

Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság
Hungarian Technical Scientific Society of Transylvania



OGÉT 2016

XXIV. Nemzetközi Gépészeti Találkozó

**24th International Conference
on Mechanical Engineering**

Déva, 2016. április 21–24.
Deva, April 21–24, 2016

Kiadó / Publisher

Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság – EMT
Hungarian Technical Scientific Society of Transylvania

Szerkesztő / Editor

Dr. CSIBI Vencel-József, akadémikus

Nyomdai előkészítés / Desktop publishing

PROKOP Zoltán

Nyomda / Print

INCITATO, Kolozsvár / Cluj

Termo-elasztohidrodinamikai kenőfilm elem felépítése és alkalmazása végelelemes szoftverben

THERMO-ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICANT FILM ELEMENT FOR AND ITS IMPLEMENTATION TO THE COMMERCIAL FEM SOFTWARE

Dr. SZÁVAI Szabolcs, PhD., Dr. KOVÁCS Sándor, PhD.

Bay Zoltán Alkalmazott Kutatási Közhasznú Nonprofit Kft., Mérnöki Divízió
Cím: H-3519 Miskolc, Iglói út 2., Tel.: +36 46 560 120, e-mail: sandor.kovacs@bayzoltan.hu

ABSTRACT

Although several methods have been already developed for solving thermo elasto-hydrodynamic (TEHD) problems, the solution of the highly nonlinear problem is still quite challenging. So the development of a P-version FEM model for calculating the film shape, the pressure and temperature distribution and its implementation to commercial software seems to be timely to study the sliding-rolling materials during operation. Since the general 3D flow problem can be reduced to a quasi 2D case based on the hydrodynamic lubrication theory developed by Reynolds, special lubricant film element can be developed for finite-element modelling of such problems.

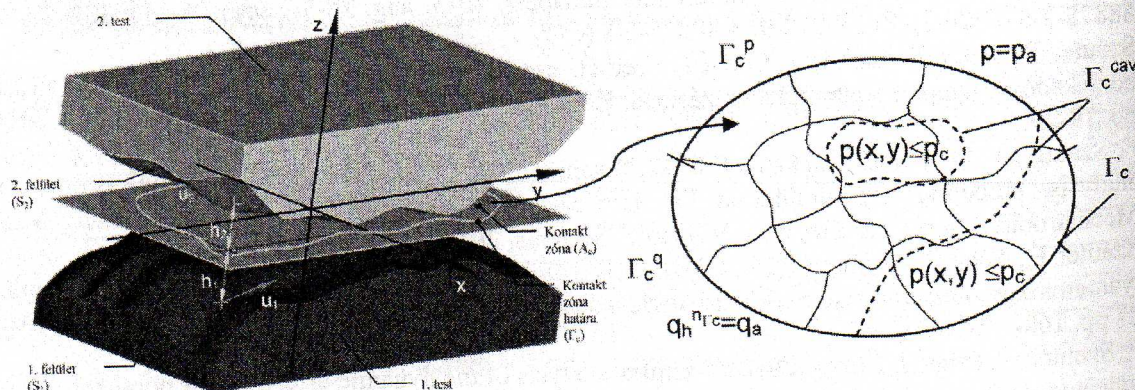
ÖSSZEFOGLALÓ

Annak ellenére, hogy számos módszer került kifejlesztésre az EHD probléma vizsgálatára, az erősen nem-lineáris feladat megoldása továbbra is kihívást jelent. Így a kutatás különös figyelmet fordít a felület terhelési viszonyainak leírására alkalmas szimulációs módszertan kifejlesztésre, hogy a felület közeli feszültségmező meghatározható legyen. A cél olyan p verziós végelelemes szimulációs eljárás kifejlesztése és implementálása kereskedelmi szoftverbe, mellyel összefüggéseket tárhatunk fel a csúszva-gördülő felületek mikró-nano jellemzői és az alkalmazott felületkezelt alkatrészek gyakorlati teherviselési képessége között. Ennek érdekében a kenőfilmre vonatkozó Reynolds egyenlet megoldására alkalmas kvázi 2D kenőfilm elem került kifejlesztésre.

Kulcsszavak: termo-elasztohidrodinamika, kenőfilm, kontaktelelem, végelelem módszer, tribológia,

1. BEVEZETÉS

A szerkezeti elemek legkritikusabban terhelt részei azok felületei, melyek gyakorta nagy fajlagos terhelésnek vannak kitéve. Így az érintkező felületek károsodásának meghatározása mindig az érdeklődés középpontjában áll. Az 1. ábra mutatja a folyadéksúrlódás állapotában lévő foltszerűen érintkező felületek általánosított esetét.



1. ábra. Érintkezési feladat folyadékkenés esetén

A megoldás alapját adó Reynolds és termodinamikai kiterjesztett egyenletek részletezett formában 0-ben található. Ezek formális súlyozott integrál alakja a következő:

$$\int_{A_c} w_R \cdot R_R \cdot dA = \int_{A_c} w_R \cdot \nabla_{xy} (\theta \bar{\Psi}(\rho, h, \eta, \bar{u}_1, \bar{u}_2 \dots)) - \nabla_{xy} ((\nabla_{xy} p) \bar{\Phi}(\rho, h, \eta \dots)) - \theta \Omega_\gamma(\rho, h, W_1, W_2 \dots) \cdot dA = 0 \quad (1)$$

$$\int_{A_c} \int_{h_1}^{h_2} w_Q \cdot R_Q \cdot dz \cdot dA = 0$$

(2)

A feladat peremfeltételei megegyeznek az irodalomban szokásossal, azaz a kontakt zóna Γ_c peremén $p=0$, míg a terhelési peremfeltétel:

$$F_W = \int_{A_c} p \cdot dA.$$

2. DIMENZIÓTLAN RÉS MENTI KOORDINÁTA

Az (1) és (2) egyenletek nem Newtoni kenőanyagok vagy TEHD problémák esetén vagy számos olyan résmenti integrált tartalmaznak mit a $\int_{h_1}^{h_2} f(z) dz$ és $\int_{h_1}^z f(\bar{z}) d\bar{z}$. Ezek az integrálok miatt a Reynolds által két dimenziójúra redukált probléma újra teljes háromdimenziós feladattá válik. Ennek kiküszöbölésére, az integrálokat egységesített tartományra képezzük le a z koordináta transzformációjának segítségével.

Szokás szerint feltételezhetjük, hogy $h_1=0$ és $h_2=h$. Ekkor bevezethetjük a dimenziótlan ζ koordinátát a rés mentén mely a z koordináta lineáris transzformációjával előállítható a következők szerint:

$$z = h \left(\frac{1+\zeta}{2} \right), \quad \frac{\partial z}{\partial \zeta} = \frac{h}{2} \quad (3)$$

Ennek következtében a rés menti integrálok a következőképpen írhatóak fel:

$$\int_0^h f(z) dz = \frac{h}{2} \int_{-1}^1 f(\zeta) d\zeta, \quad \int_0^z f(\bar{z}) d\bar{z} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{\zeta} f(\bar{\zeta}) d\bar{\zeta} \quad (4)$$

Ennek segítségével a Reynolds egyenlet általános alakja a következő lesz:

$$R_R = \nabla_{xy} (\theta \bar{\Psi}) - \nabla_{xy} ((\nabla_{xy} p) \bar{\Phi}) - \theta \Omega_\gamma = \nabla_{xy} \cdot \left(\theta \left(h \bar{\psi} + \frac{h^2}{2} \bar{k}_{xy} \right) - \frac{h^3}{2} \varphi \nabla_{xy} p \right) - \theta \left(\rho_1 W_1 - \rho_2 W_2 - \frac{h}{2} \omega_{\partial t} \right) \quad (5)$$

Míg az energia egyenlet súlyozott integrál alakja:

$$\int_{A_c} \frac{h}{2} \int_{-1}^1 w_Q \cdot R_Q \cdot d\zeta \cdot dA = 0 \quad (6)$$

Így a Reynolds és a hőtani egyenletben lévő vastagság menti integrálások egy uniformizált vastagság mentén kell elvégezni, így a probléma a vastag héjszerű feladatként kezelhető, ahol a vastagság a héj egyik sajátossága, mely változóként is definiálható.

3. A VASTAGSÁG MENTI INTEGRÁLÁS GAUSS-KVADRATÚRÁVAL

A VEM alapú megoldásokban az integrálás szinte kizárólag Gauss kvadraturára épülő numerikus integrálással történik. Ha az integrálási tartomány a teljes vastagság mentén $(-1..1)$, a fenti integrálásokat következő képen végezzük el:

$$\int_{-1}^1 f(\zeta) d\zeta \approx \sum_{i=1}^n w_{G_i} f(\zeta_{G_i}) \quad (7)$$

Ahol ζ_G és n az úgynevezett "Gauss" pontok és számuk az integrálási tartományban, és w_G súly az adott Gauss pontban. Több Gauss pont használata természetesen növeli a pontosságot, de természetesen ez együtt jár a számítási idő növekedésével.

A sebességmező $\bar{u}_{xy}$ és a néhány viszkozitás függvény az általánosított Reynolds egyenleten belül szükségessé tesz az integrálást részben határozott határok között $(-1..1)$, melyet szintén kezelni kell. Mivel az integrandusz $f(\bar{\zeta})$ függvény bármely pontban meghatározható, elvégezhető ennek Lagrange interpolációja a $\bar{\zeta}(-1..1)$ tartomány $n+2$ darab $(f(\bar{\zeta}_s), \bar{\zeta}_s)$ pontjában, ahol $\bar{\zeta}_s = (-1, \zeta_G, 1)$ és n az előre meghatározott ζ_G Gauss pontok száma. Az $(n+1)$ -ed fokú Lagrange interpolációs polinomok ezt követően analitikusan integrálhatók.

$$f_{Lagr}(\bar{\zeta}) = \sum_{k=1}^{n+2} f(\bar{\zeta}_{S_k}) P_k^{n+1}(\bar{\zeta}) \quad (8)$$

$$P_k^{n+1}(\bar{\zeta}) = \prod_{m=1}^{k-1} \frac{\bar{\zeta} - \bar{\zeta}_{S_m}}{\bar{\zeta}_{S_k} - \bar{\zeta}_{S_m}} \prod_{m=k+1}^{n+2} \frac{\bar{\zeta} - \bar{\zeta}_{S_m}}{\bar{\zeta}_{S_k} - \bar{\zeta}_{S_m}} \quad (9)$$

$$I_k(\zeta) = \int_{-1}^{\zeta} P_k^{n+1}(\bar{\zeta}) d\bar{\zeta} \quad k = 1..n+2 \quad (10)$$

Így az interpolációval közelített függvény integrálja is felírható és meghatározható bármely pontban:

$$\int_{-1}^{\zeta} f(\bar{\zeta}) d\bar{\zeta} \approx \int_{-1}^{\zeta} \sum_{k=1}^{n+2} f(\bar{\zeta}_{S_k}) P_k^{n+1}(\bar{\zeta}) d\bar{\zeta} = \sum_{k=1}^{n+2} f(\bar{\zeta}_{S_k}) I_k(\zeta) \quad (11)$$

4. KVÁZI 2D ELEMÉK

Mivel a "z" koordinátát "ζ" dimenziótalan koordinátára transzformáltuk, és a (0..h) tartományból (-1..1) lett, továbbá a $h_g(x,y)$ résméret függvény független z-től, csak az érintkezési tartományt kell felosztani a kétdimenziós elemekre a végelem módszerben megszokott módon (**Error! Reference source not found.** ábra). Az egységelemek konform transzformációja Legendre függvényekkel elvégezhető 0:

$$x^e(\xi, \eta, t) = \sum_i X_i^e(t) N_{x_i}^e(\xi, \eta) = \mathbf{N}_x^{eT}(\xi, \eta) \mathbf{X}^e(t) \quad (12)$$

$$y^e(\xi, \eta, t) = \sum_j Y_j^e(t) N_{y_j}^e(\xi, \eta) = \mathbf{N}_y^{eT}(\xi, \eta) \mathbf{Y}^e(t) \quad (13)$$

$$h_g^e(\xi, \eta, t) = \sum_k H_{g_k}^e(t) N_{h_k}^e(\xi, \eta) = \mathbf{N}_g^{eT}(\xi, \eta) \mathbf{H}_g^e(t) \quad (14)$$

A Legendre alakfüggvények (N) segítségével a 0 által részletezett módon hierarchikus polinomokkal közelíthetők az ismeretlen mezők:

$$\delta_s^e(\xi, \eta, t) = \sum_k H_{\delta_s k}^e(t) N_{\delta_s k}^e(\xi, \eta) = \mathbf{N}_{\delta_s}^{eT}(\xi, \eta) \mathbf{H}_{\delta_s}^e(t) \quad s=1,2 \quad (15)$$

$$\mathbf{h}^e = \left[\mathbf{N}_g^{eT}, 1 \right] \begin{bmatrix} \mathbf{H}_g^e + \mathbf{H}_{\delta_1}^e + \mathbf{H}_{\delta_2}^e \\ \Delta_{rigid} \end{bmatrix} = \mathbf{N}_h^{eT}(\xi, \eta) \mathbf{H}^e(t) \quad (16)$$

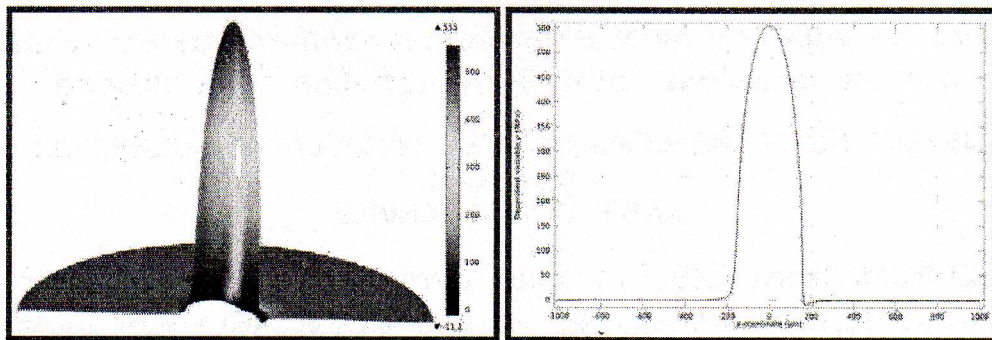
$$p^e(\xi, \eta, t) = \sum_l P_l^e(t) N_{p_l}^e(\xi, \eta) = \mathbf{N}_p^{eT}(\xi, \eta) \mathbf{P}^e(t) \quad (17)$$

$$\mathcal{G}^e(\xi, \eta, \zeta, t) = \sum_m T_m^e(t) N_{\mathcal{G}_m}^e(\xi, \eta, \zeta) = \mathbf{N}_{\mathcal{G}}^{eT}(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{T}^e(t) \quad (18)$$

Kétdimenziós approximáció szükséges a résméret, a deformáció és a nyomás leírásához. Egyedül hőmérsékletnek a "ζ" dimenziótalan koordinátára menti változását kell figyelembe kell venni, a vastagság mentén vett magasabb fokú approximálásával kezelhető.

5. IMPLEMENTATION OF EHD PROBLEM TO FEM SOFTWARE

A kenési feladat megoldásához a Comsol Multiphysics szoftver került kiválasztásra, mivel a szoftver lehetőséget ad tetszőleges parciális differenciálegyenletek variációs elveken alapuló megoldására, melyre külön modul áll rendelkezésre. Ebben a modulban került megadásra a Reynolds egyenlet gyenge integrál alakja. Az elemeken az ismeretlen mezők approximációjához. A rugalmas deformációk és a hőtani folyamatok modellezéséhez a Comsol megfelelő szilárdságtani és hőtani moduljait használtuk kapcsolva azokat a kenőanyag modellhez. Mivel optimalizált Newton Raphson módszer nem alkalmazható a szoftverben, a numerikus stabilitást Streamline-upwind/Petrov-Galjorkin és a „isotropic diffusion” módszerrel a értük el. Az eredményeket a 2. ábra mutatja.



2. ábra. Nyomáseloszlás az érintkezési tartományban

6. ÖSSZEFOGLALÁS

A háromdimenziós folyadékfilm kenésű kontaktprobléma kezeléséhez kétdimenziós elem került kifejlesztésre. Az elem segítségével csak kétdimenziós háló generálására van szükség, melyen a nyomás és a résméret független kétdimenziós változóként kezelhető, míg a csúsztatófeszültség és a hőmérséklet résmenti változásából adódó résmenti viszkozitás változás figyelembe vehető. Az ehhez szükséges integrálások egyszerűen elvégezhetőek a résmenti dimenziótalan koordináta segítségével. A hőmérsékletmező háromdimenziós leírása a vastagság mentén vett magasabb fokú approximálásával kezelhető. A módszert implementáltuk egy kereskedelmi végelelem szoftverbe, ahol a már meglévő megoldások és az új kenőfilm modell kapcsolt rendszerként került megoldásra.

7. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatás a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése országos program című kiemelt projekt és az OTKA NKFIH, K115701 projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

8. IRODALOM

- [1] Szávai, Sz, Efficient p-version FEM Solution for TEHD Problems with New Penalty-Parameter Based Cavitation Model, BALTTTRIB'2009, Kaunas, 2009. pp 194-199.
- [2] Sz. Szávai, S. Kovács, P-version FEM model of TEHD lubrication and its implementation to study surface modified contact bodies behaviour, BALKANTRIB'14: Proceedings, Sinaia, Romania, 2014. pp. 716-727.
- [3] I. Páczelt: Finite Element Method in Engineering Practice I. Part (Végelelem-módszer a Mérnöki Gyakorlatban I. Kötet), Miskolci Egyetemi kiadó, Miskolc, 1999.