmozdulás [$w(x)$] segítségével, az alábbi összefüggésekkel meghatározhatók a héj középfelületén értelmezett élerők, élnyomatékok:

$$N_y = \mu N_x - \frac{E_{köz}h}{R} w - \alpha_{köz} E_{köz} h T_0(x) . \quad (6. a)$$

$$M_x = -D \left[\frac{d^2 w}{dx^2} - (1+\mu)\alpha_{köz} \frac{\Delta T(x)}{h} \right], \quad (6. b)$$

$$M_y = -D \left[\mu \frac{d^2 w}{dx^2} - (1+\mu)\alpha_{köz} \frac{\Delta T(x)}{h} \right], \quad (6. c)$$

$$Q = \frac{dM_x}{dx} = -D \left[\frac{d^3 w}{dx^3} - \frac{(1+\mu)\alpha_{köz}}{h} \frac{d}{dx} \Delta T(x) \right]. \quad (6. d)$$

A 6-os egyenletek segítségével meghatározható a hengeres héjat terhelő feszültség, mely a belső nyomásból, valamint a hőmérséklet-különbség okozta hőfeszültségből tevődik össze. A nyomatékokból, nyíróerőből az alábbi összefüggéssel számolhatóak a főfeszültségek és a csúsztatófeszültség:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h} \pm \frac{6M_x}{h^2}, \quad (7. a)$$

$$\sigma_y = \frac{N_y}{h} \pm \frac{6M_y}{h^2}, \quad (7. b)$$

$$\tau = \frac{Q}{h} \left(\frac{3}{2} - 6 \frac{z^2}{h^2} \right). \quad (7. c)$$

3. A körszimmetrikus héj alakváltozásának egyszerűsített megoldása

Az 5-ös egyenletnek létezik analitikus megoldása abban az esetben, ha eltekintünk attól, hogy a héj falában lévő hőmérsékletkülönbség második deriváltja zérus, azaz:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0. \quad (8)$$

Ebben az esetben hosszú héj esetén az alábbi alakban kereshető a megoldás:

$$w(x) = e^{-kx} (C_1 \sin kx + C_2 \cos kx) + e^{kx} (C_3 \sin kx + C_4 \cos kx) - \frac{pR^2}{E_{köz} h} \left(1 - \mu \frac{N_x}{pR} \right) - R \alpha_{köz} T_0. \quad (9)$$

Ahol C_1, \dots, C_4 : integrálási állandók, valamint $k = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{h^2 R^2}}$.

Esetünkben figyelembe vettük a hőmérséklet profil, valamint a falban lévő hőmérsékletkülönbség változását a hosszirányú (x) koordináta mentén.

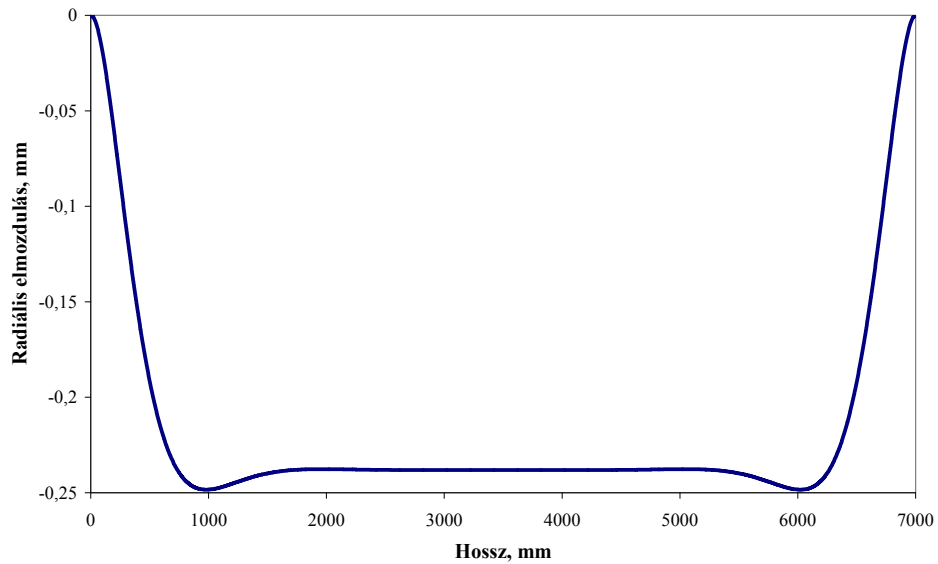
4. A körszimmetrikus héj alakváltozásának megoldása változó hőmérséklet profil esetén

Amennyiben figyelembe vesszük a hőmérsékletprofil változást a hossz tengely mentén, a 4-es egyenlet analitikus megoldása igen bonyolulttá válik. A feladat matematikailag egy peremérték probléma (Boundary Value Problem, BVP) negyedrendű differenciálegyenlet esetén. Az ilyen jellegű probléma megoldására számos matematikai módszer [3, 4, 6] létezik. A feladat megoldásához az adaptív Runge–Kutta eljárást választottuk.

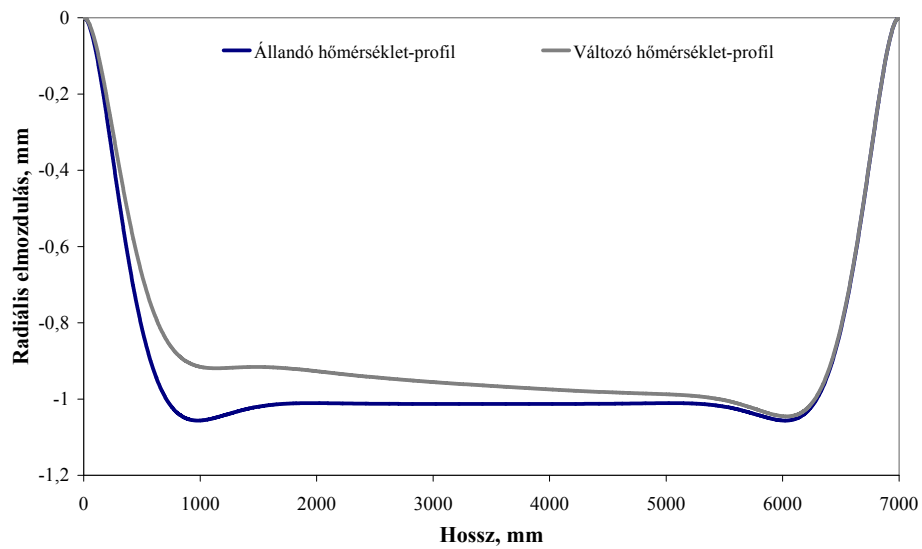
A 4-es ábra a vizsgált körszimmetrikus hengeres héj radiális elmozdulását mutatja (az 5-ös egyenlet megoldása) abban az esetben, ha a héjat hőfeszültség nem terheli. A 5-ös ábrán bemutatjuk, hogyan fog változni a héj radiális alakváltozása, amennyiben állandó és változó hőmérséklet-profil által okozott hőfeszültség ébred a héjban a nyomásterhelésen kívül. A radiális elmozdulások meghatározása után a készülék falában ébredő feszültségek a 7. a), 7. b), 7. c) egyenletekkel meghatározhatók.

Az ábrákból jól látható, hogy az állandó falhőmérséklet figyelembevétele (ennél csak nyomásterhelés van) jelentős, körülbelül 5-szörös radiális elmozdulást okoz. Abban az esetben, ha a változó hőmérséklet profil peremfeltételt alkalmazunk, úgy az elmozdulások nem szimmetrikusan fognak alakulni, hiszen a készülék hossz tengelye mentén változik a falban ébredő igénybevétel. Abban az esetben, ha állandó hőmérsékletkülönbséget tétele-

zünk fel, a készülék bizonyos pontjaiban nagyobb feszültség adódik, mint ami valójában a héjban ébred.



4. ábra. Hengeres héj axiális alakváltozása hőfeszültség nélkül



5. ábra. Hengeres héj axiális alakváltozása állandó és változó hőmérséklet profil mellett

Összefoglalás

Jelen közleményben a polimerizációs reaktorok falában ébredő feszültségeket vizsgáltuk különböző terhelési esetekben. CFD szimulációs módszerrel meghatároztuk a készülékfalban kialakuló hőmérséklet profilt, amely a szilárdsági számításoknál a hő okozta terhelés figyelembevételéhez szükséges. Két terhelési eset feszültségállapotát vizsgáltuk, az önálló nyomásterhelést és a nyomásterheléssel egyidejűleg fellépő hőmérsékletterhelést. Kimutattuk, hogy változó hőmérséklet-különbséget feltételezve a készülékben valójában ébredő elmozdulásokat határozhatjuk meg, míg állandó hőmérsékletkülönbség esetén a készüléket túlméretezhetjük. Kimutattuk továbbá, hogy a hőfeszültség hatására a radiális alakváltozás maximális értéke jelentősebb nagyobb lehet a tiszta nyomásterheléshez képest.

Összefoglalva megállapítható, hogy a hőmérséklet okozta gátolt hőtágulási feladat figyelembevétele jelentősen megnövekedett teherviselő képességet indokol, amely ciklikus terhelésű szerkezeteknél a kifáradás veszélyét növeli.

Köszönetnyilvánítás

A bemutatott kutatómunka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Irodalom

- [1] R. B. Hetnarski–M. R. Eslami: *Thermal stresses – Advanced theory and applications*. Springer, 2010.
- [2] Venczel G.–Szepesi G.–Siménfalvi Z.: *Hőtágulási tényezők közvetett meghatározása duplikatúrás készülékek köpenyterében*. Disszeminációs konferencia, Miskolci Egyetem, 2011.
- [3] Press WH; Teukolsky SA; Vetterling WT: Section 18.1. The Shooting Method. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing* (3rd ed.). New York: Cambridge University Press, 2007.
- [4] A. Solodov–V. Ochkov: *Differential Models: An introduction with MathCad*. Springer Berlin, 2005.
- [5] I. I. Goldenblat: *Szilárdsági számítások a gépészetben*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969.
- [6] I. Korol: *On the factorisation method for solving boundary value problems with variable parameters*. Publ. Univ. of Miskolc Series D. Natural Sciences Vol 36. No. 1. Mathematics (1995), pp.41–47.